Module : Structure Machine

Enseigné par : Mr. DJOUAD

Objectif du module

- Comprendre comment on **représente** dans la machine les **données** saisies par l'utilisateur,

- comment la machine **représente** les **opérations arithmétiques** sur les données, à travers les circuits logiques.

Donnée et information

- Une donnée est une description **élémentaire** d'une **réalité** (chose, événement, etc.)

- Les données peuvent être **conservées** et classées sous différentes formes : **papier, numérique, alphabétique, images, sons**, etc.

- Une information=donnée **significative, structurée**

Donnée et information

Exemple:

Donnée : 10, y, personne, âge, ans, etc.

Information: X est une personne, age(x)=15, etc.

Données et software

Informatique soft: tout est autour des données.

- Stocker les données: **base de données**,
- Traiter les données: logiciel, **génie logiciel**,
- Transférer les données : **réseau** informatique,
- Visualisation des données: IHM
- Organiser les données: organisation, **système d'information**

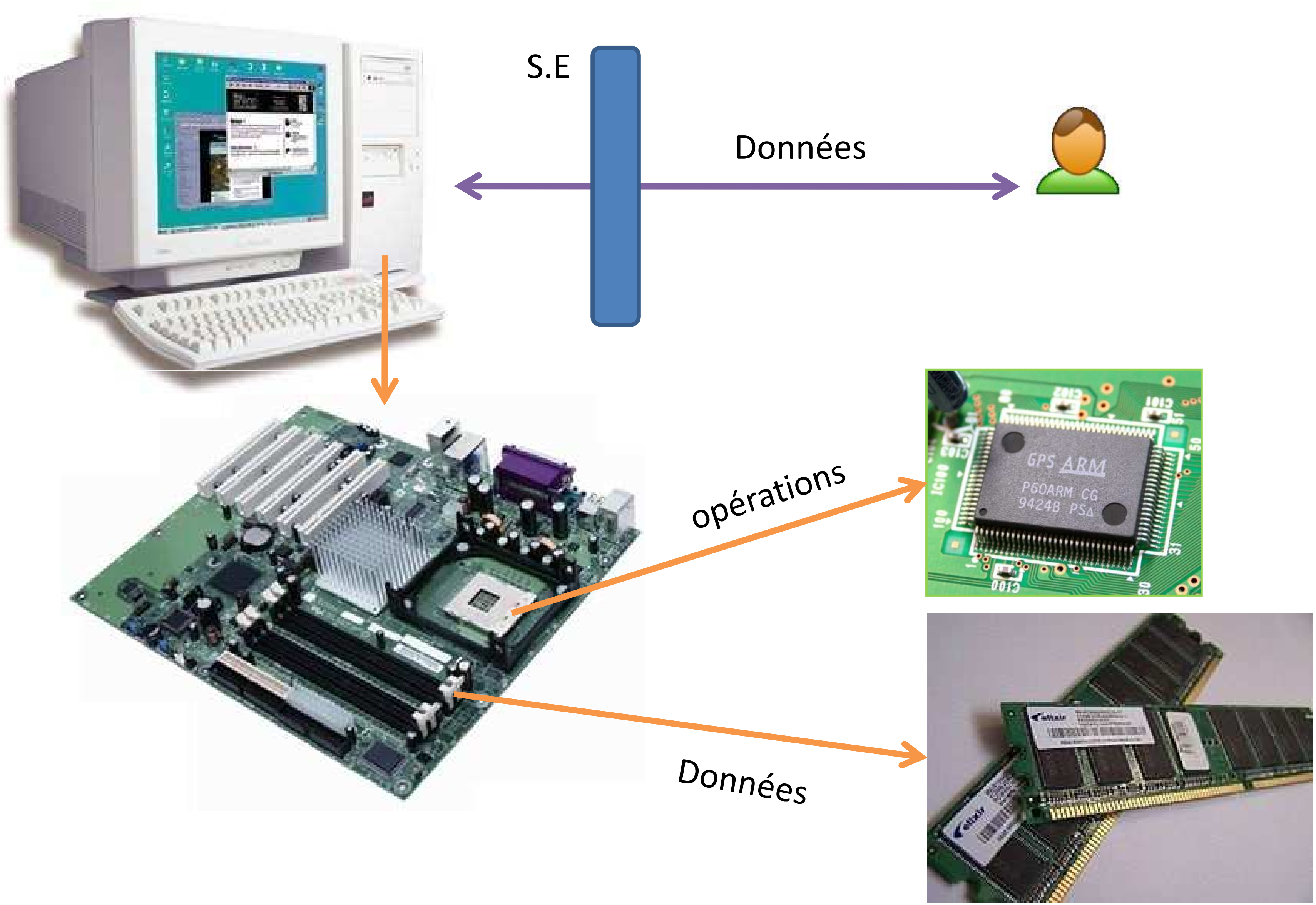
Données et hardware

Informatique hard: tout est autour des données.

- Représenter les données dans la machine: **Structure Machine**,
- Traiter les données, exécuter les instructions : **Architecture des ordinateurs**,
- Gérer toutes les données dans une machine : **système d’exploitation**,

etc….

Les données dans la machine



Objectif du module

- Comprendre comment on **représente** dans la machine les **données** saisies par l'utilisateur,

- comment la machine **représente** les **opérations arithmétiques** sur les données, à travers les circuits logiques.

Programme du module

Chapitres:

1- Représentation des données

2- Algèbre de Boole

3- Circuits logiques

4- Analyse et synthèse des circuits logiques

Chapitres:

1- Représentation des données

2- Algèbre de Boole

3- Circuits logiques

4- Analyse et synthèse des circuits logiques

CH1: Représentation des données

- 1- Introduction et historique
- 2- Les systèmes de numérotation
- 3- Les opérations arithmétiques
- 4- Le codage Machine (S.V.A, C1, C2)

1- Introduction et historique

- L’ABACUS, Le Napier, etc.
- L’apparition des ordinateurs
- La proposition de Von-Neuman

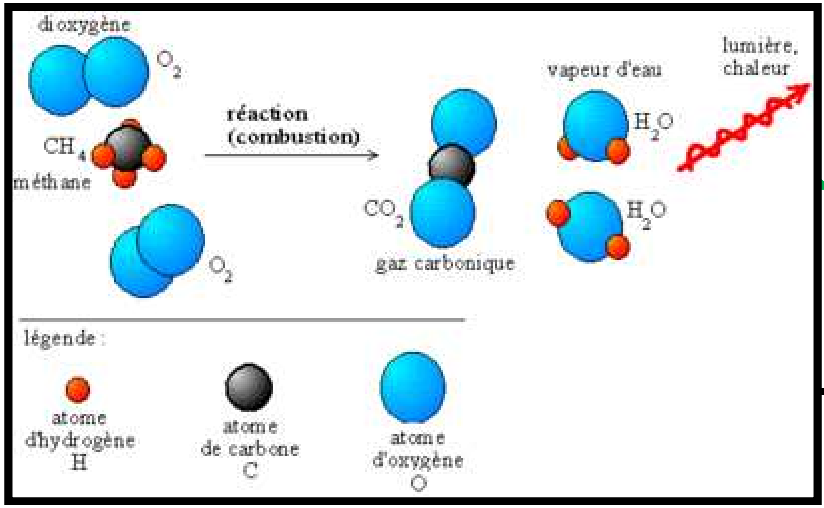
Introduction et historique

Informatique?

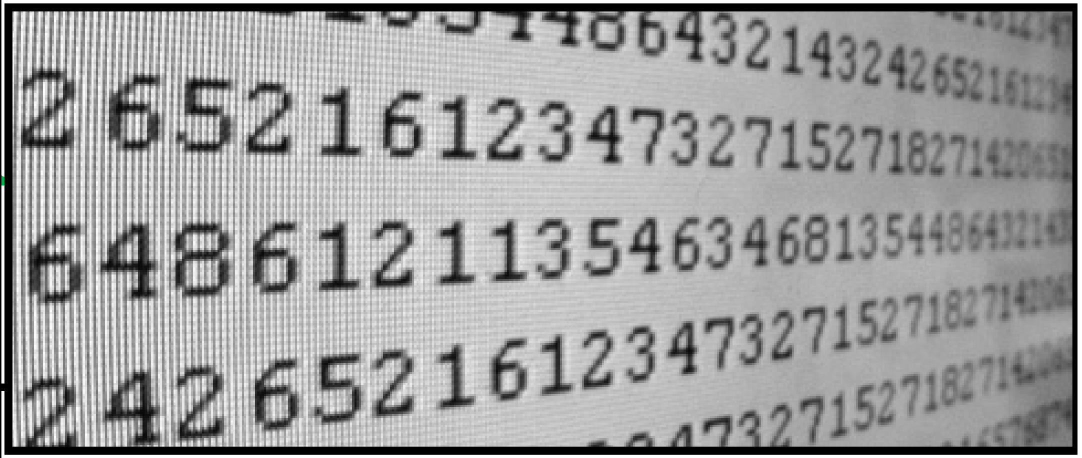
Informatique = Information + Automatique

« La science du traitement **automatique de** l'**information»**

Introduction et historique

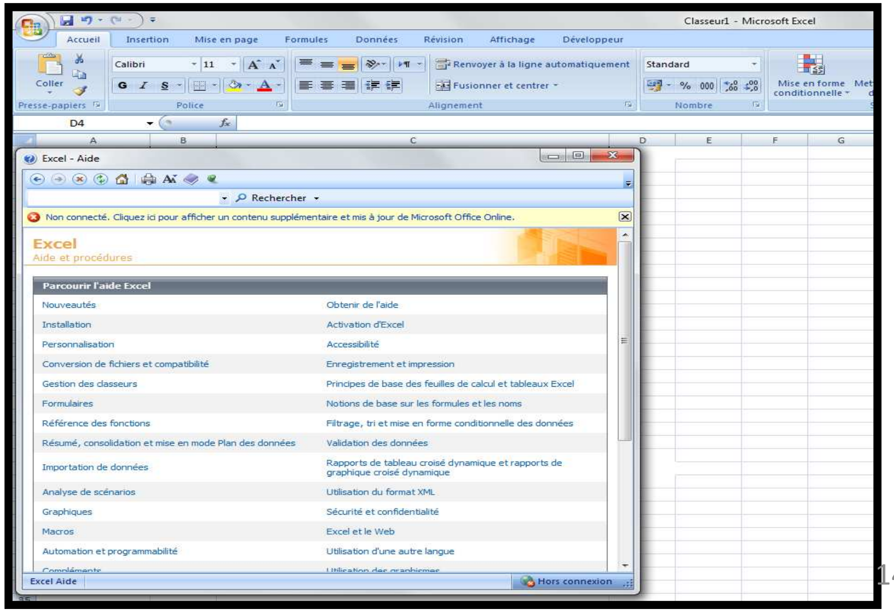


simulation d'une réaction chimique,
un calcul mathématique et physique, etc.



Cryptographie (2ième guerre mondiale
Jusqu'à nos jours)

Organisation et gestion de l'information:
gestions de la finance, comptabilité, etc.



Introduction et historique

Comment faire de l'informatique?

- Utiliser des machines **calculateurs**, ce qui est devenu actuellement les **ordinateurs**.

Calculateur = Calculator machine

Ordinateur = Computer

Introduction et historique

Évolution

- Histoire de l'informatique est **très courte** (1945-2012)

