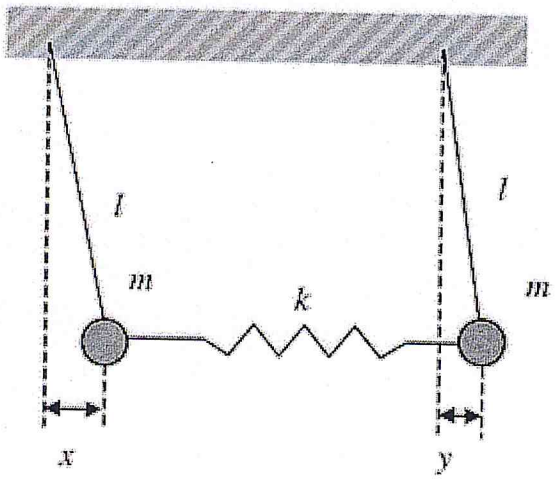
جامعة محمد بوضياف - المسيلة

كلية التكنولوجيا

الجذع المشترك S T

التجربة الاولى



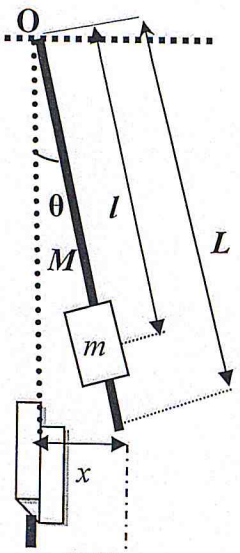
النواسان المترابطان

تاريخ إجراء التجربة: ...../...../..... تاريخ إرجاع التجربة: ...../...../.....

الأستاذ المصحح: ..... تقرير من طرف الطلبة:

اللقب	الاسم	الفوج	العلامة	ملاحظة
-1	-		/20	
-2	-		/20	
-3	-		/20	
-4	-		/20	
-5	-		/20	
-6	-		/20	

مسؤول الاعمال التطبيقية لطلبة السنة الثانية علوم وتكنولوجيا الاستاذ: بن حميدة محمد



الشكل 1

I- الهدف من التجربة : تهدف التجربة إلى دراسة الاهتزازات الحرة ذات درجين من الحرية.

II- الدراسة النظرية:

1 النواس الفيزيائي: على الشكل 1 يمثل النواس الفيزيائي خاضعا لحقل الجاذبية الأرضية. أزحه بزاوية صغيرة « θ » واتركه بدون سرعة ابتدائية : سيبدأ في الاهتزاز. لإيجاد دور الاهتزازات, نستخدم القانون الأساسي للتحريك للحركات الدورانية, لنحصل على المعادلة التفاضلية :

$$\ddot{\theta}+(\frac{ML+2ml}{2I_0})g\sin\theta=0$$

حيث: I_0 يمثل عزم عطالة النواس الفيزيائي.

الأساسي للتحريك للحركات الدورانية, لنحصل على المعادلة التفاضلية

أ) جد المعادلة التفاضلية السابقة باستعمال القانون الأساسي للتحريك للحركات الدورانية:

.....

.....

.....

.....

.....

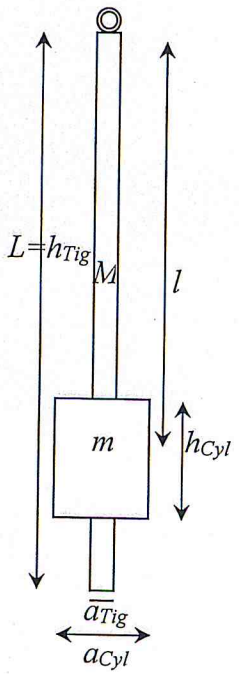
ب) من اجل الإزاحات الصغيرة ($\sin\theta \cong \theta$), تأكد من أن المعادلة التفاضلية السابقة يمكن كتابتها على الشكل:

$$\ddot{\theta}+\left(\frac{ML+2ml}{2I_{/o}}.g\right).\theta=0$$

.....

