

Contrôle
Méthodes Mathématiques pour la Physique 1

Exercice1 (6 points):

La fonction génératrice des polynômes d'Hermite est donnée par

$$g(x,t) = e^{-t^2+2tx} = \sum_{n=0}^{\infty} H_n(x) \frac{t^n}{n!}$$

Montrer les relations de récurrence suivantes

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x)$$

$$H'_n(x) = 2nH_{n-1}(x)$$

Exercice 2 (4 points) :

Montrer que

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-2x^2} dx = \frac{\sqrt{2\pi}}{16}$$
$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx = \frac{\pi}{2}$$

Exercice3 (4 points):

Soit $F(s)$ la transformée de Laplace de la fonction $f(t)$, montrer que

$$\int_0^{\infty} F(s) ds = \int_0^{\infty} \frac{f(t)}{t} dt$$

En déduire que

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt = \frac{\pi}{2}$$

Exercice4 (6 points):

En utilisant la méthode des séries (Frobenius), résoudre l'équation différentielle $(x-3)y'(x) + 2y(x) = 0$

En déduire la solution exacte.

Bon Courage