- Par contre, le développement est **très rapide**

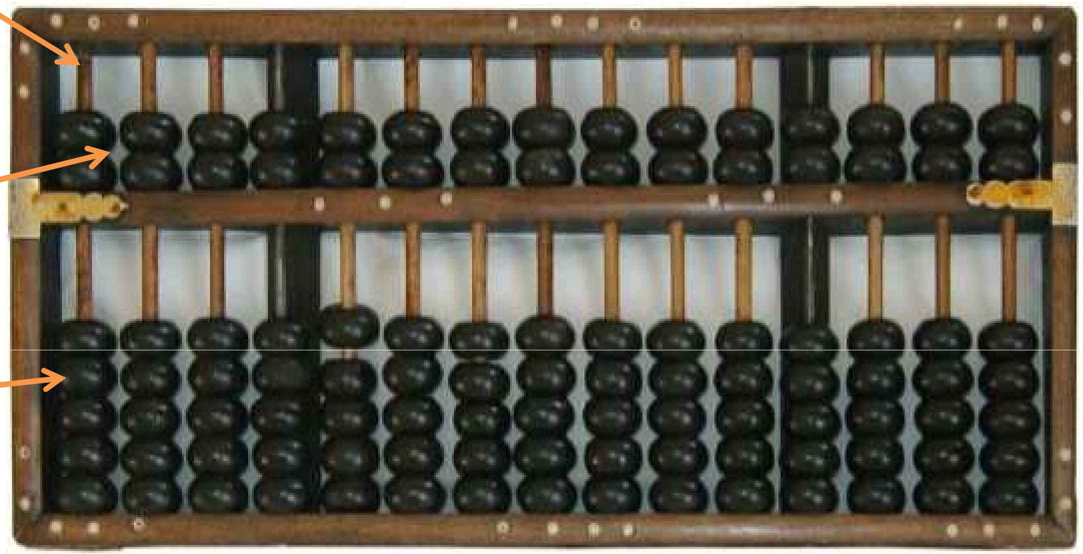
- **Avant 1945? Comment on calcule?**

Introduction et historique

15 bâtons

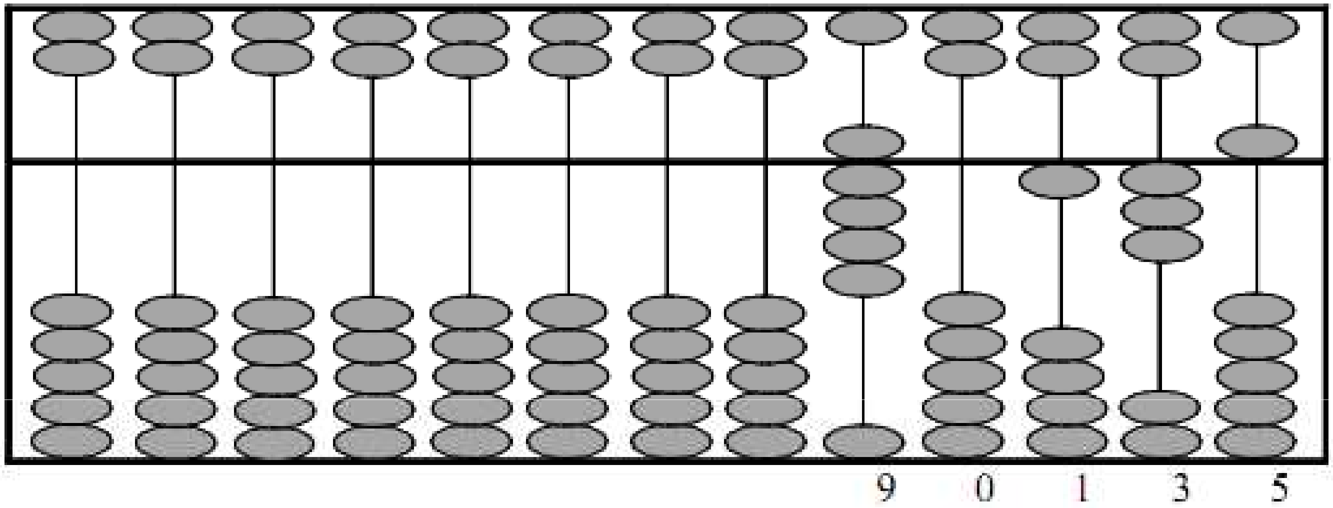
2 boules en haut

5 en bas



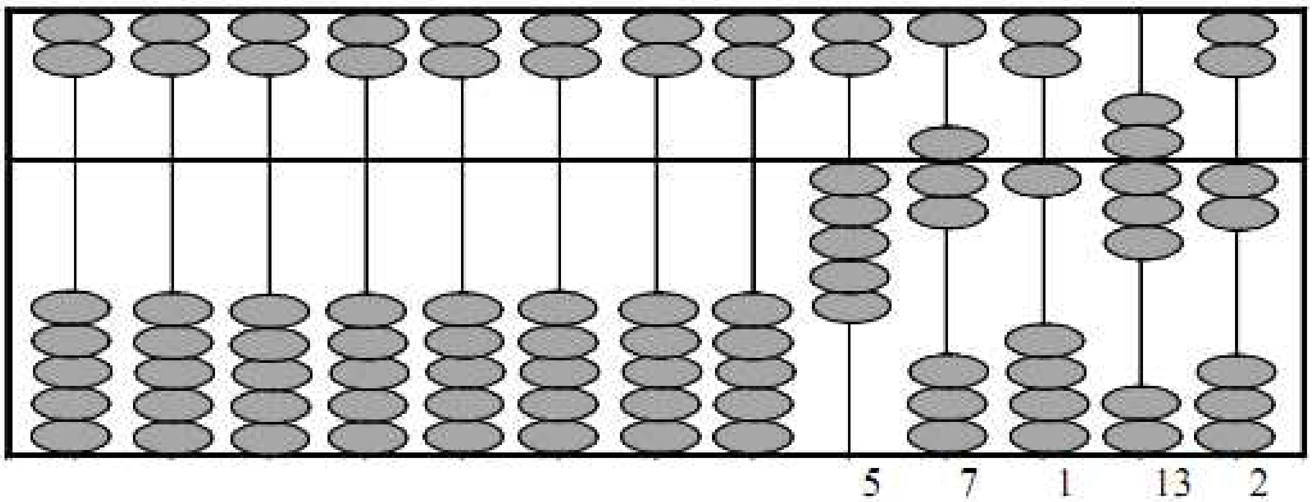
Abacus (boulier, 400 ans Avant.JC)

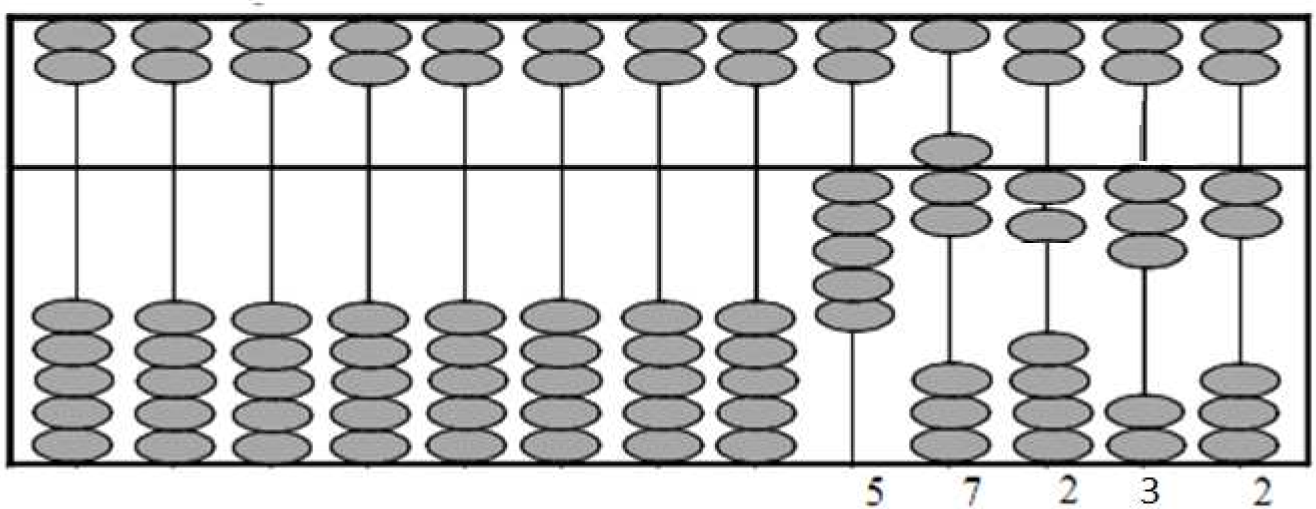
Introduction et historique



- La représentation en décimal du chiffre: 90135

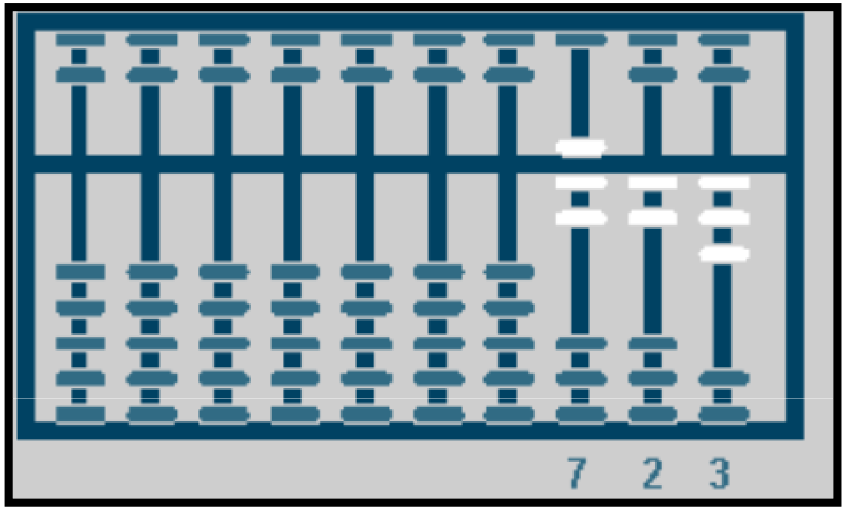
Introduction et historique

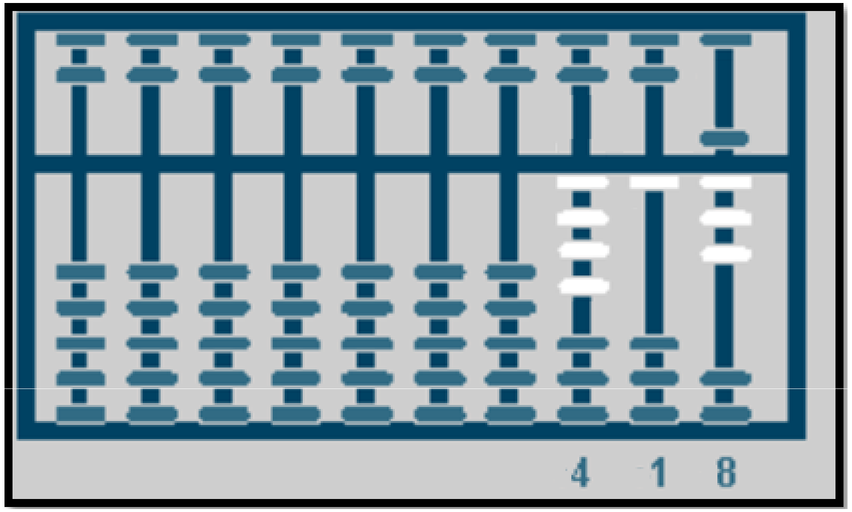


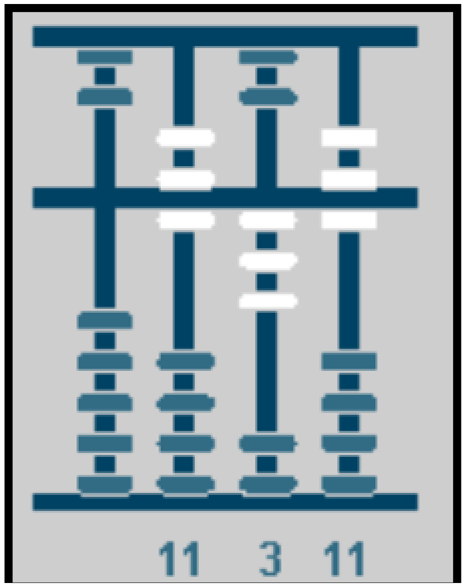


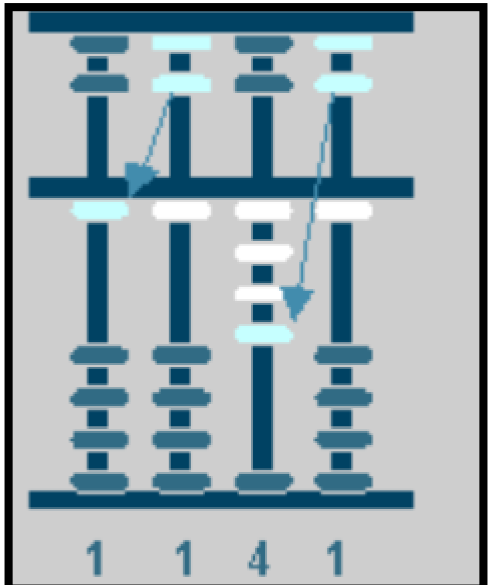
Représenter le chiffre: 57232= 571(13)2

Introduction et historique



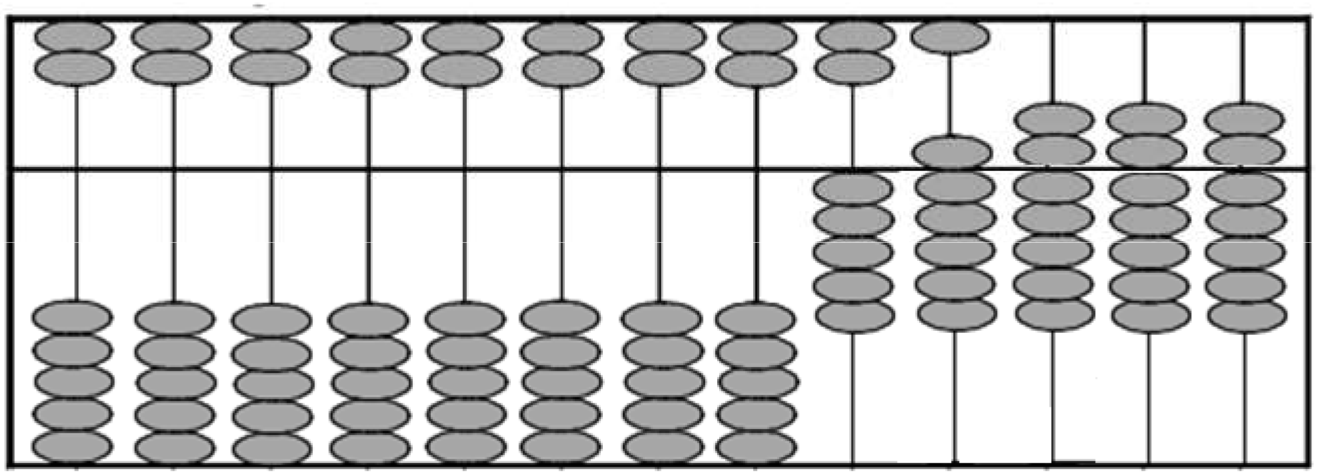






Introduction et historique

45888+15777= 5(10)(15)(15)(15)

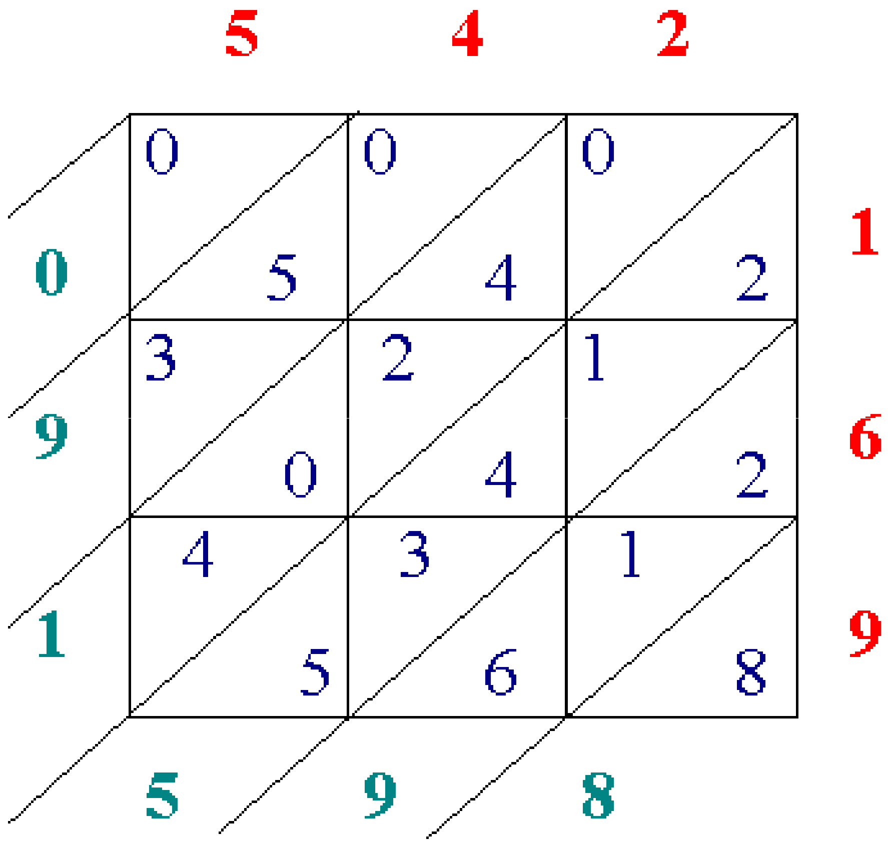


Difficulté? Comment on fait?
Blocage du boulier

Des animations flash pour tester l’Abacus (japonais)