والتي يمكن كتابتها على الشكل: $\ddot{\theta}+\omega_0^2\theta=0$

حيث $\omega_0=\sqrt{\left(\frac{ML+2ml}{2I_{/o}}.g\right)}$ و $T=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{2I_0}{(ML+2ml)g}}$



الشكل 2

النواس الفيزيائي يتكون من قضيب كتلته« M =103 gr » و طوله« L = 60 cm » و قطره« a_{Tig} = 6mm ». تنزلق عليه اسطوانة كتلتها « m = 209 gr » ذات قطر « a_{Cyl} = 3 cm » و ارتفاع « h = 4 cm » مثبتة على بعد « l = 58cm » (الشكل 2). بقرض أن تسارع الجاذبية « $g=9.8m/s^2$ ».

ب.1) اذكر عزم عطالة النواس الفيزيائي I_0 :

..... I_0 =.....

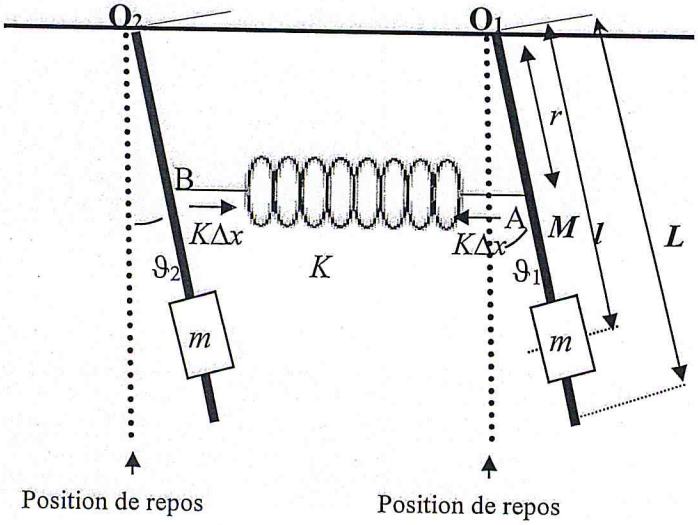
ب.2) احسب دور الاهتزازات T:

T=.....

2 - النواسان المترابطان

الجملة مكونة من نواسين فيزيائيين مترابطين ذات درجتين من الحرية. في حالتنا هذه النواسين الفيزيائيين متماثلين و مربوطين ميكانيكيا بواسطة نابض مرن ثابت صلابته K وكتلته مهملة (الشكل 3). النابض مثبت في النواسين عند

النقطتين A وB , حيث $0_1A = 0_2B = r$. المسافة الأفقية بين النواسين يجب أن تكون كافية بحيث يكون النابض في حالة ارتخاء. الحركة العامة للنظام تنتج من تراكب الحركات التوافقية المستقلة و الآنية للنواسين, تسمى الأنماط.



الشكل 3

نستخدم القانون الأساسي للتحريك للحركات الدورانية, لنحصل على معادلات حركة النواسين:

$$\sum \vec{M}(\vec{P}_m + \vec{P}_M + F(t)) = I_0 \ddot{\vec{\theta}}$$

حيث: I_0 يمثل عزم عطالة الجملة و $\vec{M}$ عزم القوى الخارجية (قوى ثقل النواسين و مرونة النابض).
القوة الناتجة عن مرونة النابض متناسبة مع الاستطالة Δx للنابض بالنسبة لوضع التوازن:

$$F = K\Delta x$$

لاعتبارات هندسية نجد

$$\Delta x = \|\Delta\vec{x}\| = (\sin(\theta_1) - \sin(\theta_2))r \approx (\theta_1 - \theta_2)r$$

عزم مرونة النابض على النواس 1:

$$\vec{M}_1 = \vec{r} \times \vec{F} = -r^2 K(\theta_1 - \theta_2)\sin\left(\theta_1 + \frac{\pi}{2}\right)\vec{k} = -r^2 K(\theta_1 - \theta_2)\cos(\theta_1)\vec{k} \approx -r^2 K(\theta_1 - \theta_2)\vec{k}$$

حيث استعملنا التقريب $\cos(\theta) \approx 1$ من اجل الزوايا الصغيرة.

