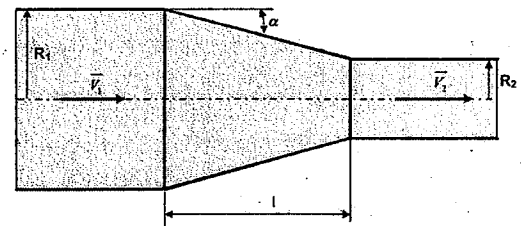


Exercice N°01

On veut accélérer la circulation d'un fluide parfait dans une conduite de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α (schéma ci-dessus).

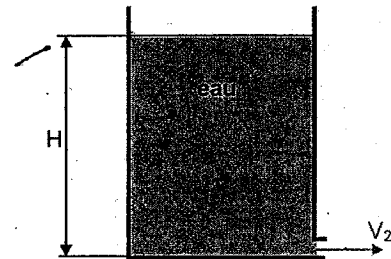


- 1) Calculer le rapport des rayons (R_1/R_2).
- 2) Calculer ($R_1 - R_2$) en fonction de L et α . En déduire la longueur L . ($R_1 = 50$ mm, $\alpha = 15^\circ$).

Exercice N°02

On considère un réservoir rempli d'eau à une hauteur $H = 3$ m, muni d'un petit orifice à sa base de diamètre $d = 10$ mm.

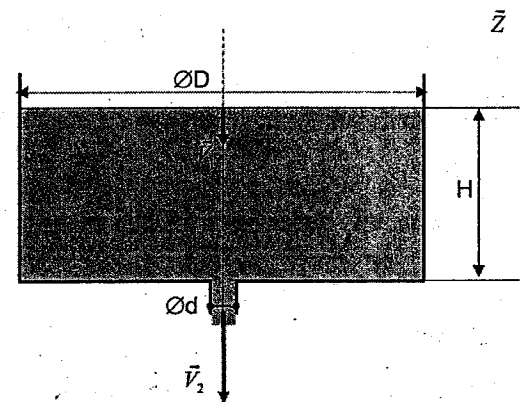
- 1) En précisant les hypothèses prises en comptes, appliquer le théorème de Bernoulli pour calculer la vitesse V_2 d'écoulement d'eau.
- 2) En déduire le débit volumique Q_v en (l/s) en sortie de l'orifice. On suppose que $g = 9,81$ m/s.



Exercice N°03

On considère un réservoir cylindrique de diamètre intérieur $D = 2$ m rempli d'eau jusqu'à une hauteur $H = 3$ m. Le fond du réservoir est muni d'un orifice de diamètre $d = 10$ mm permettant de faire évacuer l'eau. Si on laisse passer un temps très petit dt , le niveau d'eau H du réservoir descend d'une quantité dH . On note $V_1 = dH/dt$ la vitesse de descente du niveau d'eau, et V_2 la vitesse d'écoulement dans l'orifice. On donne l'accélération de la pesanteur $g = 9,81$ m/s².

- 1) Ecrire l'équation de continuité. En déduire l'expression de V_1 en fonction de V_2 , D et d .
- 2) Ecrire l'équation de Bernoulli. On suppose que le fluide est parfait et incompressible.
- 3) À partir réponses aux questions 1) et 2) établir l'expression de la vitesse d'écoulement V_2 en fonction de g , H , D et d .
- 4) Calculer la vitesse V_2 . On suppose que le diamètre d est négligeable devant D . C'est-à-dire $d/D \ll 1$.
- 5) En déduire le débit volumique q_v .

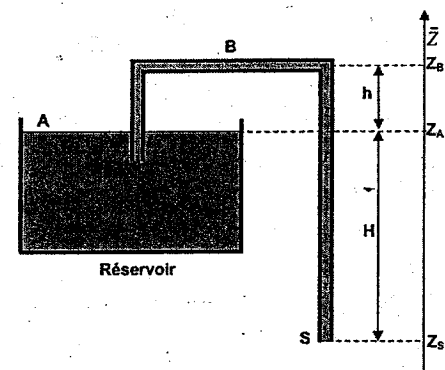


Exercice N°04

On considère un siphon de diamètre $d = 10$ mm alimenté par un réservoir d'essence de grandes dimensions par rapport à d et ouvert à l'atmosphère.