http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/textes/boulier.htm

Introduction et historique

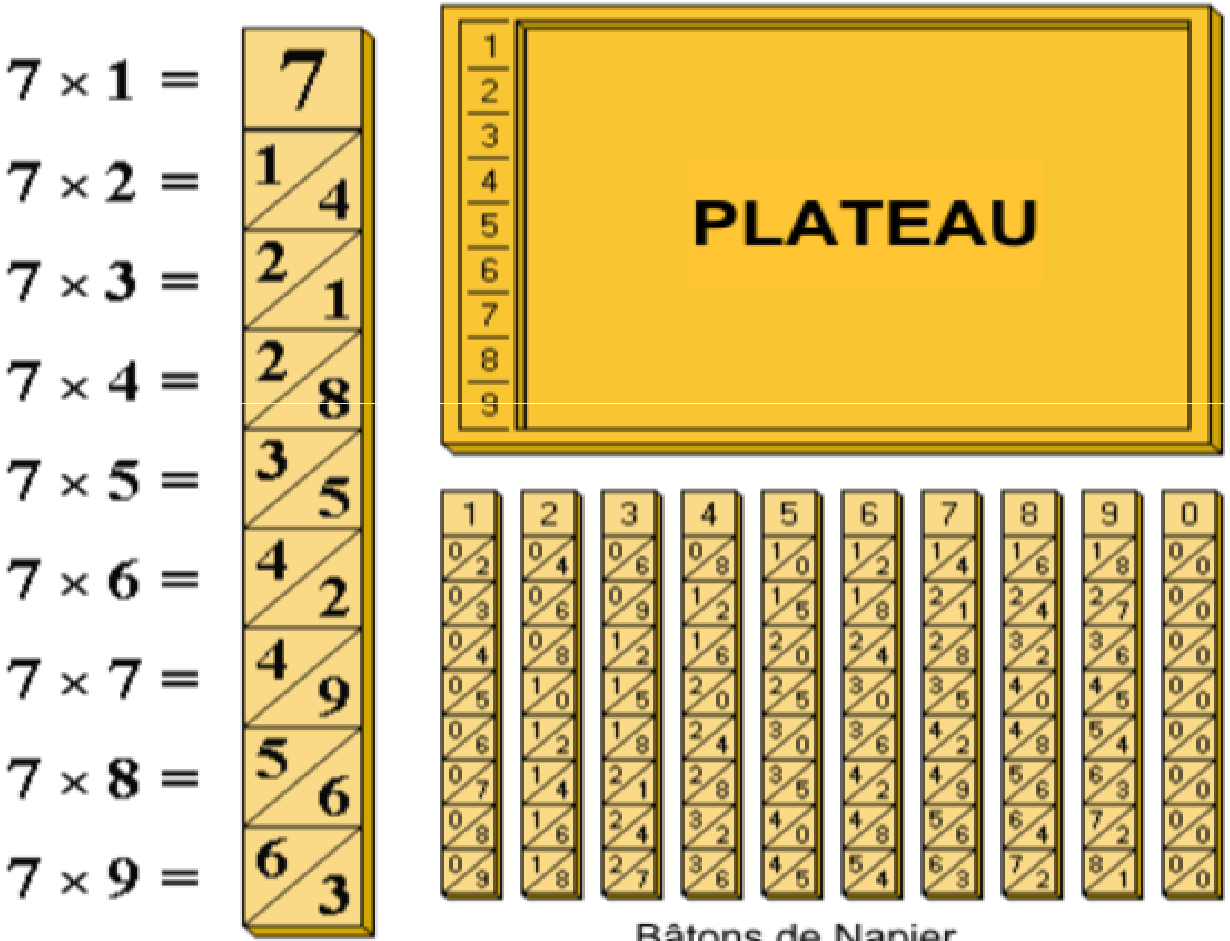


La multiplication arabe (1300 ans après J.C)

Introduction et historique

BATONS DE NEPER 1615 (John Napier)

Introduction et historique



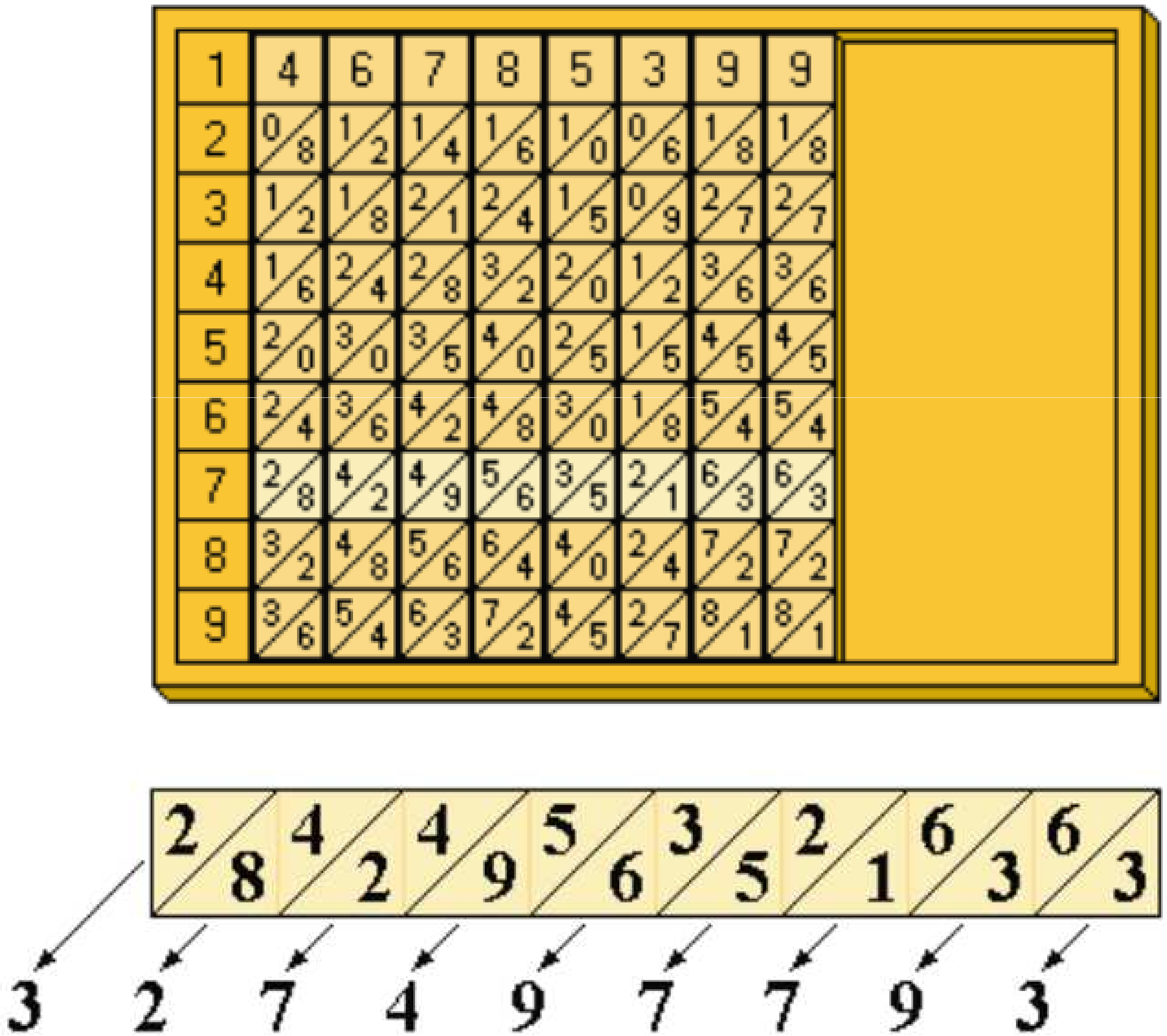
Bâtons de Napier

Introduction et historique

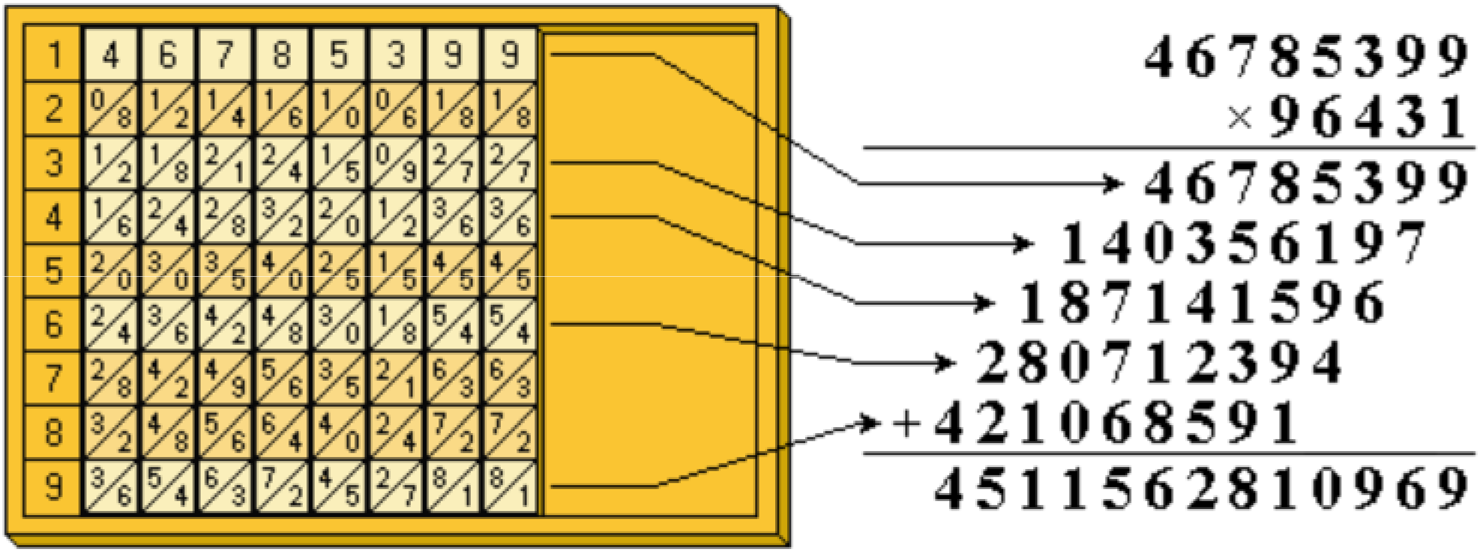
Les bâtons de Napier s'utilisent principalement pour faire le produit

Exemple: 46785399*7

Introduction et historique



Introduction et historique

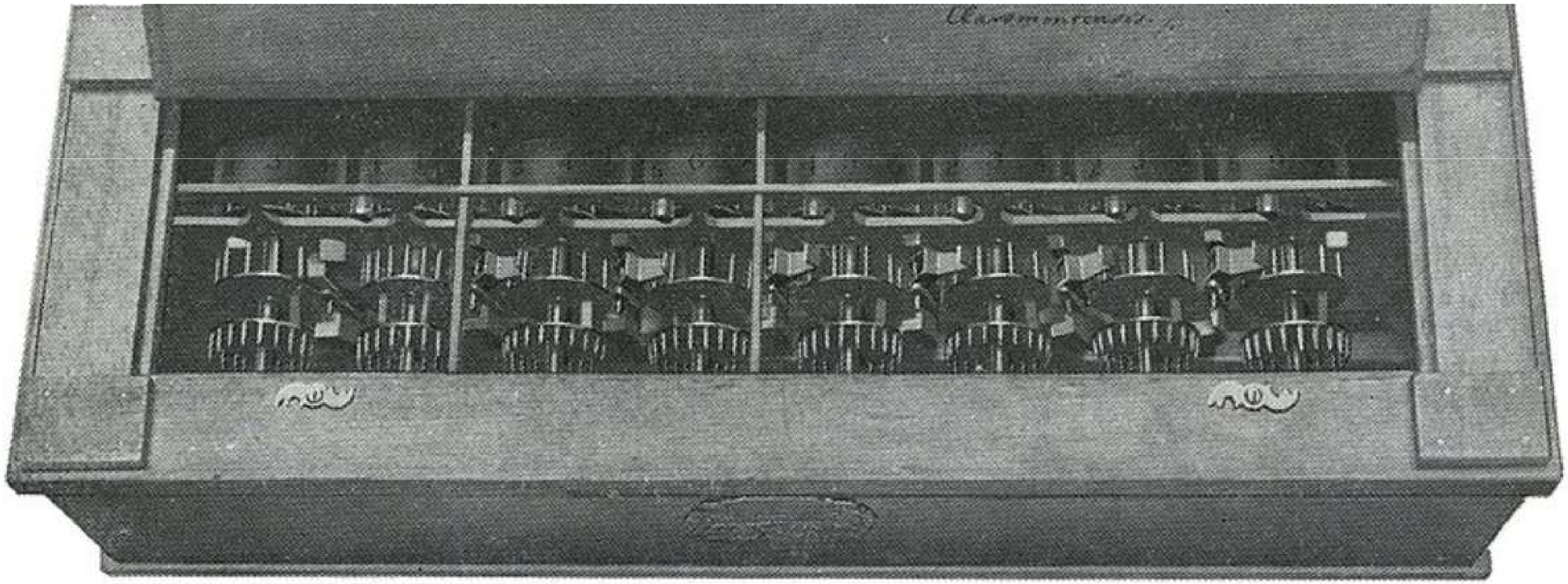


Introduction et historique

Introduction et historique

La Pascaline - 1652

Introduction et historique

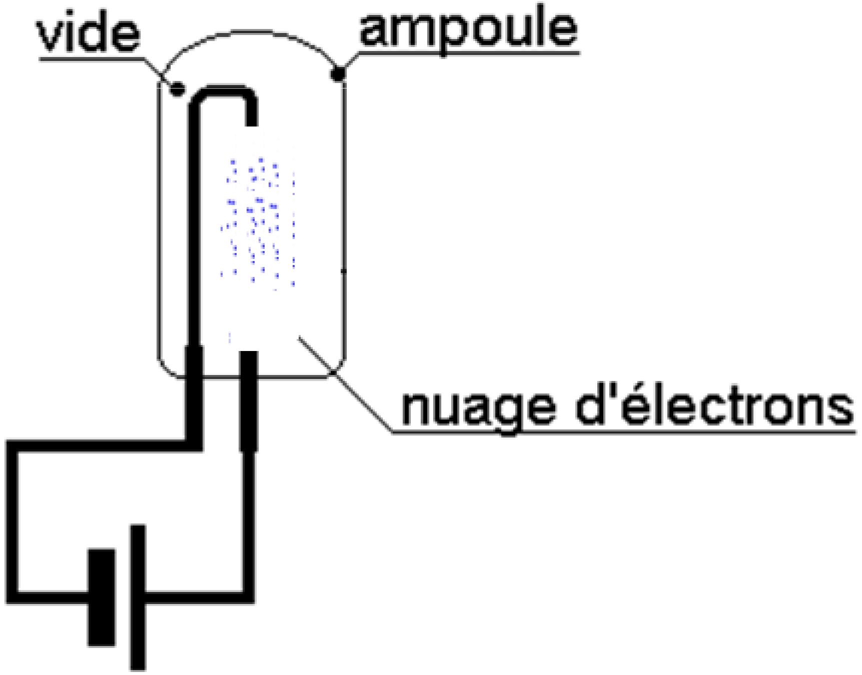


1- Introduction et historique

- L’ABACUS, Le Napier, etc.
- L’apparition des ordinateurs
- La proposition de Von-Neuman