وعزم قوى ثقل النواس 1:

$$\vec{M}_2 = -\frac{L}{2}Mg\sin(\theta_1)\vec{k} - lmg\sin(\theta_1)\vec{k} \approx -\left(\frac{L}{2}M + lm\right)g\theta_1\vec{k}$$

ومنه فان معادلة حركة النواس 1 تأخذ الشكل

$$I\ddot{\theta}_1 = -\left(\frac{L}{2}M + lm\right)g\theta_1 - r^2 K(\theta_1 - \theta_2)$$

عزم مرونة النابض على النواس 2:

$$\vec{M}_1 = \vec{r} \times \vec{F} = r^2 K(\theta_1 - \theta_2)\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_2\right)\vec{k} = r^2 K(\theta_1 - \theta_2)\cos(\theta_2)\vec{k} \approx r^2 K(\theta_1 - \theta_2)\vec{k}$$

وعزم قوى ثقل النواس 2:

$$\vec{M}_2 = -\frac{L}{2}Mg\sin(\theta_2)\vec{k} - lmg\sin(\theta_2)\vec{k} \approx -\left(\frac{L}{2}M + lm\right)g\theta_2\vec{k}$$

ومنه فان معادلة حركة النواس 1 تأخذ الشكل

$$I\ddot{\theta}_2 = -\left(\frac{L}{2}M + lm\right)g\theta_2 + r^2 K(\theta_1 - \theta_2)$$

هذه المعادلات تشكل جملة معادلات مترابطة, لان θ_1 و θ_2 تضهران في كل من المعادلتين. من اجل فصلهما نتبع الخطوات الآتية:

بالجمع

$$I\left(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2\right) = -\left(\frac{L}{2}M + lm\right)g(\theta_1 + \theta_2)$$

بالطرح

$$I\left(\ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2\right) = -\left(\left(\frac{L}{2}M + lm\right)g - 2r^2 K\right)(\theta_1 - \theta_2)$$

بتبديل المتغيرين $\varphi_1 = \theta_1 + \theta_2$ و $\varphi_2 = \theta_1 - \theta_2$, نجد معادلتين منفصلتين :

$$I\ddot{\varphi}_1 = -\left(\frac{L}{2}M + lm\right)g\,\varphi_1$$

$$I\ddot{\varphi}_2 = -\left(\left(\frac{L}{2}M + lm\right)g + 2r^2K\right)\ddot{\varphi}_2$$

ذات الحلين

$$\varphi_1(t) = A_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) \quad \text{مع} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{g\left(\frac{LM}{2} + lm\right)}{I}}$$

$$\varphi_2(t) = A_2\cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad \text{مع} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{g\left(\frac{LM}{2} + lm\right) + 2Kr^2}{I}}$$

A_1 , A_2 , ϕ_1 و ϕ_2 هي ثوابت تعين من الشروط الابتدائية.

إذن حل معادلتي الحركة للنواسين 1 و 2 تأخذ الشكل:

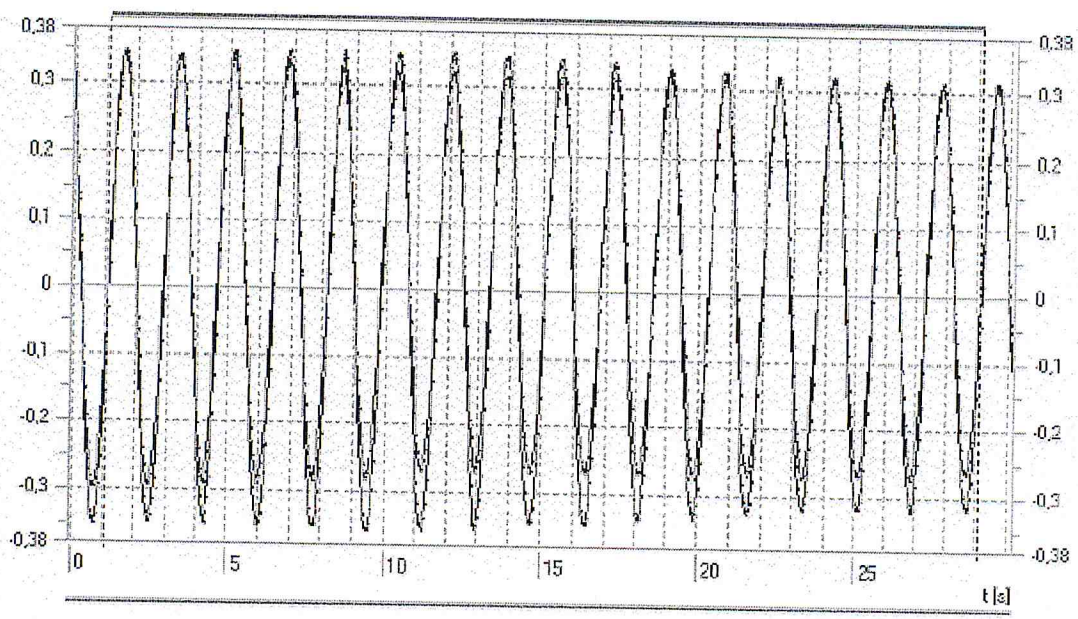
$$\theta_1(t) = A_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) + A_2\cos(\omega_2 t + \phi_2)$$
$$\theta_2(t) = A_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) - A_2\cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