On suppose que :

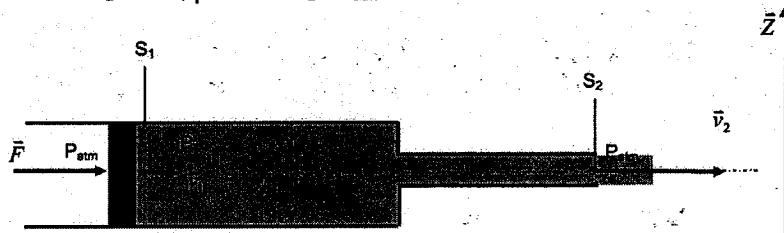
- le fluide est parfait.
- le niveau du fluide dans le réservoir varie lentement.
- l'accélération de la pesanteur $g = 9.81$ m.s⁻².
- le poids volumique de l'essence: $\varpi = 6896$ N/m³.
- $H = Z_A - Z_S = 2,5$ m.



- 1) En appliquant le Théorème de Bernoulli entre les points A et S, calculer la vitesse d'écoulement V_s dans le siphon.
- 2) En déduire le débit volumique q_v .
- 3) Donner l'expression de la pression P_B au point B en fonction de h , H , ρ et P_{atm} . Faire une application numérique pour $h=0.4$ m.
- 4) h peut elle prendre n'importe quelle valeur ? Justifier votre réponse.

Exercice N°05

La figure ci-dessous représente un piston qui se déplace sans frottement dans un cylindre de section S_1 et de diamètre $d_1=4$ cm rempli d'un fluide parfait de masse volumique $\rho=1000$ kg/m³. Le piston est poussé par une force F d'intensité 62,84 Newtons à une vitesse V_1 constante. Le fluide peut s'échapper vers l'extérieur par un cylindre de section S_2 et de diamètre $d_2 = 1$ cm à une vitesse V_2 et une pression $P_2 = P_{atm} = 1$ bar.

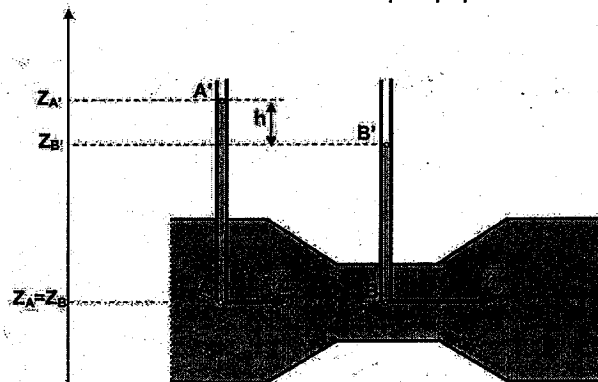


Travail demandé:

- 1) En appliquant le principe fondamental de la dynamique au piston, déterminer la pression P_1 du fluide au niveau de la section S_1 en fonction de F , P_{atm} et d_1 .
- 2) Ecrire l'équation de continuité et déterminer l'expression de la vitesse V_1 en fonction de V_2 .
- 3) En appliquant l'équation de Bernoulli, déterminer la vitesse d'écoulement V_2 en fonction de P_1 , P_{atm} et ρ . (On suppose que les cylindres sont dans une position horizontale ($Z_1=Z_2$))
- 4) En déduire le débit volumique Q_v .

Exercice N°06

Une conduite de section principale S_A et de diamètre d subit un étranglement en B où sa section est S_B . On désigne par $\alpha = S_B/S_A$ le rapport des sections. Un fluide parfait incompressible de masse volumique ρ , s'écoule à l'intérieur de cette conduite. Deux tubes plongent dans la conduite ayant des extrémités respectivement A et B. Par lecture directe de la dénivellation h , les deux tubes permettent de mesurer le débit volumique q_v qui traverse la conduite.