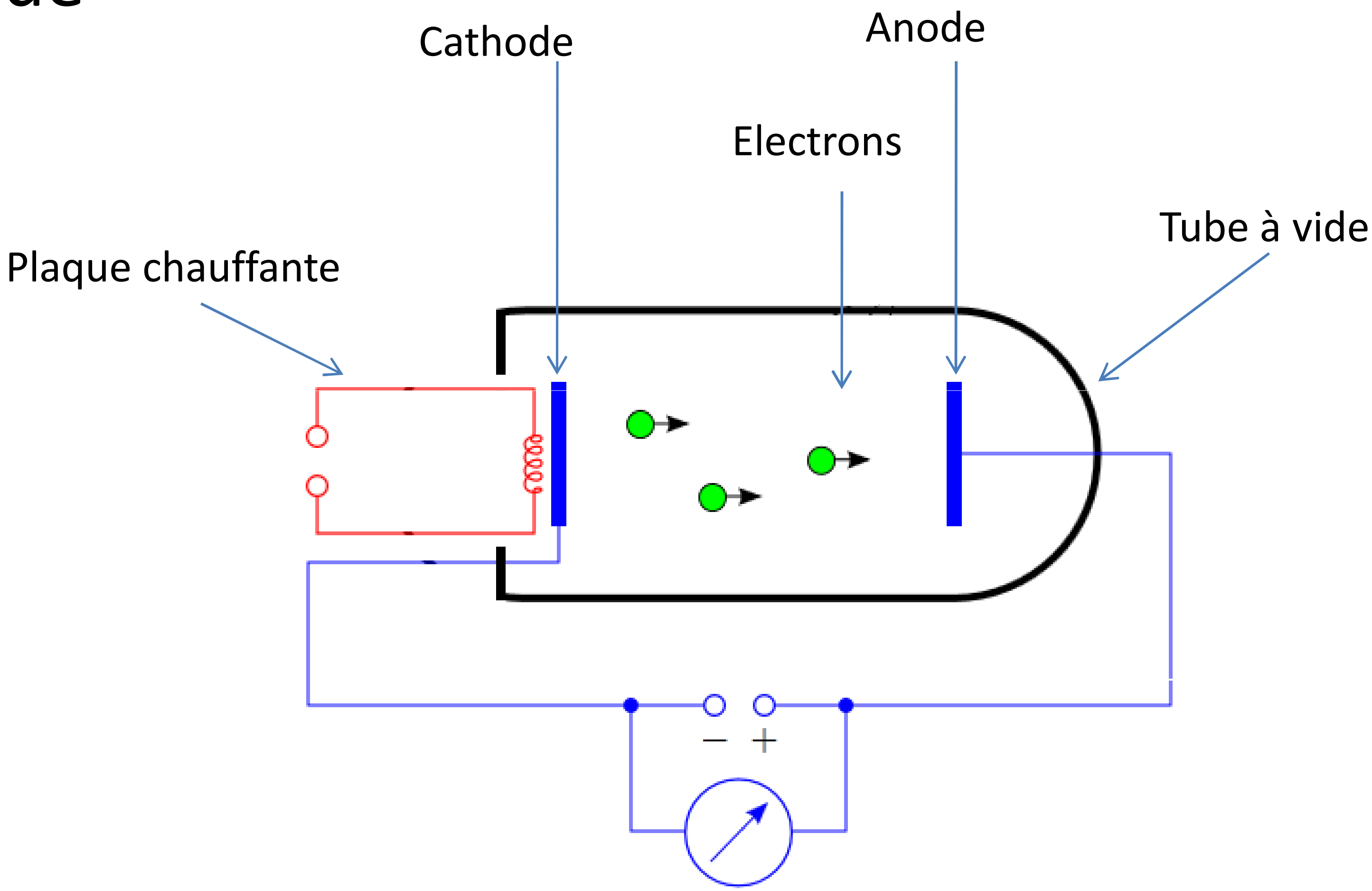
Introduction et historique

L'électronique (G1): Les tubes à vides (1945)



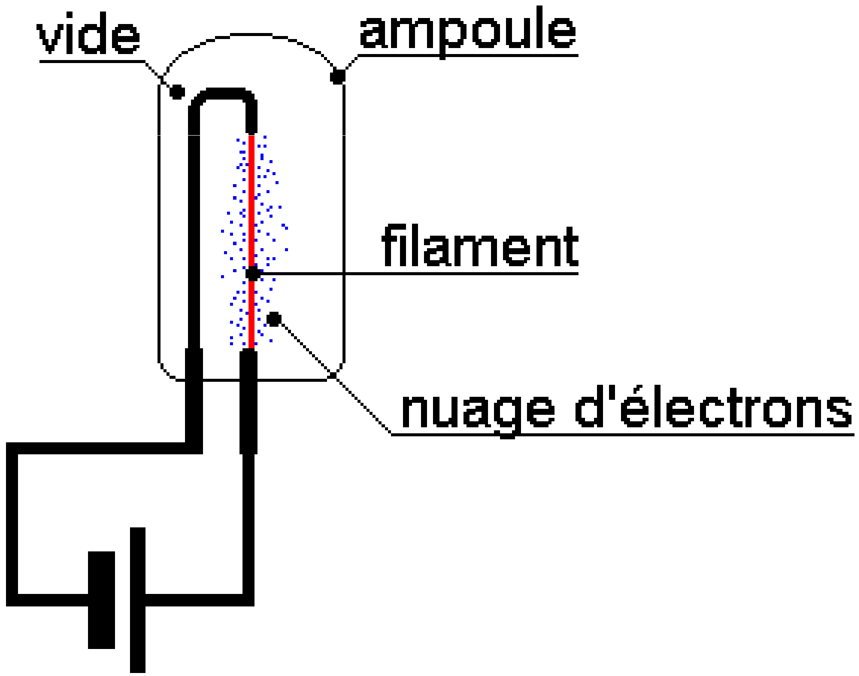
Introduction et historique

Diode

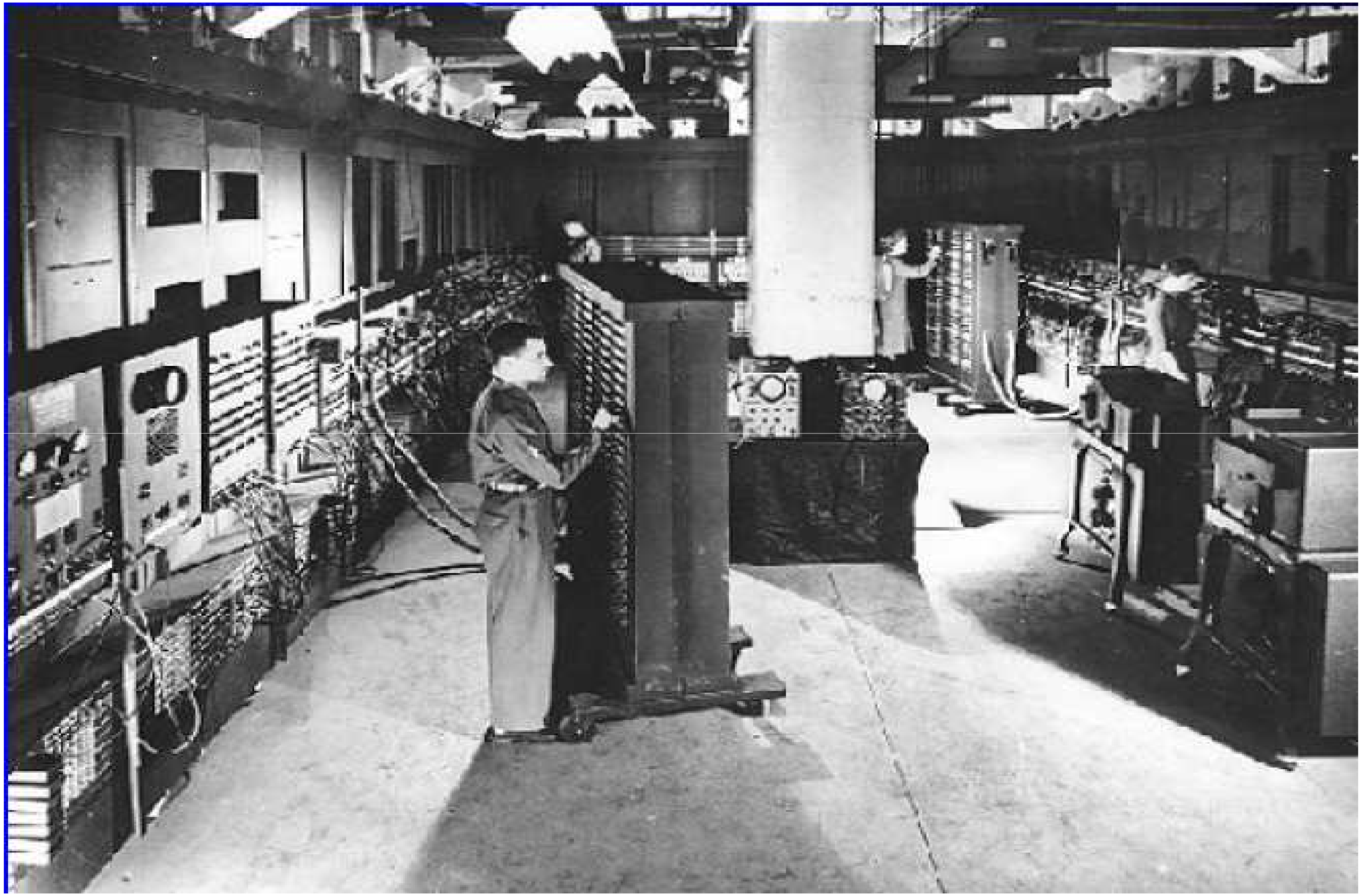


Introduction et historique

Pour contrôler le mouvement des électrons on rajoute un filament



Introduction et historique



ENIAC: ***Electronic Numerical Integrator Analyser and Computer*** 1945

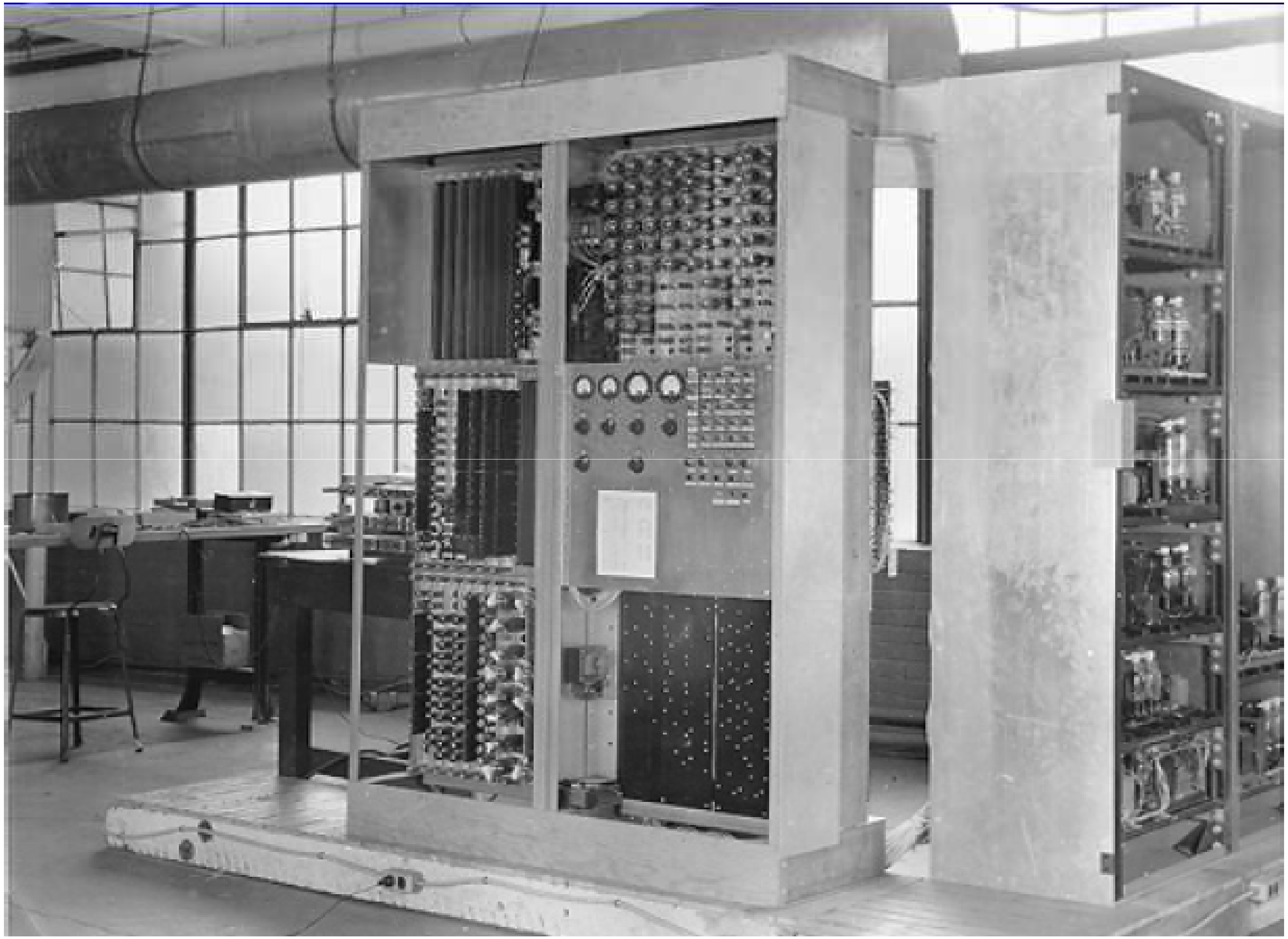
Introduction et historique

- 20 nombres à dix chiffres
- 5 000 additions simples chaque seconde.
- 357 multiplications ou 38 divisions par seconde.

- 17 468 tubes à vide,
- 70 000 résistances,
- 10 000 condensateurs
- 5 millions de joints soudés à la main.

- Son poids est de 30 tonnes
- des dimensions de 2,4 x 0,9 x 30,5 mètres

Introduction et historique



EDVAC 1946: **Electronic Discrete Variable Automatic Computer**

Introduction et historique

UNIVAC (UNIVersal Automatic Computer**)– 1955 avec un Disque de stockage**

Introduction et historique

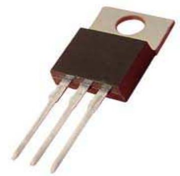
Addition, multiplication, soustraction, division.

capacité-mémoire de 44Kbit

- 6000 tubes à vide
- occupe une surface de 45,5 m2
- et pèse 7 850 kg.
- Il faut, pour le faire fonctionner, trois équipes de trente personnes qui se succèdent en continu.

