

التمرين 1

$$\begin{cases} u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

لتكن المتتالية الحقيقية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يأتي :

1. أحسب u_1 ، u_2 ، u_3

2. برهن بالتراجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} , u_n \geq 1$

• أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متناقصة.

• أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة.

التمرين 2

$$\begin{cases} v_0 = 0 ; v_1 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{1}{2}(v_n + v_{n-1}) \end{cases}$$

لتكن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يأتي :

نضع $k_n = v_{n+1} - v_n$

(1) بين أن $(k_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها r .

(2) أحسب k_0 ثم اكتب عبارة الحد العام k_n بدلالة n .

(3) أثبت أن المتتالية $(k_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة.

(4) نضع $S_n = k_0 + k_1 + k_2 + \dots + k_n$ أحسب $S = \lim_{x \rightarrow +\infty} S_n$

(5) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n$ وماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب المتتالية ؟

التمرين 3

1- وُضع في مصرف مبلغ 3000 دج بفائدة مركبة معدلها 5%

أوجد المبلغ بعد 5 سنوات . وكم تكون جملة الفائدة المركبة ؟

2- أودع مبلغ 7000 دج في مصرف بفائدة مركبة فأصبح 8000 دج بعد 4 سنوات.

أوجد معدل الفائدة المركبة ؟

(الفائدة المركبة : إذا تجاوزت مدة الإيداع أو القرض السنة فإن الفوائد بدورها تحقق فوائد).

التمرين 4

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{2u_n + 2} \end{cases}$$

لتكن المتتالية المعرفة بـ :

$$(1) \text{ بين أن } \forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$$

(2) أدرس تغيرات المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و استنتج أنها متقاربة. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين 5

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{11}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$u_{n+1} = 3u_n - 4$$

(1) أحسب كلا من الحدين u_1 و u_2

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 2$

(3) أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

(4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ $v_n = 4(u_n - 2)$

(أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية و عين أساسها وحدها الأول.

(ب) عبر عن كل من v_n و u_n بدلالة n .

(ج) هل المتتالية (u_n) محدودة من الأعلى ؟

(د) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$w_n = u_0 + \frac{u_1}{4} + \frac{u_2}{4^2} + \frac{u_3}{4^3} + \dots + \frac{u_n}{4^n} \text{ بـ}$$

برهن أن المتتالية (w_n) متقاربة.

انتهى