Université de Bouira
Akli Mohand Oulhadj
جامعة البويرة
أكلي محند أولحاج

Faculté des Sciences et des sciences appliquées
Département de Génie Electrique
2ème Année

Année universitaire 2016/2017

Examen du module :
Logique combinatoire et séquentielle

Durée : 1h30mn

Important !! : La calculatrice et le mobile sont strictement interdits

Exercice 1 :

1. Déterminer : $(35)_8+(63)_8=(?)_8$ $(453)_8=(?)_2=(?)_{16}$ $(51,375)_{10}=(?)_2$
2. Effectuer, sur 6 bits avec la représentation en CA2, les opérations suivantes : (le résultat est-il juste ?)

$(18-20)_{10}=?$ $(-18-20)_{10}=?$

Exercice 2 :

Soit la fonction : $F=(y+z).(y+z\bar{x})$

1. Démontrer algébriquement en indiquant les propriétés utilisées que : $F=\bar{x}z+y$
2. Ecrire F sous la 1ère forme canonique (Disjonctive)
3. Simplifier la fonction F avec le tableau de Karnaugh
4. Représenter cette fonction avec un décodeur 1/8 .

Exercice 3 :

Le comité directeur d'une entreprise est constitué de quatre membres : Le directeur D et ses trois adjoints A, B, C. Lors des réunions, les décisions sont prises à la majorité. Chaque personne dispose d'un interrupteur pour voter (allumer une lampe R s'il est d'accord et l'éteindre sinon). En cas d'égalité du nombre de voix, celle du directeur compte double.

1. Donner la table de vérité du système ;
2. Ecrire l'expression logique de la sortie R puis simplifié ;
3. Dessiner le logigramme de la sortie avec des portes logiques.
4. Représenter cette fonction avec un multiplexeur 8 vers 1.

Exercice 4 :

Construire un circuit logique capable de comparer entre deux nombres binaires de trois bits chacun : $A_2A_1A_0$ et $B_2B_1B_0$.En sortie, on aimerait avoir : 1 si $A_2A_1A_0 < B_2B_1B_0$, et 0 sinon.

Bon courage

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Akli Mohand Oulhadj - Bouira -
Tasdawit Akli Muḥend Ulḥag - Tubirett -
Faculté des Sciences et des Sciences Appliqués

جامعة البويرة

Département :
Groupe :
Date : Année Universitaire :
Module :
Semestre : Session :

N° d'inscription :
Nom :
Prénom :
Date de naissance :
Lieu de naissance :

Note :

Observation : Correction d'Examen Logique combinatoire et séquentielle

EXO1 : (5 pts)

(1 pts) 1. $(35)_8 + (63)_8 = (120)_8$

$$\begin{array}{r} 35 \\ +\ 63 \\ \hline = 120 \end{array}$$

(0,25) $(453)_8 = (100\ 101\ 011)_2$

car 4 = 100, en binaire sur 3 bits 5 = 101, 3 = 011

(0,25) $= (0001\ 0010\ 1011)_2 = (1\ 2B)_{16}$

car on regroupe les paquets de quatre bits pour la conversion $(\ )_2 \rightarrow (\ )_{16}$

Donc : $(1011)_2 \rightarrow (B)_{16}$

$(0010)_2 = (2)_{16}$

$(0001)_2 = (1)_{16}$

$(51,375)_{10} = (\ ?\ )_2$

(0,25) on a : $(51)_{10} = (110011)_2$

$$\begin{array}{l} 51 \div 2 = 25 \text{ reste } 1 \\ 25 \div 2 = 12 \text{ reste } 1 \\ 12 \div 2 = 6 \text{ reste } 0 \\ 6 \div 2 = 3 \text{ reste } 0 \\ 3 \div 2 = 1 \text{ reste } 1 \\ 1 \div 2 = 0 \text{ reste } 1 \end{array}$$

$(0,375)_{10} = (\ ?\ )_2$

$0,375 \times 2 = 0,75$

$0,75 \times 2 = 1,5$

$0,5 \times 2 = 1,0$

(0,25) Donc $(0,375)_{10} = (0,011)_2$

/...