Introduction et historique

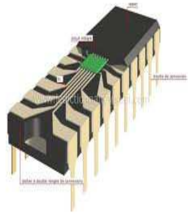
L’apparition des transistors 1948 (G2)



Le mini ordinateur :
PDP(Programmed Data Processor), 1960

Introduction et historique

Les circuits intégrés (G3) avec le premier processeur en 1971 par Intel



Apple 2 - 1977

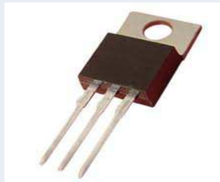
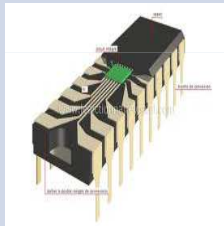
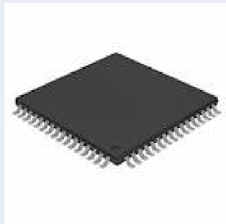
IBM 1981

Introduction et historique

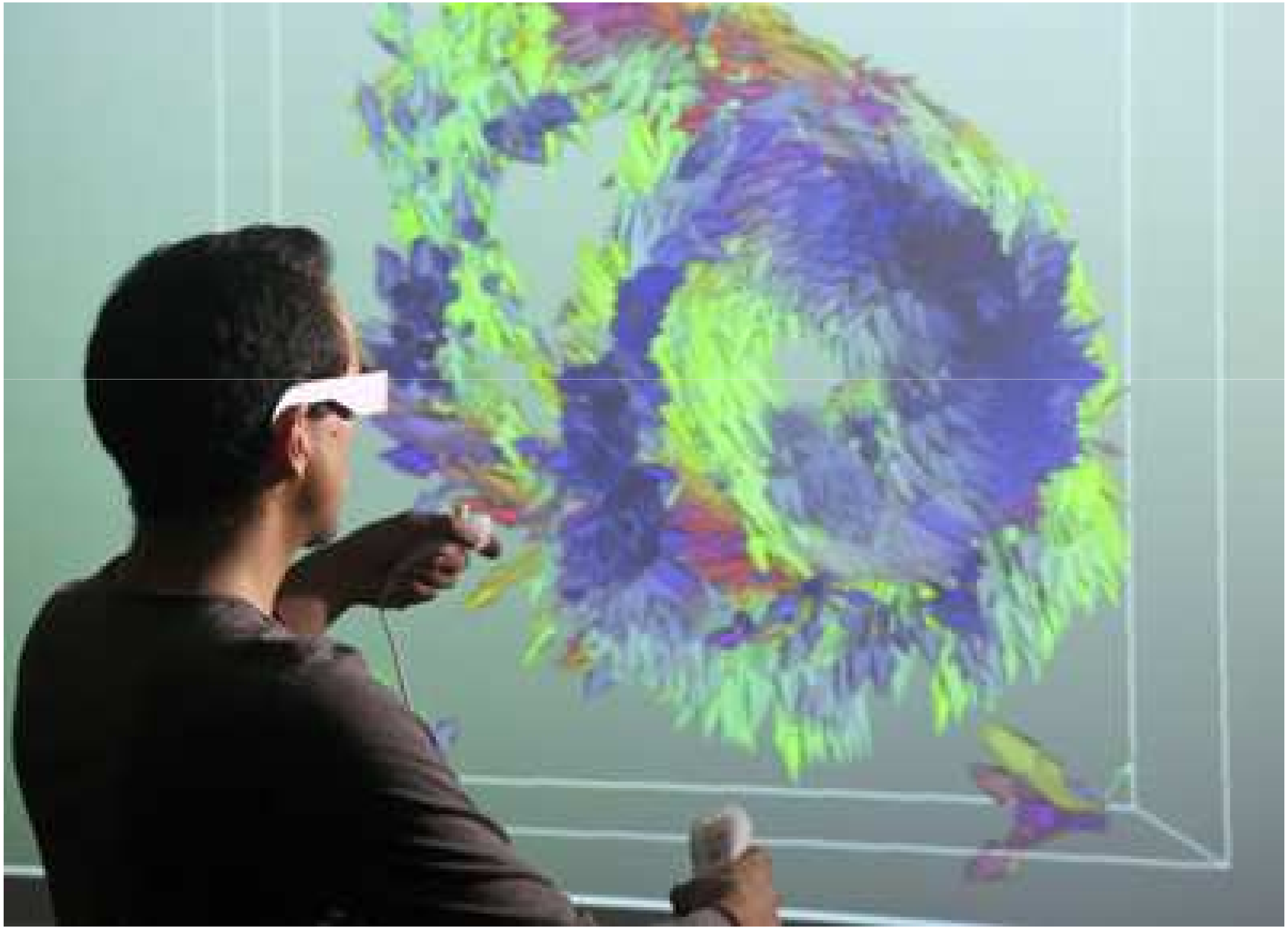
Titan 2012- (20 PétaFlops)

Introduction et historique

Introduction et historique

G1: tube à vide	
G2: Transistor	
G3: Circuit intégré	
G4: Microships	
G5: - Nano-Informatique, - Ordinateur à ADN, - Ordinateur Quantique	Le rêve de demain

Introduction et historique



Introduction et historique

- Remercions cet homme: VON NEUMANN 1903-1957

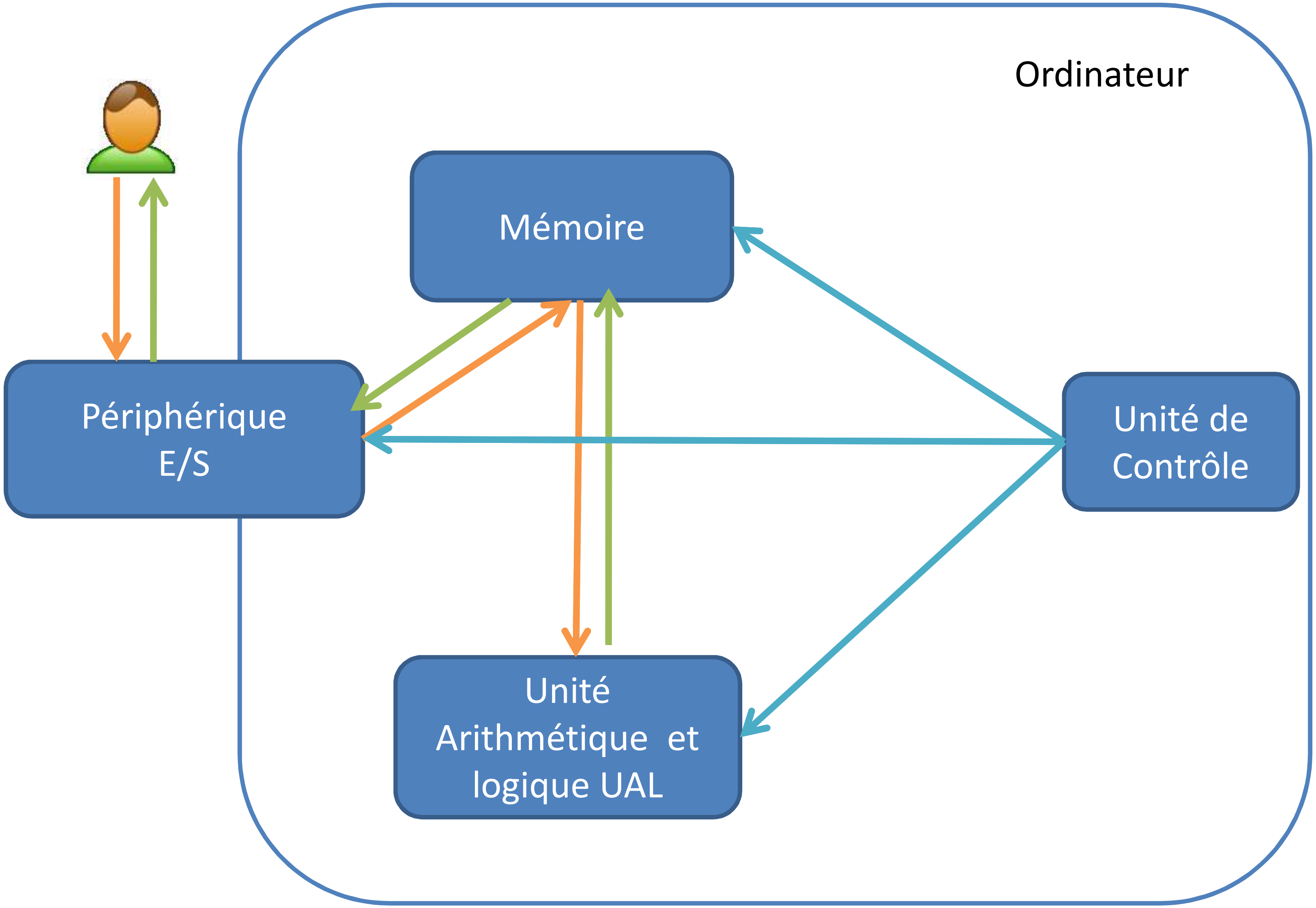
- Mathématique, physique quantique Electronique, science économique, Armement (bombe atomique)

Introduction et historique

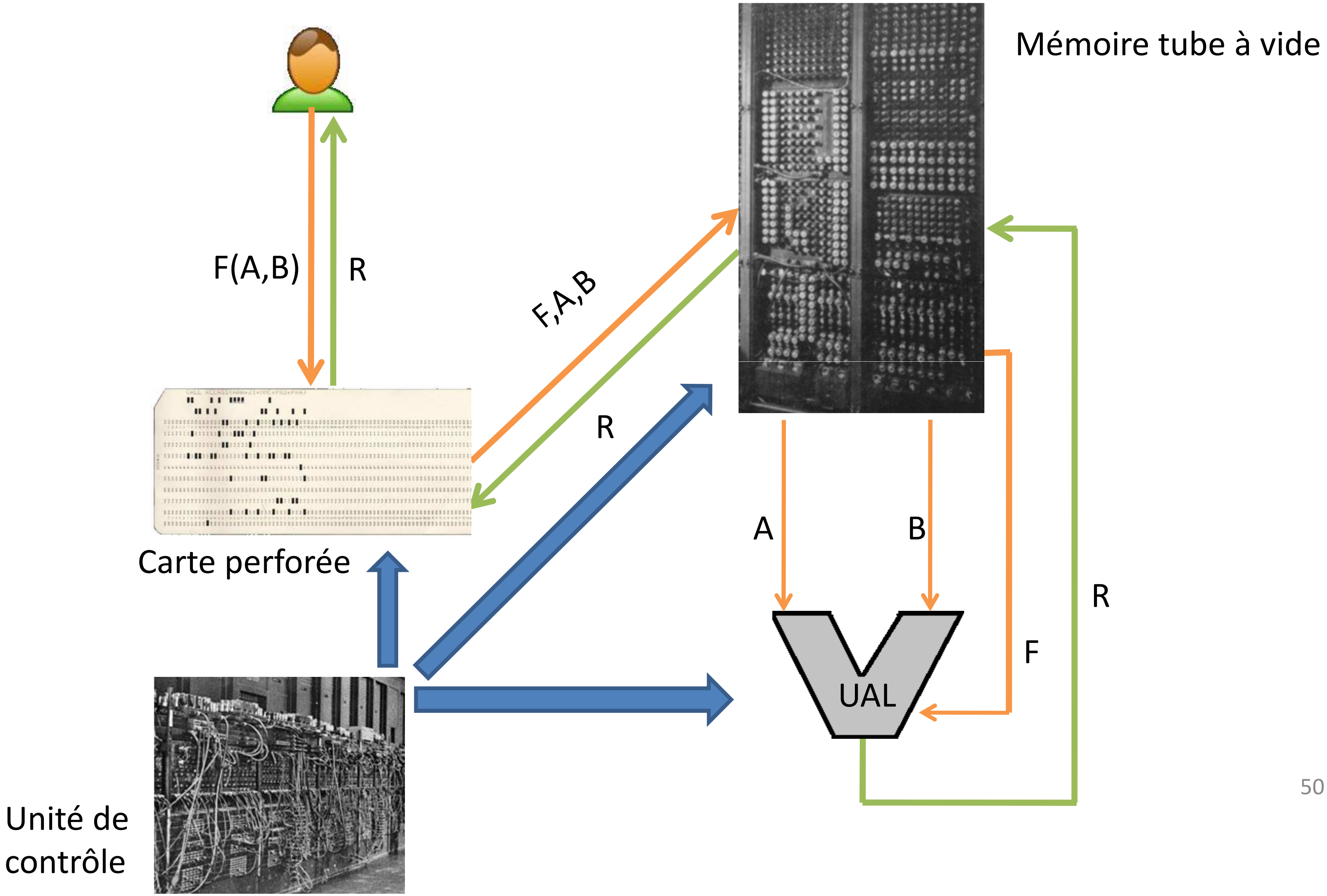
Von Neumann à proposé une architecture de l’ordinateur moderne.

Il a participé au projet : EDVAC (1946)

Introduction et historique

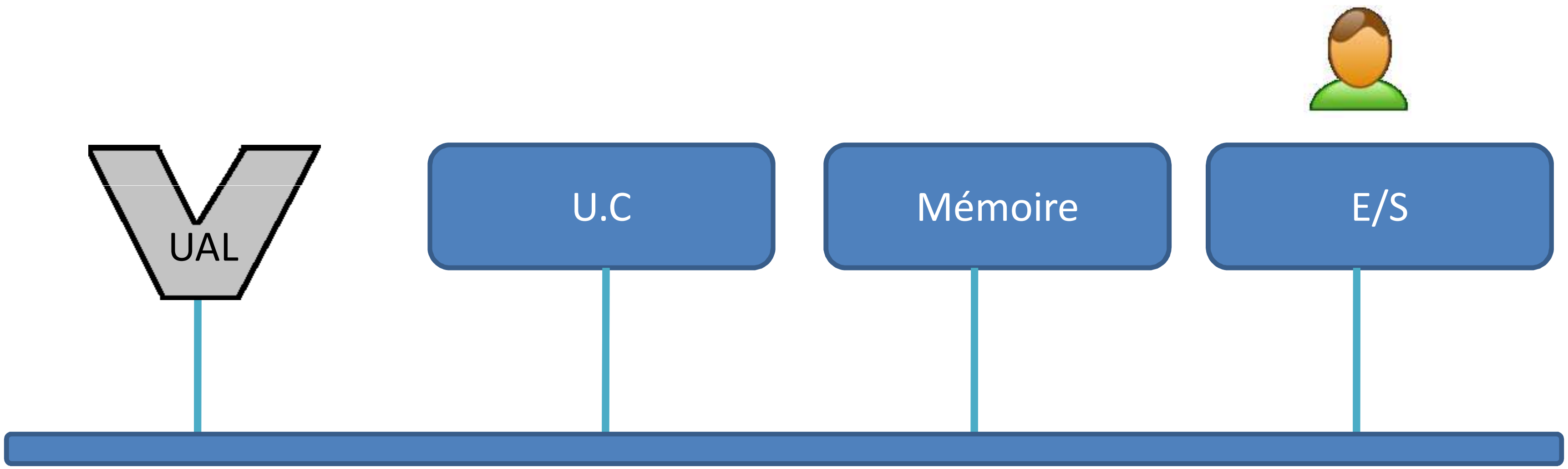


Introduction et historique

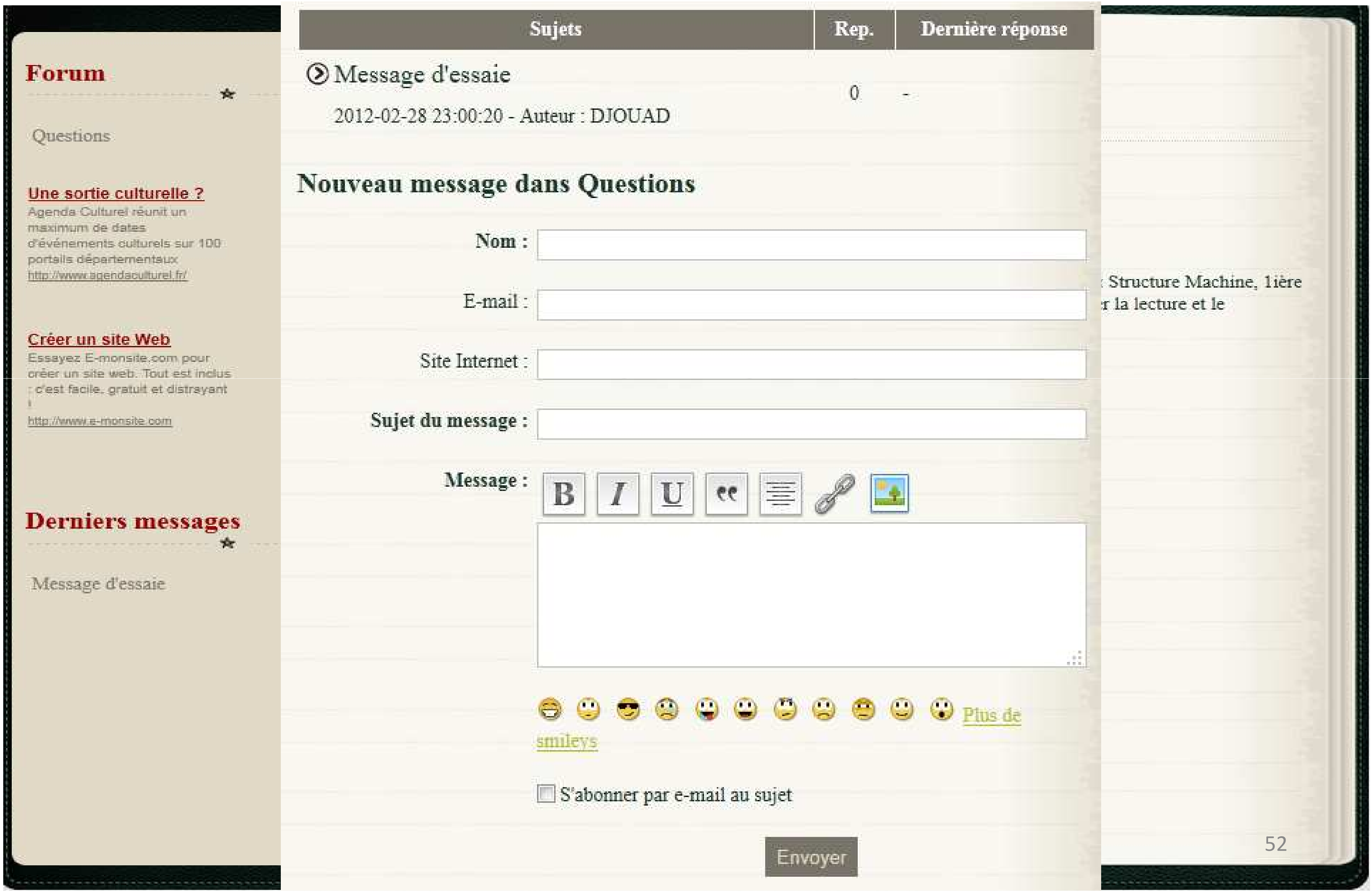


Introduction et historique

Actuellement: toute machine utilise le principe de Von-Neumann



http://djouad.e-monsite.com/




Paolo Zanella Yves Ligier
Architecture et technologie des ordinateurs
Cours et exercices résolus
3e édition
DUNOD