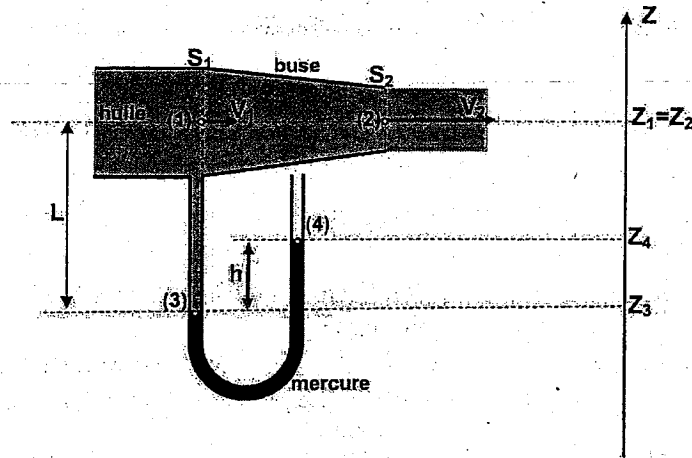
- 1) Ecrire l'équation de continuité. En déduire l'expression de la vitesse V_B en fonction de V_A et α .
- 2) Ecrire la relation de Bernoulli entre les points A et B. En déduire l'expression de la différence de pression ($P_A - P_B$) en fonction de ρ , V_A et α .
- 3) Ecrire la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et A'.
- 4) Ecrire la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points B et B'.
- 5) En déduire l'expression de la vitesse d'écoulement V_A en fonction de g , h , et α .
- 6) Donner l'expression du débit volumique q_v en fonction de d , g , h , et α .

Faire une application numérique pour :

- un diamètre de la section principale $d=50$ mm,
- un rapport de section $\alpha = 2$,
- une accélération de pesanteur : $g = 9,81$ m/s²,
- une dénivellation $h=10$ mm.

Exercice N°07

De l'huile est accélérée à travers une buse en forme de cône convergent.



La buse est équipée d'un manomètre en U qui contient du mercure.

Partie 1 : Etude de la buse

Un débit volumique $q_v = 0,4 \text{ l/s}$, l'huile traverse la section S_1 de diamètre $d_1 = 10 \text{ mm}$ à une vitesse d'écoulement V_1 , à une pression P_1 et sort vers l'atmosphère par la section S_2 de diamètre d_2 à une vitesse d'écoulement $V_2 = 4.V_1$ et une pression $P_2 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$.

On suppose que :

- le fluide est parfait,
- la buse est maintenue horizontale ($Z_1 = Z_2$).

On donne la masse volumique de l'huile : $\rho_{\text{huile}} = 800 \text{ kg/m}^3$.

- 1) Calculer la vitesse d'écoulement V_1 .
- 2) Ecrire l'équation de continuité. En déduire le diamètre d_2 .
- 3) En appliquant le Théorème de Bernoulli entre le point (1) et le point (2) déterminer la pression P_1 en bar.

Partie 2 : Etude du manomètre (tube en U).

Le manomètre, tube en U, contient du mercure de masse volumique $\rho_{\text{mercure}} = 13600 \text{ kg/m}^3$. Il permet de mesurer la pression P_1 à partir d'une lecture de la dénivellation : $h = (Z_4 - Z_3)$.

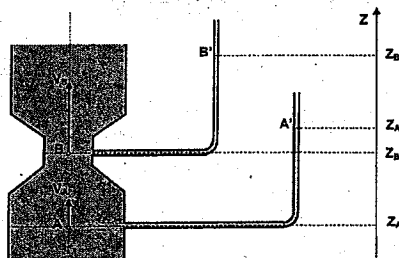
On donne :

- $(Z_1 - Z_3) = L = 1274 \text{ mm}$.
- l'accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.
- la pression $P_4 = P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$,

- 1) En appliquant la RFH (Relation Fondamentale de l'hydrostatique) entre les points (1) et (3), déterminer la pression P_3 .
- 2) De même, en appliquant la RFH entre les points (3) et (4), déterminer la dénivellation h du mercure.