2.) Avec un format de 6 bits l'intervalle autorisé en CA2 est

$$\boxed{-32 \leq N \leq +31}$$

* Calcul de : $(18-20)_{10} = ?$

on a : $(18)_{10} = (010010)_2$

18 | 2
0 | 9 | 2
1 | 4 | 2
0 | 2 | 2
0 | 1

$(20)_{10} = (010100)_2$

20 | 2
0 | 10 | 2
0 | 5 | 2
1 | 2 | 2
0 | 1

$\Rightarrow (-20) = CA2(20) = CA2(010100)$

$= CA1(010100) + 1$

$= 101011 + 1 = 101100$

$(-20) = \boxed{(101100)}$ (0,5)

$18 - 20 = 18 + (-20) = 010010 + 101100$

$$
\begin{array}{lcl}
18 & \longrightarrow & 010010 \\
+\ -20 & \longrightarrow & +\ 101100 \\
\hline
= -2 & & = 111110
\end{array}
$$

(0,5) le résultat est négatif

Donc on prend le CA2(111110). (0,25)

$CA2(111110) = 000001 + 1 = 000010 = (2)_{10}$

Donc : $(111110) = (-2)_{10}$. le résultat est juste.

(0,25)

$(-18-20)_{10} = ?$

$18 = 010010 \Rightarrow -18 = CA2(18) = CA2(010010)$

$= 101101 + 1$

$\boxed{-18 = 101110}$ (0,5)

$-20 = 101100$

$-18 - 20 = (-18) + (-20) = 101110 + 10110$

$$\begin{array}{r} -18 \\ +\ -20 \\ \hline = -38 \end{array} \qquad \begin{array}{r} ^{1\,1} \\ +\ 101110 \\ 101100 \\ \hline \cancel{1}\,011010 \end{array}$$

7ème bit éliminé

0,5

0,5 Ce résultat n'est pas juste ($N < -32$) et le signe de la somme ne peut pas être positif.

EXO2 : (5 pts)

$$F = (y+z)(y+z\bar{u})$$

1) $F \stackrel{?}{=} \bar{u}z + y$, il y a plusieurs méthodes

par exemple :

1ère méthode :

$F = (y+z)(y+z\bar{u}) = y + z.z\bar{u}$ (Distribution)

$\boxed{F = y + z\bar{u}}$ (idempotence ou bien redondance)

2ème méthode :

$F = (y+z)(y+z\bar{u})$

$= y.y + yz\bar{u} + zy + z.z\bar{u}$ (Distribution)

$= y + yz\bar{u} + zy + z\bar{u}$ (idempotence)

$= y(1+z) + \bar{u}z(y+1)$ (Distribution ou bien mise en facteur)

$= y.1 + \bar{u}z.1$ (elt absorbant (1))

$\boxed{F = y + \bar{u}z}$ (1 elt neutre)

1,5 méthode + propriété

0,75 méthode

0,75 propriété

2) F sous la 1ère forme canonique :

on a : $F = y + z\bar{u} = y(u+\bar{u})(z+\bar{z}) + \bar{u}(y+\bar{y})z$

$F = (yu + y\bar{u})(z+\bar{z}) + \bar{u}yz + \bar{u}\bar{y}z$

$F = uyz + uy\bar{z} + \bar{u}yz + \bar{u}y\bar{z} + \bar{u}yz + \bar{u}\bar{y}z$

1 $F = uyz + uy\bar{z} + \bar{u}yz + \bar{u}y\bar{z} + \bar{u}\bar{y}z = \sum$ minterm

↑ F sous la 1ère forme

page

$$\begin{array}{r} -18 \\ + \; -20 \\ \hline = -38 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1\,1} \\ 101110 \\ +\;101100 \\ \hline \cancel{1}\,011010 \end{array}$$

$7^{ème}$ bit éliminé

0,5

0,5 Ce résultat n'est pas juste ($N < -32$) et le signe de la somme ne peut pas être positif.