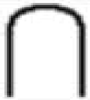
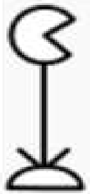
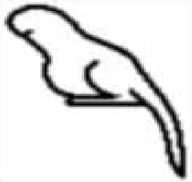
Chapitre 1
Représentation des données

- 1- Introduction et historique
- 2- Les systèmes de numérotation
- 3- Les opérations arithmétiques
- 4- Le codage Machine (S.V.A, C1, C2)

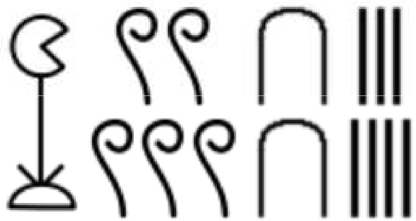
2- Les systèmes de codage

- Les bases de numérotation
- Les conversions entre les bases

Les égyptiens (4000 ans A.C)

	1	Un bâton évoque l'unité
	10	Une anse de panier peut contenir environ 10 objets
	100	Un rouleau de papyrus car on peut y écrire environ 100 hiéroglyphes
	1 000	milliers
	10 000	on y voit près de 10 000 étoiles
	100 000	Un têtard car on en trouve de l'ordre de 100 000 après la ponte
	1 000 000 ou Infini	Un dieu agenouillé supportant le ciel car le dieu est éternel et 1 million d'années est synonyme d'éternité

Par exemple, le nombre 1 527 s'écrira :



Système et numérotation

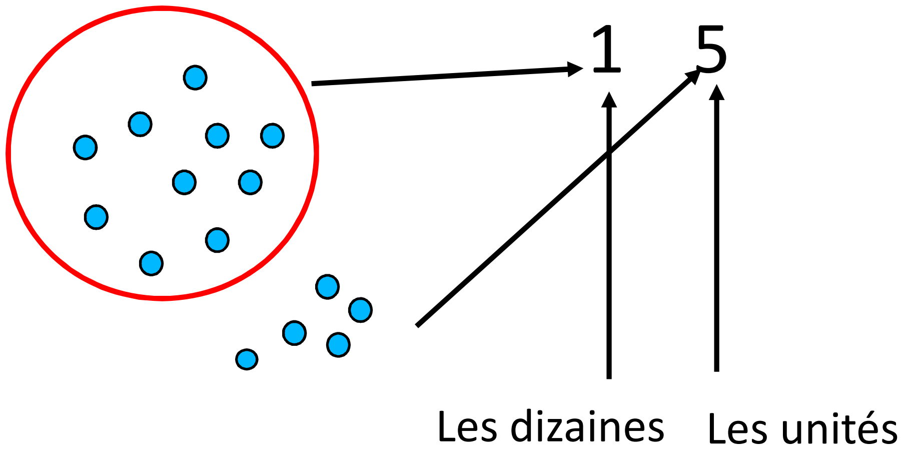
- Écrire un nombre décimal date de milliers d'années

- On n'utilise pas forcément une **numérotation décimale** pour écrire un **nombre décimal**

Numérotation décimale /= nombre décimal

Le système décimal

Supposons qu'on a 15 jetons , si on forme des groupes de 10 jetons. On va obtenir 1 seul groupe et il reste 5 jetons.



Le système décimal

On utilise dix symboles différents « Numérotation »:

{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 }

Nombre décimal: $\boxed{2}\,3\,3\,4\,5\,6\,\boxed{7}$

Poids fort

Poids faible

$\boxed{\mathbf{345}}\,\mathbf{,}\,\boxed{\mathbf{567}}$

Partie entière

Partie fractionnelle

Le système décimal

Soit le nombre **décimal** « 1978 », ce nombre peut être écrit sous la forme suivante :

$$1978 = 1*10^3 + 9*10^2 + 7*10^1 + 8*10^0$$

$$1978{,}265 = 1*10^3 + 9*10^2 + 7*10^1 + 8*10^0 + 2*10^{-1} + 6*10^{-2} + 5*10^{-3}$$

Cette forme s'appelle la forme polynomiale

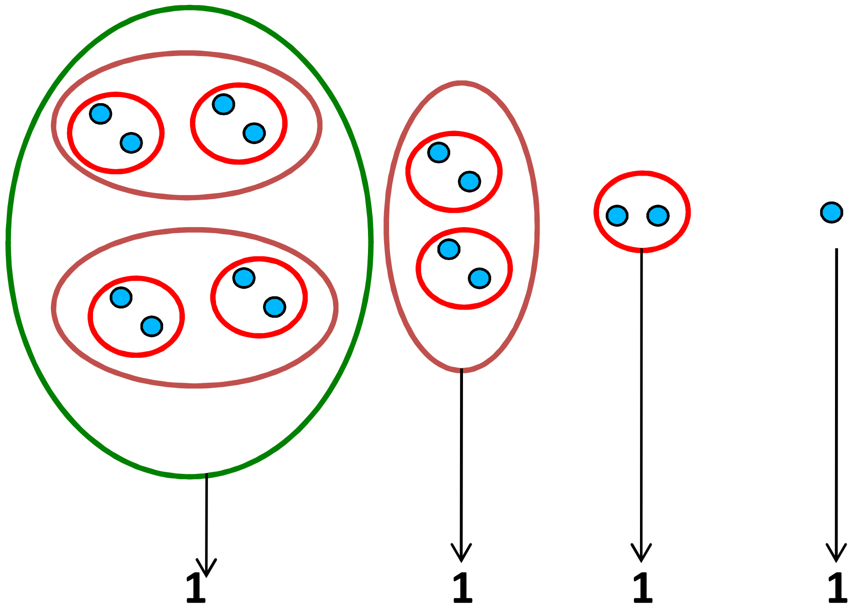
Le système décimal

De la même façon pour les autres bases, on vas identifier:

- Les symboles (numérotation),
- Le poids faible, le poids fort,
- La forme polynomiale

Le système Binaire

Supposons qu’on a 15 jetons , si on forme des groupes de 2 jetons, ensuite des groupes de 2 à 2 consécutivement:



Le nombre 1111 est la représentation du nombre décimal « 15 » dans la base 2

Le système Binaire

- Dans le système binaire, pour exprimer n'importe quelle valeur on utilise uniquement **2 symboles : { 0 , 1}**

La base

$(\boxed{1}110)_{2}$

Un bit

$(\boxed{1}\ 1\ 1\ \boxed{0})_{2}$

Le bits du poids forts

Le bits du poids faible

Le système Binaire

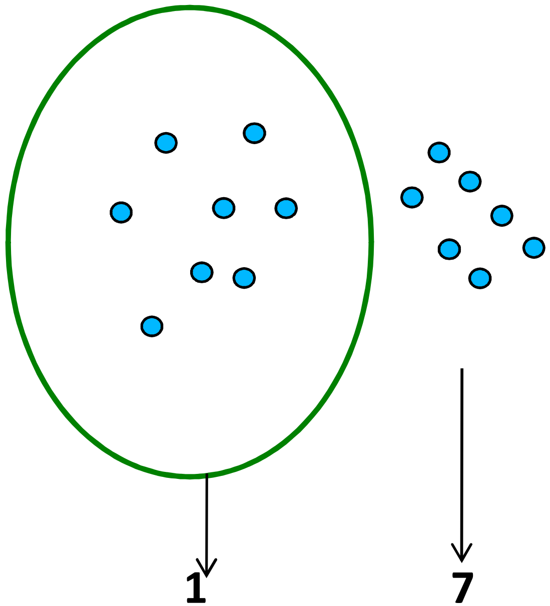
Un nombre dans la base 2 peut être écrit aussi sous la forme polynomiale

$$(1110)_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0$$

$$(1110{,}101)_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3}$$

Le système Octal

Supposons qu'on a 15 jetons , si on forme des groupes de 8 jetons, ensuite des groupes 8 à 8 consécutivement:



Le nombre 17 est la représentation du nombre décimal « 15 » dans la base 8

Le système Octal

8 symboles sont utilisés dans ce système:

$$\{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 \}$$

Exemple de forme polynomiale :

$$(127)_8 = 1*8^2 + 2*8^1 + 7*8^0$$

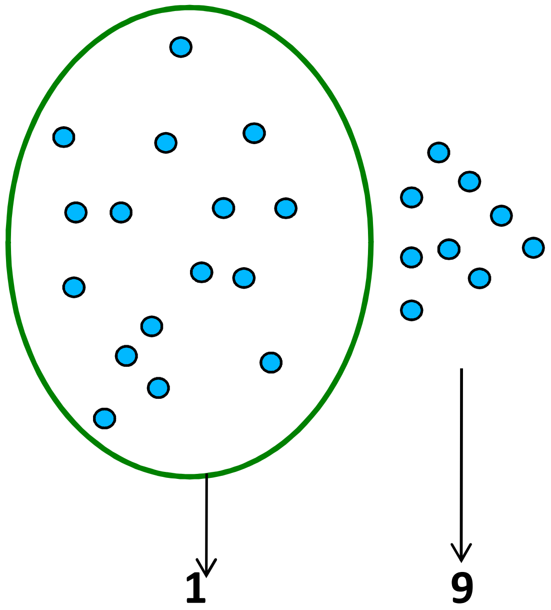
$$(127,65)_8 = 1*8^2 + 2*8^1 + 7*8^0 + 6*8^{-1} + 5*8^{-2}$$

Exemple 2 :

Le nombre (1289) n’existe pas dans la base 8 puisque les symboles 8 et 9 n’appartiennent pas à la base .

Le système Hexadécimal

Supposons qu'on a 25 jetons , si on forme des groupes de 16 jetons, ensuite des groupes 16 à 16 consécutivement:



Le nombre 19 est la représentation du nombre décimal « 25 » dans la base 16

Le système Hexadécimal

On utilise seize 16 symboles différents:

{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A, B, C, D, E, F}

Exemple de forme polynomiale:

$$(17)_{16} = 1*16^1 + 7*16^0$$

$$(AB)_{16} = A*16^1 + B*16^0 = 10*16^1 + 11*1$$

Généralisation: Le système B

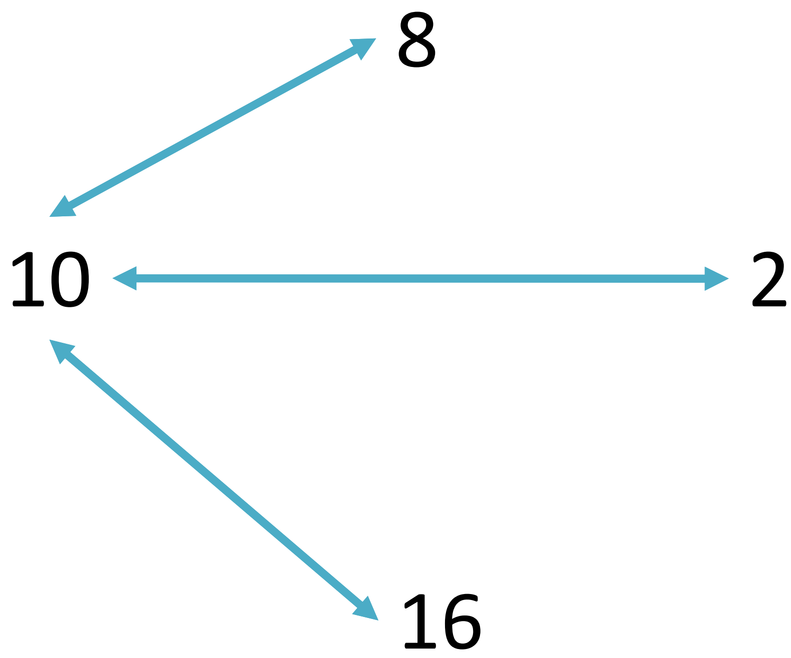
- Dans une base B , on utilise B symboles distincts pour représenter les nombres.

- La valeur de chaque symbole doit être strictement inférieur à la base B.

- Chaque nombre dans une base B peut être écrit sous sa forme polynomiale .

Les conversions entre bases

- On va étudier les 4 bases: 2, 8, 10, 16



Les conversions entre bases

Principe : de la base 10 vers la base B on utilise :

- La **division** sur B pour la partie entière
- La **multiplication** par B pour la partie fractionnelle.