Exercice N°08

Dans le tube de Venturi représenté sur le schéma ci-dessous, l'eau s'écoule de bas en haut.



Le diamètre du tube en A est $d_A = 30$ cm, et en B il est de $d_B = 15$ cm.

Afin de mesurer la pression P_A au point A et la pression P_B au point B, deux manomètres à colonne d'eau (tubes piézométriques) sont connectés au Venturi. Ces tubes piézométriques sont gradués et permettent de mesurer les niveaux $Z_A = 3,061$ m et $Z_{B'} = 2,541$ m respectivement des surfaces libres A' et B'.

On donne :

- l'altitude de la section A : $Z_A = 0$ m,
- l'altitude de la section B : $Z_B = 50$ cm,
- l'accélération de la pesanteur est $g = 9,8$ m/s².
- la pression au niveau des surfaces libres $P_{A'} = P_{B'} = P_{atm} = 1$ bar.
- la masse volumique de l'eau est $\rho = 1000$ kg/m³.

On suppose que le fluide est parfait.

- 1) Appliquer la RFH (Relation Fondamentale de l'Hydrostatique) entre B et B', et calculer la pression P_B au point B.
- 2) De même, calculer la pression P_A au point A.
- 3) Ecrire l'équation de continuité entre les points A et B. En déduire la vitesse d'écoulement V_B en fonction de V_A .
- 4) Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points A et B. En déduire la vitesse d'écoulement V_B .

Exercice N°09

Une pompe P alimente un château d'eau à partir d'un puit à travers une conduite de diamètre $d = 150$ mm.

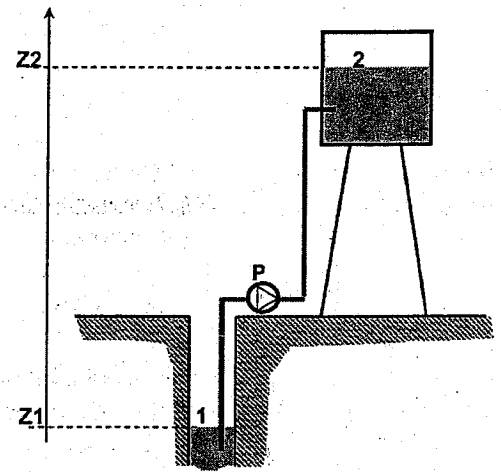
On donne :

- les altitudes : $Z_2 = 26$ m, $Z_1 = -5$ m,
- les pressions $P_1 = P_2 = 1,013$ bar ;
- la vitesse d'écoulement $V = 0,4$ m/s,
- l'accélération de la pesanteur $g = 9,81$ m/s².

On négligera toutes les pertes de charge.

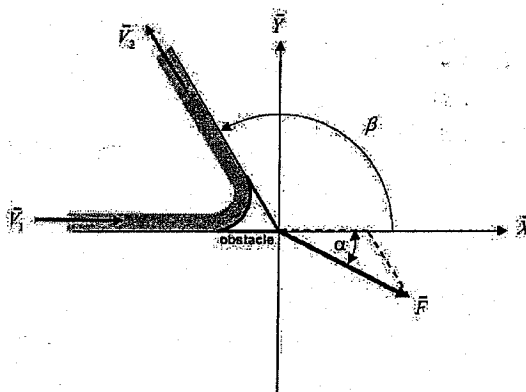
Travail demandé :

- 1) Calculer le débit volumique Q_v de la pompe en l/s.
- 2) Ecrire l'équation de Bernoulli entre les surfaces 1 et 2.
- 3) Calculer la puissance utile P_u de la pompe.
- 4) En déduire la puissance P_a absorbée par la pompe sachant que son rendement est de 80%.



Exercice N°10

La figure ci-dessous représente un jet d'eau horizontal qui frappe un obstacle à un débit massique $q_m = 2$ kg/s. L'obstacle provoque une déflexion du jet d'un angle $\beta = 120^\circ$.