نميز ثلاثة أنواع من الاهتزازات:

1) اهتزازات متناظرة (على توافق في الطور)

من اجل الشروط الابتدائية $\theta_1(0) = \theta_2(0) = \theta_0$ و $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0$ نجد $A_1 = \theta_0$, $A_2 = 0$, $\phi_1 = 0$ و ϕ_2 غير معرفة : $\Leftarrow \theta_1(t) = \theta_2(t) = \theta_0\cos\omega_1 t$, ويتعلق الأمر باهتزازات بنفس التواتر. الربط لا يلعب أي دور و النابض يبقى في نفس الوضعية من التوتر بدور :

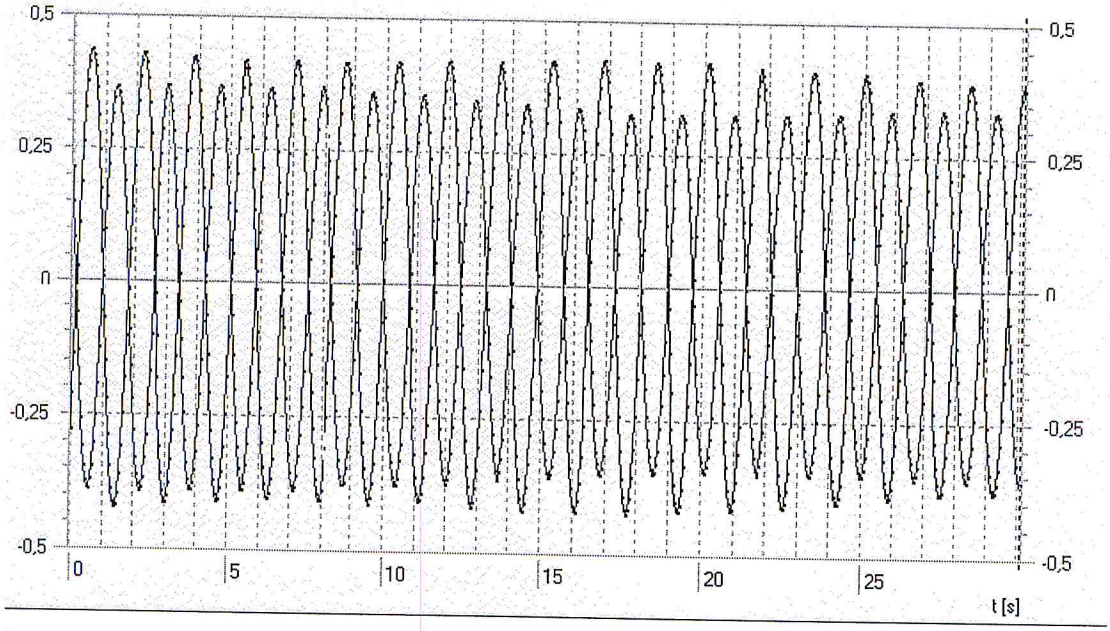
$$T_{\omega_1} = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{\frac{2I}{(ML + 2ml)g}}$$



2) اهتزازات غير متناظرة (على تعاكس في الطور)