10 vers 2

8

$10 \longrightarrow 2$

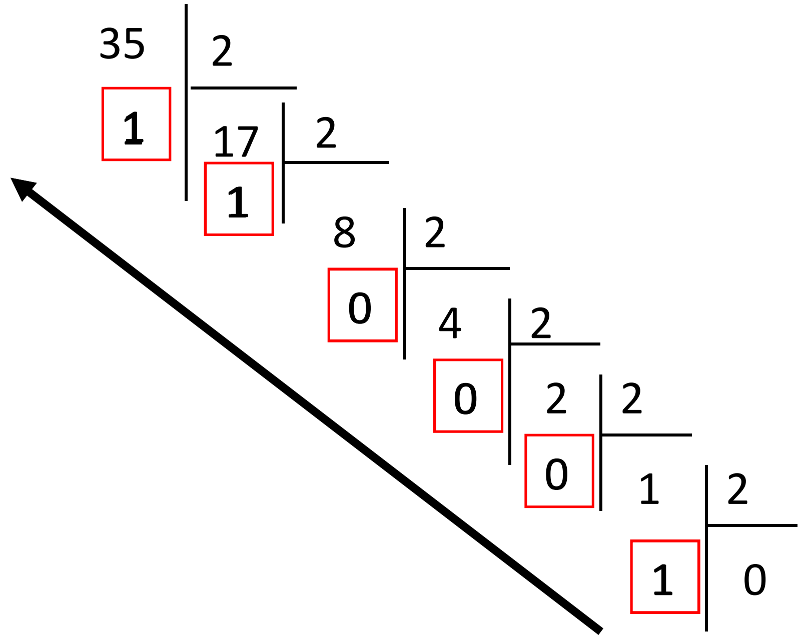
16

10 vers 2

$(35)_{10}=(?)_2$

Après division :

on obtient : $(35)_{10}=(100011)_2$



10 vers 2

$35,625=(?)_2$

P.E= 35 $= (100011)_2$

PF= 0,625 $= (?)_2$

$0,625 * 2 = \boxed{1},25$

$0,25 * 2 = \boxed{0},5$

$0,5 * 2 = \boxed{1},0$

$(0,625)_{10}=(0,101)_2$

Donc $(35,625)_{10}=(100011,101)_2$

10 vers 2

$(0,6)_{10}=(?)_2$

$0,6 * 2 = 1,2$

$0,2 * 2 = 0,4$

$0,4 * 2 = 0,8$ $\longrightarrow$ $(0,6)= (0,1001)_2$

$0,8 * 2 = 1,6$

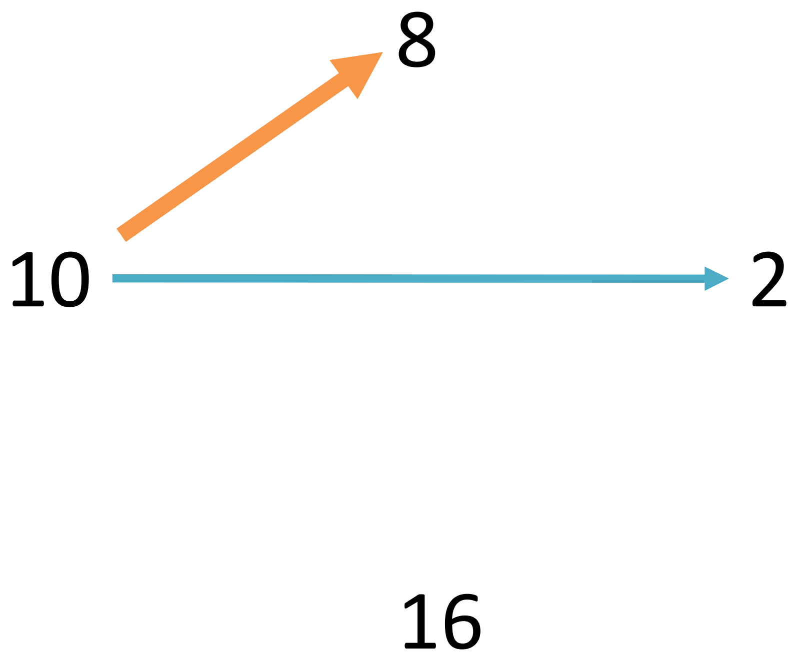
$0,6 * 2 = 1,2$

$0,2 * 2 = 0,4$

$0,4 * 2 = 0,8$

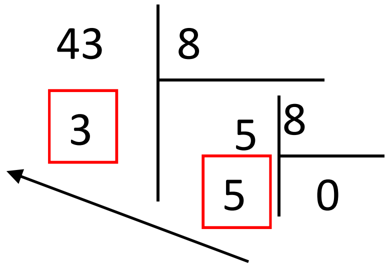
$0,8 * 2 = 1,6$

10 vers 8



10 vers 8

$(43)_{10} = (?)_8$



$(43)_{10} = (\color{red}{53})_8$

$(0{,}6)_{10} = (?)_8$

0,6*8= **4**,8

0,8*8= **6**,4

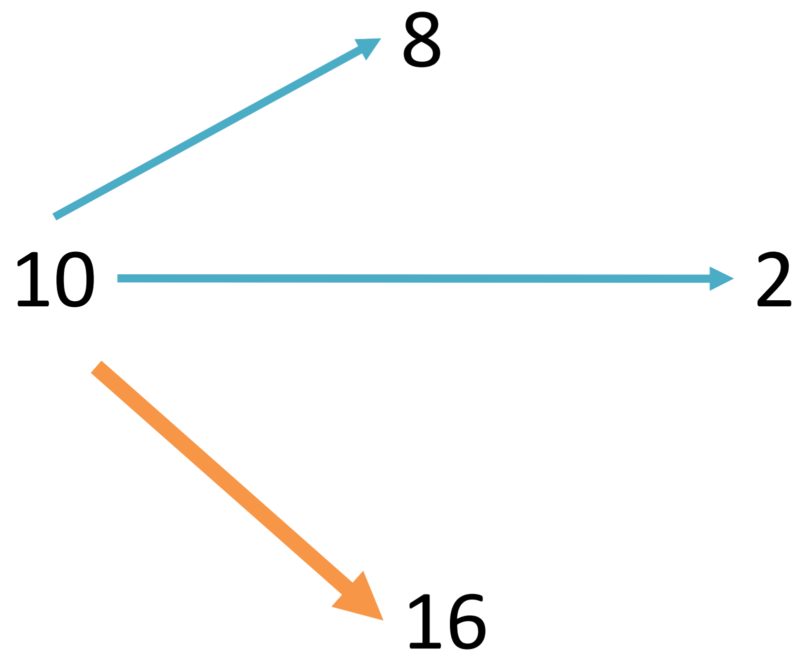
0,4*8= **3**,2

0,2*8= **1**,6

0,6*8= 4,8

$(0{,}6)_{10} = (0{,}\color{red}{4631})_8$

10 vers 16



10 vers 16

$(43)_{10}=(2B)_{16}$

$$\begin{array}{r|ll} 43 & 16 & \\ \cline{2-3} \boxed{11} & 2 & \multicolumn{1}{|l}{16} \\ \cline{3-3} & \boxed{2} & \multicolumn{1}{|l}{0} \end{array}$$

$(43)_{10}=(2B)_{16}$

$(0,6)_{10}=(0,9)_{16}$

$0,6*16=$ **9**,6

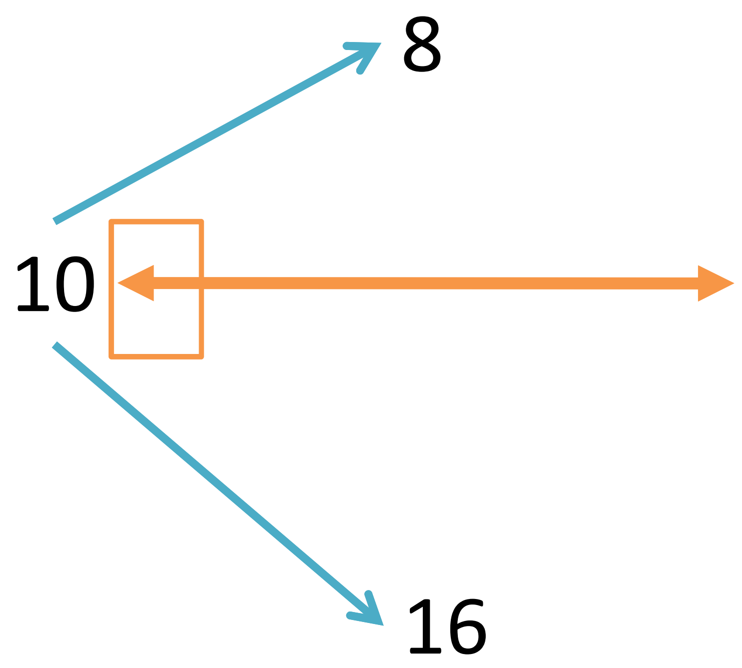
$0,6*16=$**9**,6

Les conversions entre bases

Principe : de la base **B** vers la base **10** on utilise :

- La forme polynomiale

2 vers 10



2 vers 10

On vas utiliser la forme polynomiale

$$(1101)_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = (13)_{10}$$

$$(1101{,}101)_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} = (13{,}625)_{10}$$

2 vers 10

Sur un seul bit : 0 , 1

Sur 2 bits

Décimal	Binaire
0	00
1	01
2	10
3	11

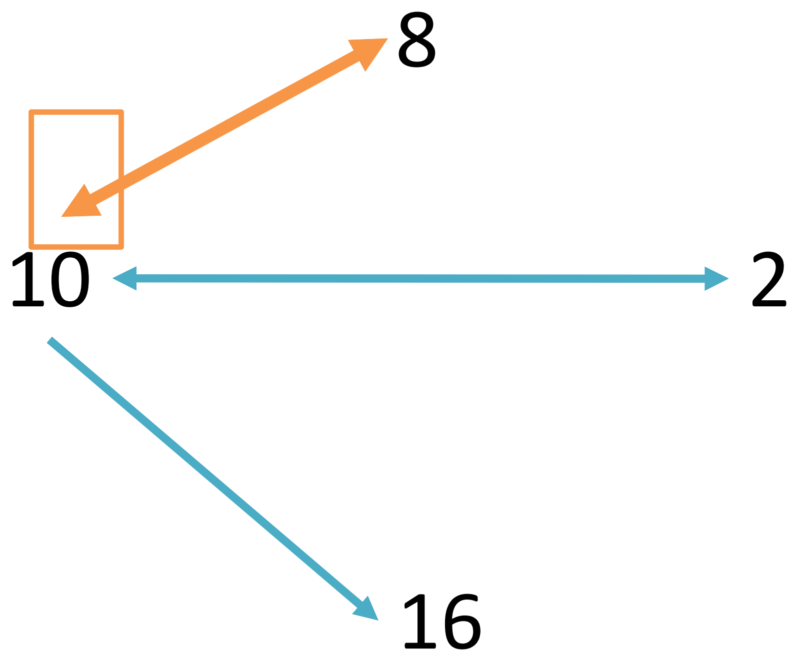
4 combinaisons= 2^2

Sur 3 Bits

Décimal	Binaire
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

8 combinaisons= 2^3

8 vers 10

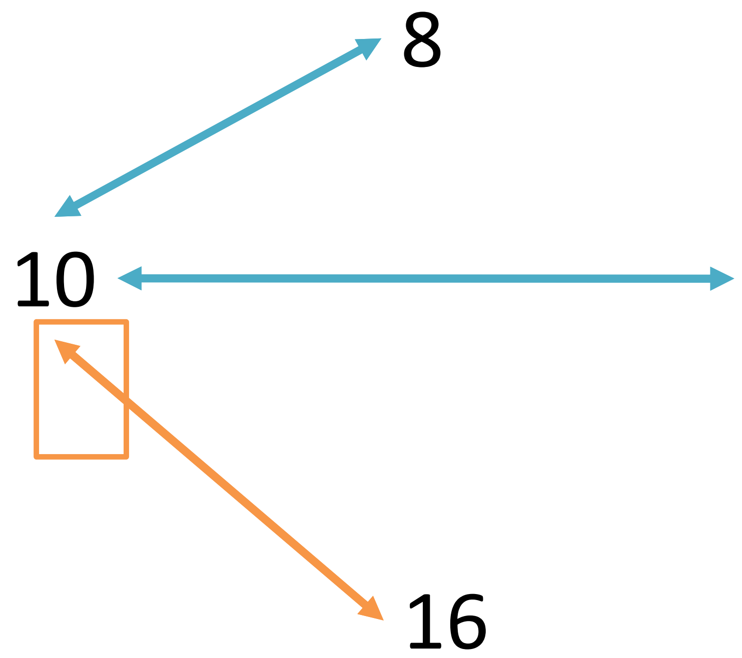


8 vers 10

$$(127)_8 = 1*8^2 + 2*8^1 + 7*8^0 = (87)_{10}$$

$$(127{,}4)_8 = 1*8^2 + 2*8^1 + 7*8^0 + 4*8^{-1} = (87{,}5)_{10}$$

16 vers 10

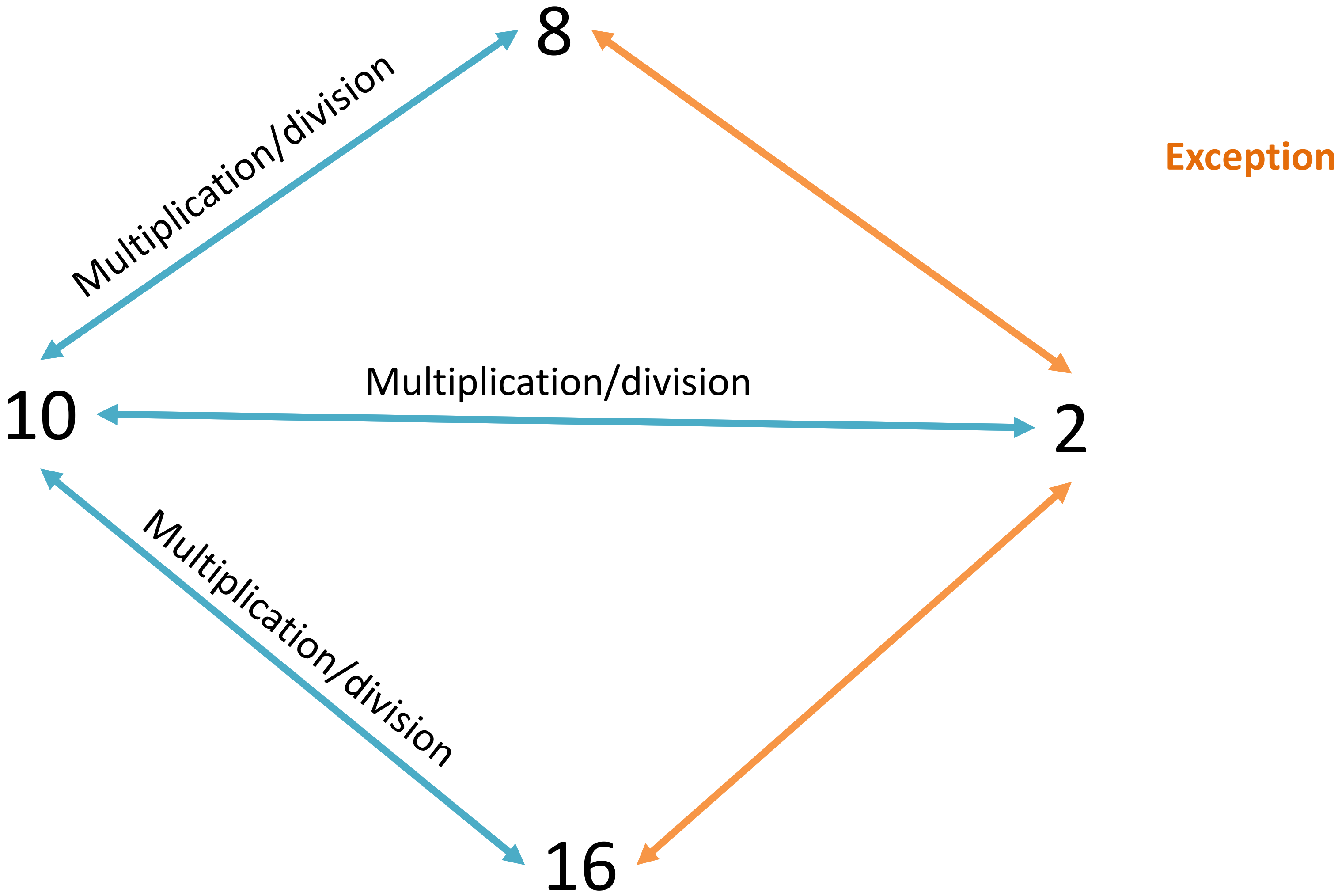


16 vers 10

$$(17)_{16} = 1*16^1 + 7*16^0 = (23)_{10}$$

$$(\mathrm{AB})_{16} = A*16^1 + B*16^0 = 10*16^1 + 11*1 = (171)_{10}$$

Conversion: le même principe



8 vers 2

En octal chaque, symbole de la base s'écrit sur 3 bits en binaire.