On désigne par V_1 la vitesse d'écoulement de l'eau en entrée de l'obstacle. Elle est portée par l'axe OX, V_2 désigne la vitesse d'écoulement de l'eau en sortie de l'obstacle. Elle est portée par une direction inclinée de l'angle $\beta = 120^\circ$ par rapport à l'axe OX. On admettra que $V_1 = V_2 = 3$ m/s.

- 1) En appliquant le théorème d'Euler, donner l'expression vectorielle de la force F exercée par le liquide sur l'obstacle en fonction de q_m , V_1 et V_2 ensuite calculer ses composantes F_x et F_y .
- 2) Quel est son angle d'inclinaison α ?

Solutions TD4+TD5

Exercice N°01

1) On applique l'équation de continuité :

$$V_1 S_1 = V_2 S_2 \text{ ou encore } \frac{S_1}{S_2} = \frac{V_2}{V_1} \text{ or } S_1 = \pi R_1^2 \text{ et } S_2 = \pi R_2^2 \text{ d'où } \boxed{\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}} = 2}$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha = \frac{R_1 - R_2}{l} \text{ donc } \boxed{l = \frac{R_1 - R_2}{\operatorname{tg} \alpha}} \text{ or } R_2 = \frac{R_1}{2} \text{ donc } l = \frac{R_1}{2 \operatorname{tg} \alpha} \text{ A.N.: } \boxed{L = 93,3 \text{ mm}}$$

Exercice N°02

1) Vitesse d'écoulement V_2 ?

On applique le théorème de Bernoulli avec les hypothèses suivantes : $V_1 \approx 0$ car le niveau dans le réservoir varie lentement et $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$.

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0 \text{ On obtient :}$$

$$\boxed{V_2 = \sqrt{2gH}} \text{ A.N. } \boxed{V_2 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3} = 7,67 \text{ m/s}}$$

2) Débit volumique Q_v ?

$$\boxed{Q_v = V_2 S} \text{ or } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (10 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 7,87 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ A.N. } \boxed{Q_v = 0,6 \text{ L/s}}$$

Exercice N°03

$$1) \text{Equation de continuité : } \boxed{\frac{\pi D^2}{4} V_1 = \frac{\pi d^2}{4} V_2} \text{ donc la vitesse } \boxed{V_1 = \left(\frac{d}{D}\right)^2 V_2} \quad (1)$$

$$2) \text{Equation de Bernoulli : } \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0$$

$$\text{Or } P_1 = P_2 = P_{\text{atm}} \text{ donc : } \boxed{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} - gH = 0} \quad (2)$$

$$3) \text{On substitue l'équation (1) dans (2) on obtient : } \frac{V_2^2 - \left(\frac{d}{D}\right)^4 V_2^2}{2} = gH$$

$$\text{Donc la vitesse : } \boxed{V_2 = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}}}$$

$$4) \text{Si } \left(\frac{d}{D}\right) \ll 1 \text{ alors } \boxed{V_2 = \sqrt{2gH}} \text{ A.N. } \boxed{V_2 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3} = 7,67 \text{ m/s}}$$

$$5) \boxed{q_v = \frac{\pi d^2}{4} V_2} \text{ A.N. } \boxed{q_v = \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 7,67 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}}$$

Exercice N°04

1) $\frac{V_s^2}{2g} + \frac{P_s}{\varpi} + Z_s = \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\varpi} + Z_A$ on a : $P_s = P_A = P_{atm}$, $V_A = 0$ et $Z_A - Z_s = H$

$V_s = \sqrt{2gH}$ A.N. $V_s = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,5} = 7 \text{ m/s}$

2) Le débit volumique : $q_v = V_s \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ A.N. $q_v = 7 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0,55 \text{ l/s}$

3) Théorème de Bernoulli entre B et S : $\frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\varpi} + Z_B = \frac{V_s^2}{2g} + \frac{P_s}{\varpi} + Z_s$

Or $V_s = V_B$, $Z_B - Z_s = H + h$ et $P_s = P_{atm}$

$P_B = P_{atm} - \varpi \cdot (H + h)$ A.N. $P_B = 10^5 - 6896 \cdot (2,5 + 0,4) = 80001,6 \text{ Pa} = 0,8 \text{ bar}$

