

Examen de Statistiques

Exercice 1 (5.5pts) : La répartition de 100 familles en fonction de leurs nombre d'enfants est donnée dans le tableau suivant :

Nombre d'enfants	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de familles	8	20	32	28	6	4	2

- 1- Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié ? Donner son type.
- 2- Donner une représentation graphique de cette variable statistique.
- 3- Déterminer le coefficient de variation. Commenter.

Exercice 2 (7.5pts) : L'entreprise A souhaite commercialiser une nouvelle gamme du produit B. Une enquête sur les possibilités d'achat en fonction du prix du produit a donné les résultats suivants :

Prix en DA	Intentions d'achat
[50, 100[26
[100, 150[38
[150, 200[49
[200, 300[60
[300, 400[51
[400, 500[34
[500, 700[30
[700, 900[12

- 1-Tracer l'histogramme correspondant à la distribution et le polygone des effectifs cumulés.
- 2-Si vous ne pouviez, dans un premier temps, que fabriquer un seul produit, sur quelle classe de prix porteriez-vous votre choix pour avoir le maximum de clientèle ?
- 3-Quel est le prix qui partage la clientèle en deux groupes égaux ?
- 4-Si vous désiriez satisfaire 50% de la clientèle répartie autour de la médiane, quels seraient les prix minimum et maximum que vous adopteriez pour votre gamme de produit.

Exercice 3 (7pts) : L'entreprise A décide de fabriquer un nouveau produit. Compte tenu des contraintes de production, un chiffre d'affaires de 1 980 000 F pourrait être atteint. Pour satisfaire cet objectif, l'entreprise décide de financer une campagne publicitaire. Des observations sur les budgets de publicité affectés à la commercialisation d'un tel produit ont permis d'obtenir la série statistique suivante :

V : ventes	1520	1680	1560	1800	1400	1520	1760	1840	1960	2000
B : budgets	96	120	100	140	80	120	152	160	172	184

(Les données sont en milliers de francs)

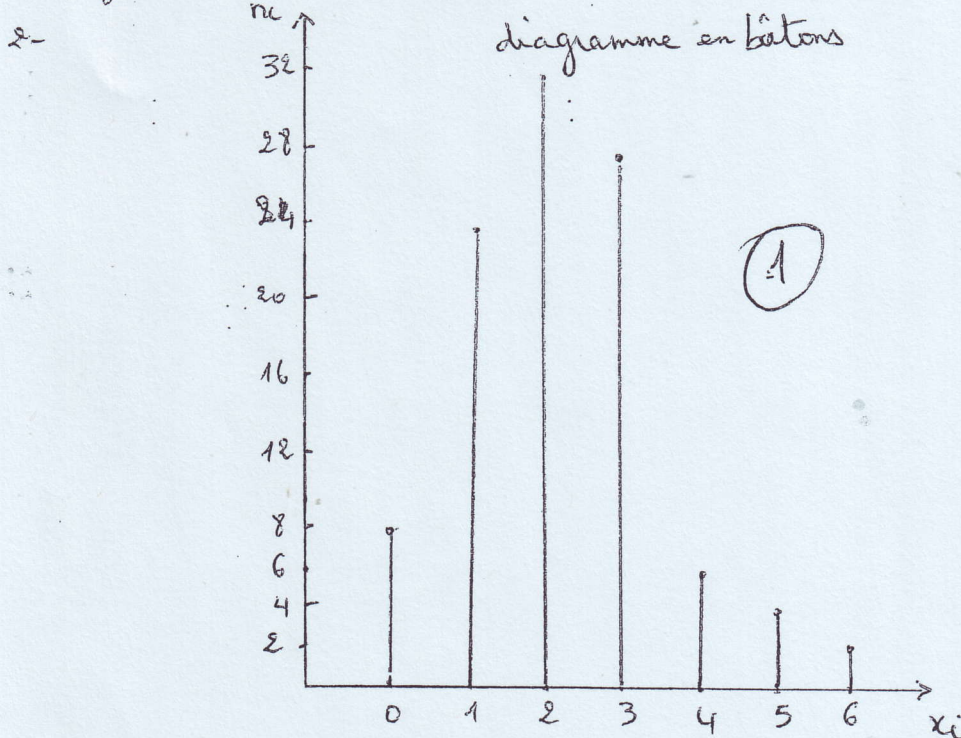
- 1- Déterminer par la méthode des moindres carrés, la droite de régression de V en B.
- 2- Construire le nuage de point tracer la droite ajustée.
- 3- Calculer le budget de publicité nécessaire à la réalisation de l'objectif.