من اجل الشروط الابتدائية $\theta_1(0)=\theta_0$, $\theta_2(0)=-\theta_0$ و $\dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0$ نجد $A_1=0$, $A_2=\theta_0$, $\phi_2=0$ و ϕ_1 غير معرفة : $\Leftarrow$ $-\theta_1(t)=\theta_2(t)=\theta_0\cos\omega_2 t$, ويتعلق الأمر مجددا باهتزازات بنفس التواتر. الربط يلعب دور التقليل في قيمة الدور :

$$T_{\omega_2}=\frac{2\pi}{\omega_2}=2\pi\sqrt{\frac{2I}{(ML+2ml)g+4Kr^2}}$$



3) اهتزازات الخفقان

من اجل الشروط الابتدائية $\theta_1(0)=\theta_0$, $\theta_2(0)=0$ و $\dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0$ نجد $A_1=A_2=\theta_0/2$ و $\phi_1=\phi_2=0$:

$$\theta_1(t)=\theta_0\cos(\frac{(\omega_2-\omega_1)}{2}t)\cos(\frac{(\omega_2+\omega_1)}{2})\Leftarrow$$

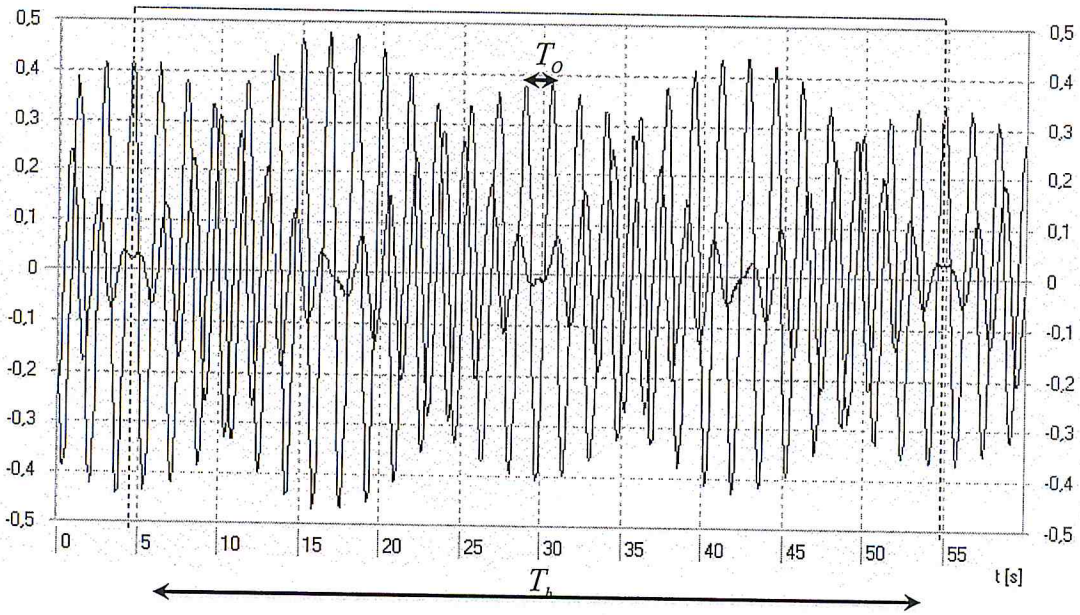
$$\theta_2(t)=\theta_0\sin(\frac{(\omega_2-\omega_1)}{2}t)\sin(\frac{(\omega_2+\omega_1)}{2})$$

إذا كان عزم قوى المرونة (الترابط) ضعيف مقارنة بعزم تقل النواس($Kr^2 \prec\prec (M\,L/2+ml)g$)فان $\omega_1\approx\omega_2$ أي $\omega_2-\omega_1 \prec\prec \omega_2+\omega_1$ وبذلك فان $\cos(\frac{(\omega_2-\omega_1)}{2}t)$ و $\sin(\frac{(\omega_2-\omega_1)}{2}t)$ تتغيران ببطء مقارنة ب $\cos(\frac{(\omega_2+\omega_1)}{2}t)$ و $\sin(\frac{(\omega_2+\omega_1)}{2}t)$. نلاحظ ان سعة الاهتزاز إحدى النواسين, بالتواتر $\frac{(\omega_2+\omega_1)}{2}$, تعدل بالتواتر الضعيف $\frac{(\omega_2-\omega_1)}{2}$ و فرق الطور $\frac{\pi}{2}$ بين الجب و التجب تفسر الخفقان بين النواسين : احدهم يهتز بسعة عظمى والآخر متوقف, أي أن الطاقة الميكانيكية تنتقل في كل اهتزازة من احد النواسين للآخر عن طريق النابض. دور الاهتزاز يساوي إلى :

$$T_O=\frac{2\pi}{(\omega_1+\omega_2)/2}=\frac{2T_{\omega_1}T_{\omega_2}}{T_{\omega_1}+T_{\omega_2}}$$