EXO2 : (4,5 pts)

$$F = (y+z)(y+z\bar{u})$$

1) $F \stackrel{?}{=} \bar{u}z + y$, il y a plusieurs méthodes

par exemple :

$1^{ère}$ méthode :

$F = (y+z)(y+z\bar{u}) = y + z \cdot z\bar{u}$ (Distribution)

$\boxed{F = y + z\bar{u}}$ (idempotence ou bien redondance)

1,5

méthode + propriété

0,75 méthode

0,75 propriété

$2^{ème}$ méthode :

$F = (y+z)(y+z\bar{u})$

$= y.y + yz\bar{u} + zy + z.z\bar{u}$ (Distribution)

$= y + yz\bar{u} + zy + z\bar{u}$ (idempotence)

$= y(1+z) + \bar{u}z(y+1)$ (Distribution ou bien mise en facteur)

$= y.1 + \bar{u}z.1$ (elt absorbant (1))

$\boxed{F = y + \bar{u}z}$ (1 elt neutre)

2) F sous la $1^{ère}$ forme canonique :

on a : $F = y + z\bar{u} = y(u+\bar{u})(z+\bar{z}) + \bar{u}(y+\bar{y})z$

$F = (yu + y\bar{u})(z+\bar{z}) + \bar{u}yz + \bar{u}\bar{y}z$

$F = uyz + uy\bar{z} + \bar{u}yz + \bar{u}y\bar{z} + \bar{u}yz + \bar{u}\bar{y}z$

1 $\boxed{F = uyz + uy\bar{z} + \bar{u}yz + \bar{u}y\bar{z} + \bar{u}\bar{y}z}$ $= \Sigma$ minterm

$\uparrow$ F sous la $1^{ère}$ forme

3. Simplification avec la table de Karnaugh :

On a : TV de F ; on a : $F = \sum (m_1, m_2, m_3, m_6, m_7)$.

0,75

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

??

1

Table de Karnaugh :

z \ xy	00	01	11	10
0		1	1	
1	1	1	1	

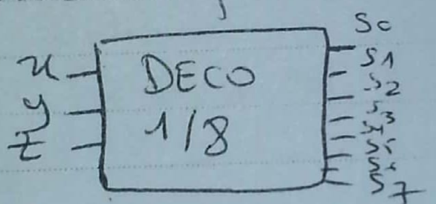
0,75

Donc : $\boxed{F = y + \bar{x} z}$

4. • Representation avec un décodeur 1 parmi 8 :

Un décodeur 1 parmi 8 contient 3 entrées et $2^3 = 8$ sor

tq :



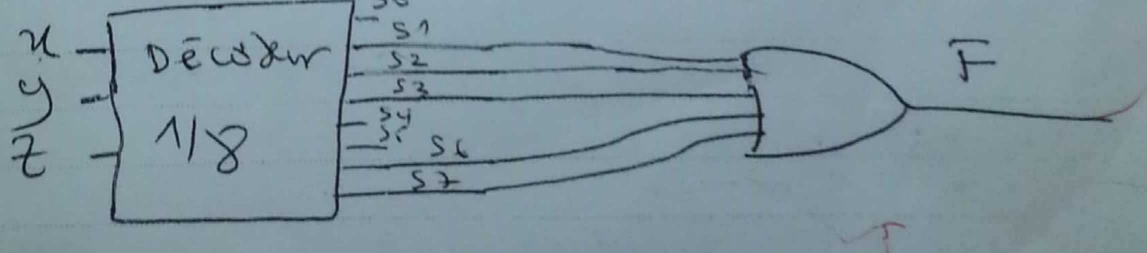
tq : $S_0 = \bar{x}\bar{y}\bar{z}$; $S_4 = x\bar{y}\bar{z}$
$S_1 = \bar{x}\bar{y}z$; $S_5 = x\bar{y}z$
$S_2 = \bar{x}y\bar{z}$; $S_6 = xy\bar{z}$
$S_3 = \bar{x}yz$, $S_7 = xyz$

Et on a : $F = xyz + xy\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$

$$F = \sum (S_1, S_2, S_3, S_6, S_7).$$

Donc : on peut représenter F avec un décodeur 1 comme suit :

1



page4

...ère de l'Enseignement Supérieur
...de la Recherche Scientifique
...ersité Akli Mohand Oulhadj - Bouira -
...sdawit Akli Muḥend Ulḥag - Tubirett -