Bon courage

Corrigé de l'examen de Statistiques

Exercice 1:

1. Population: 100 familles ; Caractère: nombre d'enfants par famille (0,25)
type du caractère: quantitatif discret (0,5)



3. Coefficient de variation:

(0,25) $CV_x = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$

(0,5) avec $\bar{X} = \frac{\sum_{i=0}^6 n_i x_i}{n} = \frac{224}{100} = 2,24$

(0,25) et $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^6 n_i x_i^2 - \bar{X}^2}$

x_i	0	1	2	3	4	5	6	Total
n_i	8	20	32	28	6	4	2	100
$n_i x_i$	0	20	64	84	24	20	12	224
$n_i x_i^2$	0	20	128	252	96	100	72	668

$\sigma = \sqrt{\frac{668}{100} - (2,24)^2} = \sqrt{6,68 - 5,0176} = \sqrt{1,6624} \approx 1,29$ (0,5)

$\Rightarrow CV_x = 57\%$ (0,25)

Comme $CV_x > 15\%$ alors la population n'est pas homogène. (0,75)

Exercice 2:

1. Comme les classes ont des amplitudes inégales, on doit rectifier les effectifs.

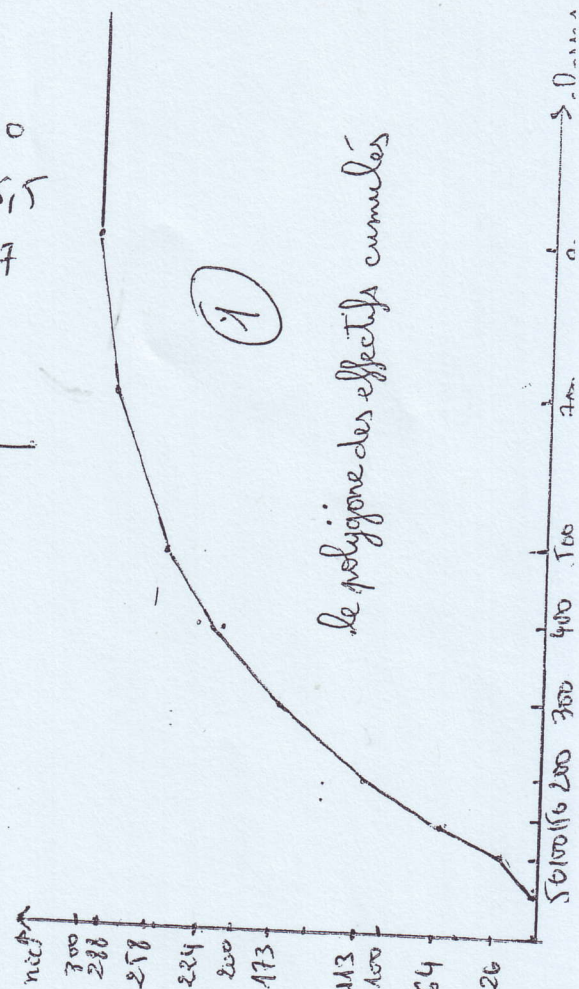
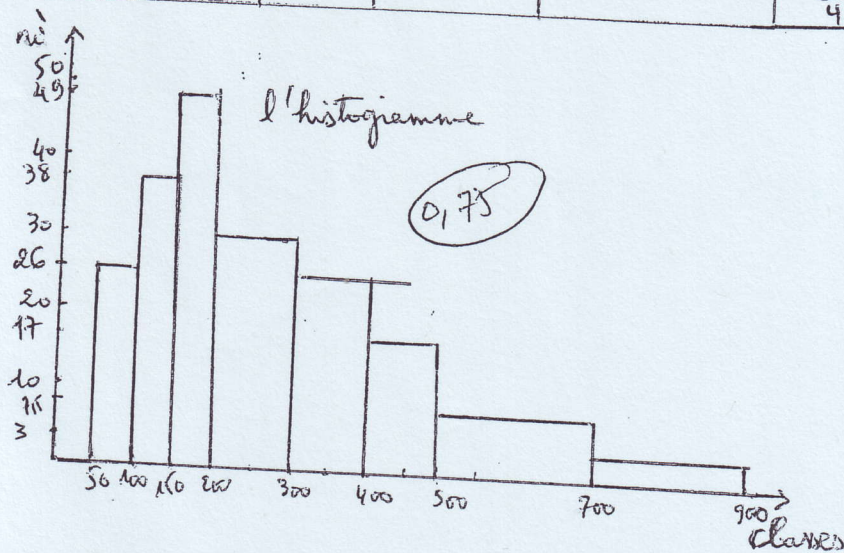
choisissons l'amplitude unitaire $\alpha = P.G.D.C(50, 100, 200) = 50$. (1,5)