Exemples :

$(345)_8=(\underline{011}\ \underline{100}\ \underline{101})_2$

$(65,76)_8=(\underline{110}\ \underline{101},\ \underline{111}\ \underline{110})_2$

$(35,34)_8=(\underline{011}\ \underline{101}\ ,\ \underline{011}\ \underline{100})_2$

Octal	Binaire
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

2 vers 8

Faire des regroupements de 3 bits à partir du poids faible.

Exemple :

$(11001010010110)_2=(\underline{011}\ \underline{001}\ \underline{010}\ \underline{010}\ \underline{110})_2=(31226)_8$

$(110010100,10101)_2= (\underline{110}\ \underline{010}\ \underline{100}\ ,\ \underline{101}\ \underline{010})_2=(624,52)_8$

16 vers 2 / 2 vers 16

Des regroupements/

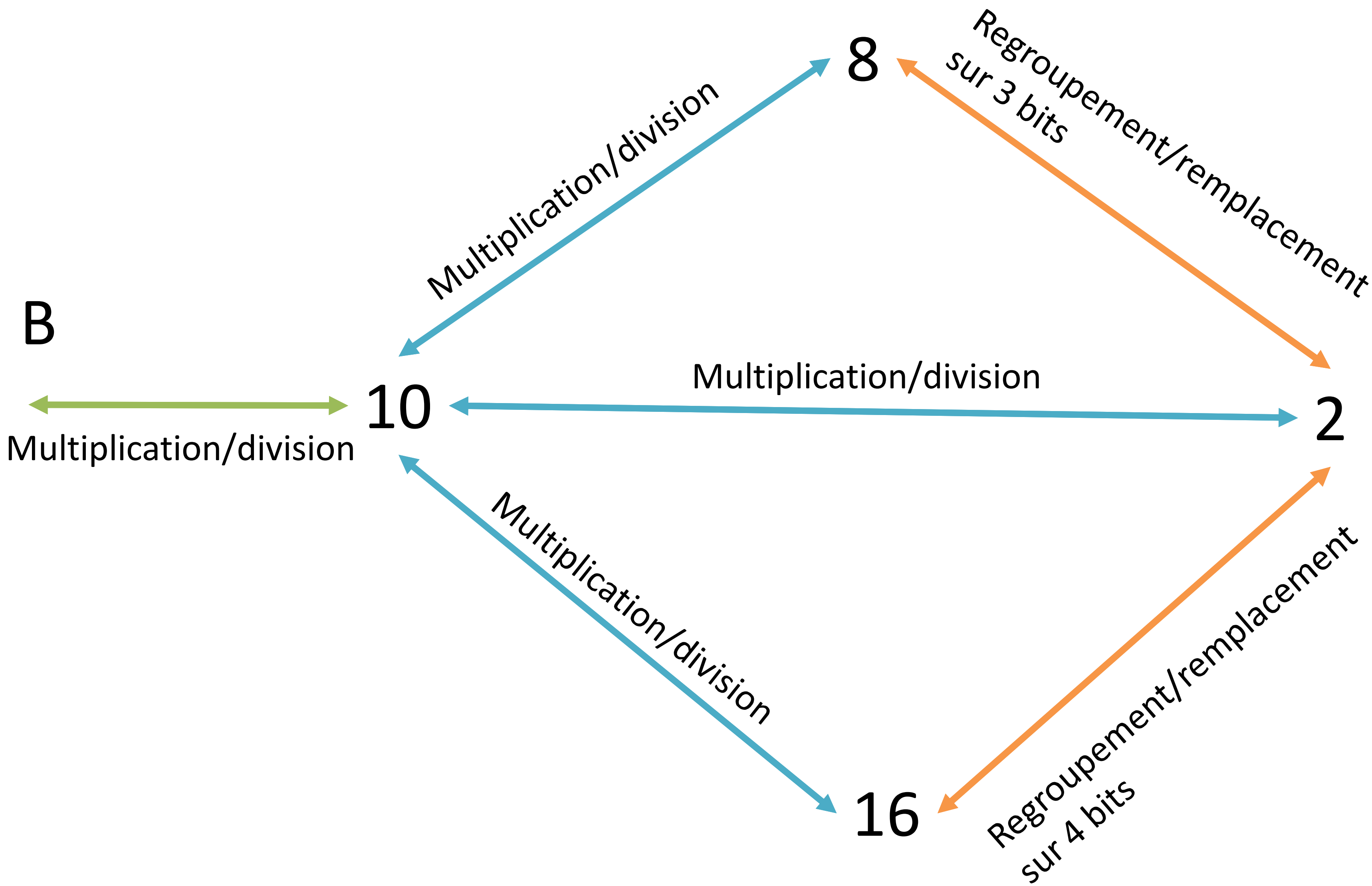
Remplacement sur 4 bits

<u>Exemple :</u>

$(345B)_{16}=(\underline{0011}\ \underline{0100}\ \underline{0101}\ \underline{1011})_2$

$(\ \underline{1010}\ \underline{1011}\ \underline{0011}\ ,\ \underline{0100}\ \underline{1111}\ \underline{0110}\ )_2 = (AB3,4F6)_{16}$

Hexa	Binaire
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111


B
10
8
2
16
Multiplication/division
Multiplication/division
Multiplication/division
Multiplication/division
Regroupement/remplacement sur 3 bits
Regroupement/remplacement sur 4 bits

Chapitre 1
Représentation de l'information

1- Introduction et historique

2- Les systèmes de numérotation

3- Les opérations arithmétiques

4- Le codage Machine (S.V.A, C1, C2)

Les opérations arithmétiques

- Addition: 2, 8, 16
- Soustraction: 2, 8, 16
- multiplication: 2, 8, 16

Addition binaire

$$\begin{array}{r} {\color{red}1}\;1 \\ +\;1 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ +\;0 \\ \hline {\color{red}0} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0 \\ +\;1 \\ \hline {\color{red}1} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ +\;0 \\ \hline {\color{red}1} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc}
 & & & & & & {\color{red}1} & {\color{red}1} & & \\
 & & & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
+ & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}$$

Addition Octale

$$
\begin{array}{ccccc}
 & \boxed{1} & \boxed{1} & & \\
 & 4 & 3 & 6 & 5 \\
+ & & 4 & 5 & 1 \\
\hline
 & \boxed{5} & \boxed{8} & \boxed{11} & \boxed{6}
\end{array}
$$

En octal 8 s'écrit 10

$\boxed{0}$

En octal 11 s'écrit 13

$\boxed{3}$

Le résultat final : $\mathbf{(5036)_8}$

Addition Hexadécimal

1

4 8 6 5

\+ 7 A 5 1

12 18 11 6

C

En hexa 18 s'écrit 12

2

En hexa 11 s'écrit B

B

Le résultat final : $\mathbf{(C2B6)_{16}}$

Soustraction binaire

	${}^{1}0$	0	1	1
+	1	$-\ 0$	$-\ 1$	$-\ 0$
	1	0	0	1

	1	0	1	1	${}^{1}1$	${}^{1}0$	1	1	${}^{1}0$	${}^{1}0$	${}^{1}0$
-	0	0	0	${}_{1}0$	${}_{1}1$	1	0	${}_{1}0$	${}_{1}1$	${}_{1}1$	1
	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1

Soustraction Octal

$$\begin{array}{cccc} & 5 & {}_{1}2 & 4 \\ - & {}_{1}2 & 6 & 3 \\ \hline & 2 & 4 & 1 \end{array}$$

Soustraction Hexadécimale

$$
\begin{array}{r}
B\;{}_{1}4 \\
{}_{1}5\;A \\
\hline
5\;A
\end{array}
$$

Multiplication binaire

			1	0	1	1	0	0	1	0	1
	x							1	0	1	1
			1	0	1	1	0	0	1	0	1
		1	0	1	1	0	0	1	0	1	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1	0	1	1	0	0	1	0	1			
1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1

Multiplication octal

$$\begin{array}{r} 407 \\ 6 \\ \hline 3052 \end{array}$$

Multiplication Hexadécimale

$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ \hline 6C \end{array}$$

Chapitre 1
Représentation de l'information

1- Introduction et historique

2- Les systèmes de numérotation

3- Les opérations arithmétiques

4- Le codage Machine (S.V.A, C1, C2)

- Il existe deux types d’entiers :
  - les entiers non signés (positifs)
  - et les entiers signés (positifs ou négatifs)

- **Problème :** Comment indiquer à la machine qu’un nombre est négatif ou positif ?

- Il existe 3 méthodes pour représenter les nombres négatifs :
  - Signe/ valeur absolue
  - Complément à 1
  - Complément à 2

Signe et Valeur Absolue

S.V.A

(S.V.A)

- Si on travaille sur n bits , alors le bit du poids fort est utilisé pour indiquer le signe :
  - 1 : signe négatif
  - 0 : signe positif
- Les autres bits (n -1) désignent la valeur absolue du nombre.

Exemple : Si on travaille sur 4 bits.

1 $\boxed{001}$

Signe — Valeur absolue

1001 est la représentation de - 1

0 $\boxed{001}$

Signe — Valeur absolue

0001 est la représentation de + 1

(S.V.A)

Sur 3 bits on obtient :

valeur	VA
+ 0	000
+ 1	001
+ 2	010
+ 3	011
- 0	100
- 1	101
- 2	110
- 3	111

- Les valeurs sont comprises entre [-3, +3]

Sur 3 bits nous avons des valeurs entre :

$[-(2^{(2)} -1) ,(2^{(2)} -1)]$

Sur n bits nous avons des valeurs entre :

$[-(2^{(n-1)} -1) ,(2^{(n-1)} -1)]$

(S.V.A)

- On remarque que le zéro possède deux représentations +0 et -0 ce qui conduit à des difficultés au niveau des opérations arithmétiques.

- On fait comment pour additionner deux nombres de signes différents?: impossible dans le cas du SVA

$$\begin{array}{r} 0\ 0\ 0\ 1 \\ +\quad 1\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1 \\ +\quad 1\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 0\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

Complément à 1

C1

C1

- On appelle complément à un d'un nombre X un autre nombre tel que :

$$C1(X)=2^n-X-1$$

n : est le nombre de bits, X<0.

Exemple:

X = 6, n=4, X'= $(2^4 - 1)$-X=16-1-6=9

X = 0110

X'= 1001

0 = 1111

$$\begin{array}{rcccc} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ + & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

6

Le complément de 6

0

C1

- Pour trouver le complément à un d’un nombre, il suffit d’inverser tous les bits de ce nombre

Sur 4 Bits	Sur 5 Bits
0 1 1 0	0 0 1 1 0
↓ ↓ ↓ ↓	↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1 0 1 0	1 1 0 0 1

C1

Exemple:

Quelle est la valeur décimale représentée par la valeur 101010 en complément à 1 sur 6 bits ?

101010

010101= $(21)_{10}$

101010=- $(21)_{10}$

C1

Valeur décimal	Valeur en CA1
+ 0	000
+ 1	001
+ 2	010
+ 3	011
- 3	100
- 2	101
- 1	110
- 0	111

Sur n bits nous avons des valeurs entre :

$[-(2^{(n-1)}-1), (2^{(n-1)}-1)]$

Complément à 2
C2

C2

- On appelle complément à deux d'un nombre X un autre nombre tel que :

$$C2(X)=2^n-X$$

n : est le nombre de bits, X<0. C2=C1+1

- Calculer le C1
- Rajouter un 1 au résultat

C2(01000101) = **C1**(01000101)+ 1
= 10111010+ 1
= 10111011

C2

Méthode 2

Parcourir les bits à partir du poids faible et garder tous les bits avant le premier 1 et inverser les autres bits qui viennent après.

0	1	0	0	0	1	0	1
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	0	1	1	1	0	1	1

1	1	0	1	0	1	0	0
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	0	1	0	1	1	0	0

C2

Valeur en CA2	valeur
000	+ 0
001	+ 1
010	+ 2
011	+ 3
100	- 4
101	- 3
110	- 2
111	- 1

$$[-(2^{(n-1)}),(2^{(n-1)}-1)]$$

Résumé

	SVA	C1	C2
Intervalle	$[-(2^{n-1}-1),2^{(n-1)}-1]$	$[-(2^{n-1}-1),2^{n-1}-1]$	$[-(2^{(n-1)}),2^{(n-1)}-1]$
Nombre positif	- Bit poids fort=0 Représentation Binaire Simple	Représentation Binaire Simple	Représentation Binaire simple
Nombre négatif	- Bit poids fort=1 - Le reste pour la valeur absolue	-Calculer la valeur absolue - Inverser les bits	- Calculer la valeur absolue - Inverser après le premier 1
zéro	2 zéro	2 zéro	1 zéro
Arithmétique	?	?	Ok (avec attention)
Réels	?	?	?

exemple

$n=4$

$X=5=(0101)_2$

Représenter le -5 sur machine?

- $SVA(x)=(1101)_2$
- $C1(x)=16-5-1=10=(1010)_2$
- $C2(x)=16-5=11=(1011)_2$

Arithmétique C2

C2

$$\begin{array}{r} +9 \\ +4 \\ \hline +13 \end{array}$$

$$\begin{array}{rccccc} & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ + & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Le résultat est positif

$(01101)_2 = (13)_{10}$

$$\begin{array}{r} -9 \\ -4 \\ \hline -13 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcccccc} & & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ + & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline & \boxed{1} & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Report

Le résultat est négatif :

Résultat = - CA2 (10011)= -(01101)

= - 13

C2

$$\begin{array}{r} +9 \\ -4 \\ \hline +5 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ + & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \boxed{1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Report

Le résultat est positif

$(00101)_2 = (5)_{10}$

$$\begin{array}{r} -9 \\ +9 \\ \hline +0 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ + & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Report

Le résultat est positif

$(00000)_2 = (0)_{10}$

Autres codes

BCD (Binary Coded Decimal)

- Pour passer du décimal au binaire , il faut effectuer des divisions successives. Il existe une autre méthode simplifiée pour le passage du décimal au binaire.

- Le principe consiste à faire des éclatements sur 4 bits et de remplacer chaque chiffre décimal par sa valeur binaire correspondante .

- Les combinaisons supérieures à 9 sont interdites

Décimal	Binaire
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

BCD

1 2 9

0001 0010 1001

5 6 2

0101 0110 0010

$129 = (0001\ 0010\ 1001)_2$

$562 = (0101\ 0110\ 0010)_2$

Le codage EXCESS3 (BCD+3)

Décimal	BCD+3	Binaire
0	3	0011
1	4	0100
2	5	0101
3	6	0110
4	7	0111
5	8	1000
6	9	1001
7	10	1010
8	11	1011
9	12	1100

1 2 9

0100 0101 1100