

Rédigez la réponse en propre sur une feuille. C'est une simulation pour l'examen finale. Vous recevrez dans les jours qui suivent le corrigé avec barème. Vous ferez vous même l'évaluation de votre travail. -- Bon courage --

Exo 1 (5 pts) :

1) étudier la nature des séries suivantes :

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi + \frac{1}{n}\right)$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{e^n}$, c) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n\sqrt{n}}\right)$, d) $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} \frac{n^n}{n!}$

2) développer en série entière en précisant le domaine de convergence.

a) $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$ b) $g(x) = \ln(1+x)$.

en déduire la somme de la série

3) déterminer le domaine de convergence de la série : $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n+1} x^{2n+1}$.

Exo 2 (5 pts) :

soit $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction 2π -périodique définie par

$$f(x) = |x|$$

1.) Donner sa série de Fourier associée \tilde{f} et tracer sa courbe.

2.) déduire les sommes des séries $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$, $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}$

et $C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$.