Ecrivons les amplitudes des différentes classes en fonction de α (ie $x_i = k_i \alpha$)

et calculons les effectifs rectifiés $n_i' = \frac{n_i}{k_i}$

(0,5)

classes	n_i	n_i^*	$x_i = a_{i+1} - a_i$	n_i'
[50, 100[26	26	50 = x	26
[100, 150[38	26+38 = 64	50 = x	38
[150, 200[49	113	50 = x	49
[200, 300[60	173	100 = $2x$	$\frac{60}{2} = 30$
[300, 400[51	224	100 = $2x$	$\frac{51}{2} = 25,5$
[400, 500[34	258	100 = $2x$	$\frac{34}{2} = 17$
[500, 700[30	288	200 = $4x$	$\frac{30}{4} = 7,5$
[700, 900[12	300	200 = $4x$	$\frac{12}{4} = 3$



C'est le mode: $M_0 = \frac{150 + 200}{2} = 175$ DA c'est le centre de la classe ayant le $n_{i\max} = 49$.
(0,25)

C'est la médiane (0,25)

$$\frac{N}{2} = \frac{300}{2} = 150 \Rightarrow M_e \in [200, 300[$$

Calculons M_e par interpolation linéaire

$$\frac{M_e - 200}{300 - 200} = \frac{150 - 113}{173 - 113} \Rightarrow M_e = 200 + \frac{3700}{60} = 261,67 \text{ DA. (0,75)}$$

Il s'agit du 1^{er} et le 3^{ème} quantile (0,75)

$$Q_1 = ?$$

$$\frac{N}{4} = \frac{300}{4} = 75 \Rightarrow Q_1 \in [150, 200[$$

$$\frac{Q_1 - 150}{200 - 150} = \frac{75 - 64}{113 - 64}$$

$$\Rightarrow Q_1 = 150 + 50 \frac{11}{49} = 161,22 \text{ DA}$$

(0,75)

$$Q_3 = ?$$

$$\frac{3N}{4} = 225 \Rightarrow Q_3 \in [400, 500[$$

$$\frac{Q_3 - 400}{500 - 400} = \frac{225 - 224}{258 - 224}$$

$$\Rightarrow Q_3 = 400 + \frac{100}{34} = 402,94 \text{ DA.}$$

(0,75)

Exercice 3: Déterminons la droite de régression de V en B d'équation: $V = aB + c$ (0,25)

où $a = \frac{\text{cov}(V, B)}{V(B)}$ et $c = \bar{V} - a\bar{B}$ (0,25)

v_i	1520	1680	1560	1800	1400	1520	1760	1840	1960	2000
b_i	96	120	100	140	80	120	152	160	172	184
b_i^2	9216	14400	10000	19600	6400	14400	23104	25600	29584	33856
$v_i b_i$	145920	201600	156000	252000	112000	182400	267560	294400	337120	368000

$\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^{10} v_i}{10} = \frac{17040}{10} = 1704 \text{ MF}$; $V(B) = \frac{\sum_{i=1}^{10} b_i^2}{10} - \bar{B}^2 = \frac{186160}{10} - (132,4)^2 = 1086,24 \text{ MF}$ (0,25)

$\bar{B} = \frac{\sum_{i=1}^{10} b_i}{10} = \frac{1324}{10} = 132,4 \text{ MF}$; $\text{cov}(V, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i v_i - \bar{V} \bar{B} = \frac{2316960}{10} - (1704)(132,4)$ (0,25)

$\Rightarrow \text{cov}(V, B) = 6086,4 \times 10^6 \text{ F}^2$ (0,25)

$\Rightarrow a = \frac{6086,4}{1086,24} = 5,6$; $c = 1704 - (5,6)(132,4) = 962,56$ (0,25)

\Rightarrow l'équation de la droite est donnée par $v = 5,6b + 962,56$

3) Le budget de publicité x nécessaire à la réalisation de l'objectif $V = 1980000 \text{ F}$ est.

$x = \frac{1980000 - 962560}{5,6} = 181,685 \text{ MF}$ (1)