ودور الخفقان, يوافق زمن المحصور بين ثلاث توقفات متتالية لنفس النواس, يساوي إلى :

$$T_b = \frac{2\pi}{(\omega_1 - \omega_2)/2} = \frac{2T_{\omega_1}T_{\omega_2}}{T_{\omega_1} - T_{\omega_2}}$$



3. إيجاد ثابت الصلابة للنابض

1.3. الطريقة الحركية

نستطيع ايجاد ثابت الصلابة للنابض K باستعمال T_{ω_1} و T_{ω_2} للنواسين المترابطين.

$$K_{dyn} = \frac{(ML + 2ml)g}{4r^2}\left(\left(\frac{T_{\omega_1}}{T_{\omega_2}}\right)^2 - 1\right)$$

هذه العلاقة نستطيع التحقق منها باستعمال عبارتي T_{ω_1} و T_{ω_2} للنواسين المترابطين.

2.3. الطريقة السكونية

في حالة السكون $\ddot{\theta}_1(t) = \ddot{\theta}_2(t) = 0$ ومن معادلة الحركة للنواسين نستطيع إيجاد

$$0 = -\left(\frac{L}{2}M + lm\right)g\theta_1 - r^2K(\theta_1 - \theta_2)$$

ومنه

$$K_{Sta} = \frac{(ML + 2ml)g}{2r^2}\left(\frac{\theta_1}{\theta_2 - \theta_1}\right)$$

من اجل النواسين المترابطين والمتماثلين احسب

$T_{\omega_2} = \ldots\ldots\ s$, $T_{\omega_1} = \ldots\ldots\ s$, $T_b = \ldots\ldots\ s$, $T_O = \ldots\ldots\ s$

$K_{dyn} = \ldots\ldots N/m$, $K = \ldots\ldots N/m$

تعطى : تمدد النابض $\Delta x = 16Cm$ من اجل كتلة معلقة قدرها $m' = 50g$, $r = 18Cm$, $g=9.8m/s^2$.

الجـــــــزء العمـــــلي

حقق التركيب وفق الشكل 3 مثبتا النابض على نفس المسافة من محور الدوران لكلا النواسين ($r = 18Cm$). البعد الأفقي بين النواسين يجب أن يكون كافي بحيث يكون النابض في وضع الارتخاء. (قس طول النابض في وضع الارتخاء واجعل المسافة من محور الدوران لكلا النواسين مساوية له.

ملاحظة: مقدار إزاحة النواسين يكون « $x=5Cm$ » خلال التجربة

1) من اجل النواس الفيزيائي, قس (5 مرات) دور الاهتزاز ثم احسب الدور $\overline{T}$ وقارنه مع النتيجة النظرية. علق.

.....

.....

2) أحسب عزم عطالة النواس الفيزيائي $\overline{T}$ وقارنه مع النتيجة النظرية. علق.

$I = I_0 =$ .....

.....

.....

3) قس تمدد النابض المستعمل Δx من اجل كتلة معلقة قدرها $m' = 50g$ واحسب ثابت الصلابة K.

$K =$ .....N/m , $\Delta x =$ .....Cm

4) قس من اجل النواسين المترابطين, T_{ω_1} و T_{ω_2} (5 مرات) و استنتج $\overline{T}_{\omega_1}$ و $\overline{T}_{\omega_2}$. قارنها مع النتائج النظرية. علق.

.....

.....

	1	2	3	4	5	القياس
$\overline{T} =$						T
$\overline{T}_{\omega_1} =$						T_{ω_1}
$\overline{T}_{\omega_2} =$						T_{ω_2}

5) قس من اجل الخفقان T_b و T_0 و قارنها مع النتائج النظرية. علق.

$T_0 =$ ..... $T_b =$ .....

.....

.....

6) أزيح النواس الأيسر بزاوية θ_2 الموافقة ل « $x=7Cm$ » وقس الزاوية المسجلة θ_1 للنواس اليمن واحسب K_{Sta}

$K_{Sta} =$ .....

7) احسب K_{dyn} : ..... $= K_{dyn}$ وقرنه مع K_{Sta} و K. علق.

.....

8) أعطي ملخص

.....

.....

.....