4) Non. Il faut que $P_B > 0$ Equivaut à $h < \frac{P_{atm}}{\varpi} H$ A.N. $h < \frac{10^5}{9,81 \cdot 1000} \cdot 2,5 = 2,5 \text{ m}$

Exercice N°05

1) PFD : $F + P_{atm} \cdot S_1 = P_1 \cdot S_1 \Rightarrow P_1 = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_1^2} + P_{atm}$

A.N. $P_1 = \frac{4 \cdot 62,84}{\pi \cdot 0,04^2} + 10^5 = 1,5 \text{ bar}$

2) Equation de continuité : $V_1 S_1 = V_2 S_2$

$\Rightarrow V_1 = V_2 \cdot \frac{S_2}{S_1} = V_2 \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow V_1 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{16} V_2$

3) Equation de Bernoulli : $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0$ or $Z_1 = Z_2$ et $P_2 = P_{atm}$

et $V_1 = \frac{1}{16} V_2$ donc $V_2 = \sqrt{\frac{512}{255} \cdot \frac{(P_1 - P_{atm})}{\rho}}$

A.N. $V_2 = \sqrt{\frac{512}{255} \cdot \frac{(1,5 \cdot 10^5 - 10^5)}{1000}} = 10 \text{ m/s}$

4) $Q_v = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} V_2$

A.N. $Q_v = \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 10 = 0,785 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

Exercice N°06

1) Equation de continuité : $V_A S_A = V_B S_B$ d'où $V_B = V_A \frac{S_A}{S_B}$ donc $V_B = V_A \alpha$

2) $P_A + \rho g Z_A + \frac{1}{2} \rho V_A^2 = P_B + \rho g Z_B + \frac{1}{2} \rho V_B^2$

Or $Z_A = Z_B$ Donc $P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho (\alpha V_A)^2 - \frac{1}{2} \rho V_A^2$

ou encore,

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho V_A^2 (\alpha^2 - 1) \quad (1)$$

3) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et A' :

$$P_A - P_{A'} = \rho g (Z_{A'} - Z_A) \quad (2)$$

4) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points B et B' :

$$P_B - P_{B'} = \rho g (Z_{B'} - Z_B) \quad (3)$$

5) On sait que $P_A = P_B = P_{atm}$ et $Z_A = Z_B$

Donc

$$P_A - P_B = (P_A - P_{A'}) - (P_B - P_{B'}) = \rho g [(Z_{A'} - Z_A) - (Z_{B'} - Z_B)] = \rho g (Z_{A'} - Z_{B'}) = \rho g h$$

D'après la relation (1)

$$\rho g h = \frac{1}{2} \rho V_A^2 (\alpha^2 - 1) \text{ Donc } V_A = \sqrt{\frac{2 g h}{\alpha^2 - 1}}$$

6) On sait que $q_v = S_A V_A$ ou encore, $q_v = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2 g h}{\alpha^2 - 1}}$ A.N.: $q_v = 0,5 \text{ l/s}$

Exercice N°07

Partie 1 : Etude de la buse

1) Vitesse d'écoulement : $V_1 = \frac{4 q_v}{\pi d_1^2}$ A.N. $V_1 = \frac{4 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,01^2} = 5 \text{ m/s}$

2) Equation de continuité : $V_1 S_1 = V_2 S_2 \Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} d_1$ A.N. $d_2 = \sqrt{\frac{5}{20}} \cdot 10 = 5 \text{ mm}$

3) Equation de Bernoulli : $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho_{huile}} + g(Z_2 - Z_1) = 0$ or $Z_1 = Z_2$ et $P_2 = P_{atm}$

Donc $P_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho_{huile} (V_2^2 - V_1^2)$

A.N. $P_1 = 10^5 + \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (20^2 - 5^2) = 2,5 \cdot 10^5 \text{ pascal} = 2,5 \text{ bar}$

Partie 2 : Etude du manomètre (tube en U)