Faculté des Sciences et des Sciences Appliqués

جامعة البويرة

N° d'inscription :

Nom :

Prénom :

Date de naissance :

Lieu de naissance :

Département :

Groupe :

Date : Année Universitaire :

Module :

Semestre : Session :

Note :	Observation :

Exo3 : (6pts) 6

1) Table de vérité :

1

A	B	C	D	R
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

ou bien

D	C	B	A	R
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

2

2. L'expression logique de la sortie R :

0,5

$$R = \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$$

Simplification de l'expression de R :

Simplification avec la table de Karnaugh :

01 pour position de D

01 pour groupe

1

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01		1	1	1
11	1	1	1	1
10			1	

AD

CD

ABC

BD

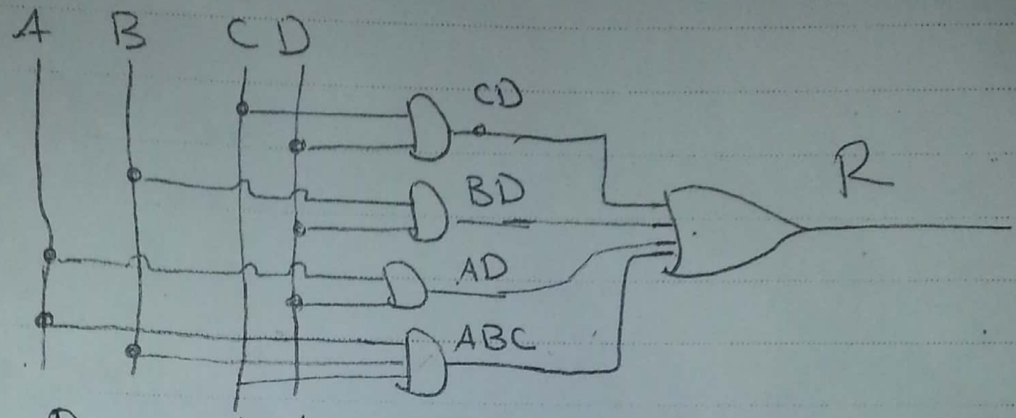
Donc :

$$\boxed{R = CD + BD + AD + ABC}$$

1

Scanned by CamScanner

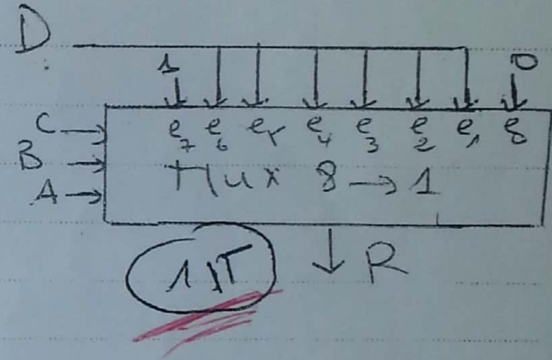
3. Logigramme de R avec des portes logiques



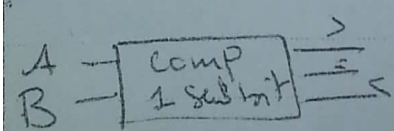
4. Représentation de R avec un Mux 8 vers 1 :

On a : TV de R

A	B	C	D	R	
0	0	0	0	0	$e_0 = 0$
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	$e_1 = D$
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	$e_2 = D$
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	0	$e_3 = D$
0	1	1	1	1	
1	0	0	0	0	$e_4 = D$
1	0	0	1	1	
1	0	1	0	0	$e_5 = D$
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	$e_6 = D$
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	$e_7 = 1$
1	1	1	1	1	



5) Exo4 : Le fonctionnement du comparateur à 3 bits déduit de celui à 1 seul bit



A	B	I	E	S
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0

Donc : $I = \bar{A}B$

$E = \bar{A}\bar{B} + A.B = A \odot B$

$S = A.\bar{B}$

En effet pour comparer deux nombres à 3 bits, i[...]

comparer les bits de même rang.

$\Rightarrow$ pour que la sortie = 1 il faut que $A_2 A_1 A$[...]

sinon 0

(A < [...]