1) RFH entre (1) et (3) : $P_3 - P_1 = \rho_{huile} g (Z_1 - Z_3)$

$P_3 = P_1 + \rho_{huile} g L$ A.N. $P_3 = 2,5 \cdot 10^5 + 800 \cdot 9,81 \cdot 1,274 = 2,6 \cdot 10^5 \text{ pascal} = 2,6 \text{ bar}$

2) RFH entre (3) et (4) : $P_3 - P_4 = \rho_{mercure} g (Z_4 - Z_3)$ or $(Z_4 - Z_3) = h$

Donc $h = \frac{P_3 - P_4}{\rho_{mercure} g}$ A.N. $h = \frac{2,6 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5}{13600 \cdot 9,81} = 1,2 \text{ m}$

Exercice N°08

1) RFH entre B et B' : $P_B - P_{B'} = (Z_{B'} - Z_B) \Rightarrow \boxed{P_B = P_{B'} + \rho g (Z_{B'} - Z_B)}$

A.N. $\boxed{P_B = 10^5 + 1000 \cdot 9,8 (2,541 - 0,5) = 120001 \text{ Pascal} = 1,2 \text{ bar}}$

2) RFH entre A et A' : $P_A - P_{A'} = (Z_{A'} - Z_A) \Rightarrow \boxed{P_A = P_{A'} + \rho g (Z_{A'} - Z_A)}$

A.N. $\boxed{P_A = 10^5 + 1000 \cdot 9,8 (3,061 - 0) = 130007 \text{ Pascal} = 1,3 \text{ bar}}$

3) Equation de continuité : $S_A V_A = S_B V_B \Rightarrow V_B = \frac{S_A}{S_B} V_A = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 V_A \Rightarrow \boxed{V_B = 4 V_A}$

4) Equation de Bernoulli : $\frac{V_A^2 - V_B^2}{2} + \frac{P_A - P_B}{\rho} + g(Z_A - Z_B) = 0$ avec $V_B = 4 V_A$

Donc : $\boxed{V_B = \sqrt{4^2 - 1 \left(\frac{P_A - P_B}{\rho} + g(Z_A - Z_B) \right)}}$

A.N. $\boxed{V_B = \sqrt{4^2 - 1 \left(\frac{1,3 \cdot 10^5 - 1,2 \cdot 10^5}{1000} + 9,8 (0 - 0,5) \right)} = 0,8246 \text{ m/s}}$

Exercice N°09

1) Débit volumique : $q_v = V \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ A.N. $\boxed{q_v = 0,4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,15^2}{4} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 7 \text{ L/s}}$

2) Equation de Bernoulli pour un fluide parfait incompressible (avec échange de travail) : $\boxed{\frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) + \frac{1}{\rho} (P_2 - P_1) + g(Z_2 - Z_1) = \frac{P_u}{\rho q_v}}$

3) Puissance utile de la pompe : $\boxed{P_u = q_v \cdot \rho \cdot g \cdot (H_1 + H_2)}$

A.N. $\boxed{P_u = 7 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \cdot 9,81 \cdot (26 + 5) = 2128,77 \text{ W}}$

4) Puissance absorbée par la pompe : $P_a = \frac{P_u}{\eta}$ A.N. $\boxed{P_a = \frac{2128,77}{0,8} = 2661 \text{ W}}$

Exercice N°10

1) $\boxed{\vec{F} = q_m (\vec{V}_1 - \vec{V}_2) = q_m \|\vec{V}_1\| \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix} \right] \Rightarrow \begin{cases} F_x = q_m \|\vec{V}_1\| (1 - \cos \beta) \\ F_y = -q_m \|\vec{V}_1\| \sin \beta \end{cases}}$

A.N. $\boxed{\begin{cases} F_x = 2,3 (1 - 0,5) = 9 \text{ N} \\ F_y = -2,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -5,19 \text{ N} \end{cases}}$

2) $\boxed{\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x}}$ A.N. $\boxed{\tan \alpha = \frac{-5,19}{9} = -0,5773 \Rightarrow \alpha = -30^\circ}$