RDM

Programmes 1ére semestre.

Kimo.

I/ Generalites (Introduction - Déf - hypolhése - domaine d'application).

II/ * element de statique

- notion de force.
- chargement
- structure.
- les appuis
- Réaction
- principe déquilibre.
- type de structure.

* les efforts internes.

- Déf
- Méthode de section
- convention de singe.

* les section géomitrique.

III/ caractristique des élements de section plane.

VI/ contrainte de déformation

- états de contrainte.
- " " déformation.

1

chapitre I Genralité.

RDM est la sience qui étudé la réstance, la régidité et la stabilité des élement de construction

* **la résictance:** est la capasité des éléments de structure à suportter les charges exterieurs
* **la régidité** de structure est sa capasité de soporter des modification de la forme et des dimensions du à l'action déformatrice des charges exterieurs.
* **la stabilité:** c'est la capacité d'une structure à conversé sa forme intitale corrispondant à l'état d'equilibre élastique.

* l'origine de la RDM et calcule de structure.

une structure c'est tout asomblage de materiaux déstinés à supporter une charge.

Plus c'est gros est costaud. (château et églyse)

* les hypothése.

corps → barre (Poutre)
corps → plaque.
corps → coques.

les hypothèse de basse :

1/ Solide étudie.

(3)

* Modele d'etude.

corps étudiés sans déposé contenue, homogéne et isotrope et ils ~~sont~~ les méme propriéte en tout point et dans tout les derections.

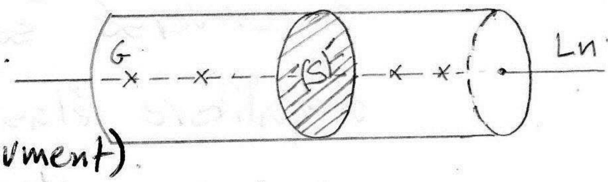
* la forme des solides étudié (poutre)

la poutre c'est un solide engendré par une surface (S) dont le centre de gravité est G.

S : la section droite de la poutre

G : centre de gravité (G en mouvment)

Ln : la fibre neutre.



* S ⊥ ln.

* les pieses massives ne peuvent pas être assimilé à des poutres, on à alors reconrre à des calcule à des lhéori de calcule par des élement fins.

2/ Déformation faibles :

on effectu des calcule sur la structure non déformé, si y â de deformation, il faut qu'elle soit petite en regrde le dimension de poutre.

3/ Principe de Nonier - Bernauli :

la section draite en cour de déformation reste Plains et ⊥ à ln (reste ⊥ à ln avant et apris deformation).

4/ hypothise de saint.

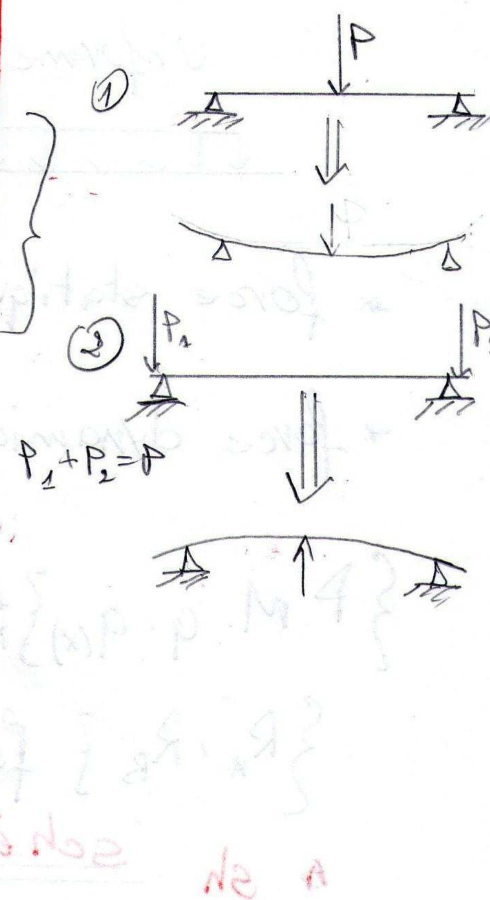
les rusultas obtenu en RDM ne sont valable. car une distanse suffisament grande des points d' d'application des forces.

. * la poutre :

21

Recapulation.

sur les materiaux.	- contrint - isotrop. - homogene. - loi de Mook.
forme.	- dimension prinsipale (L>>gé) - plan de symetri - la section variable (pogressive). - fibre moyene.
Action mecanique exterieur.	* on nepeut pas remplacer un systeme deforces par un systeme equivalant (absans de la statique. * les support de la force ne sont pas deplacer lors de la déformation → petite déformation.
sur les déformations.	* hypothése des petites déformatio * hypothése de Nouvie - Bernoulé



force exterieur.

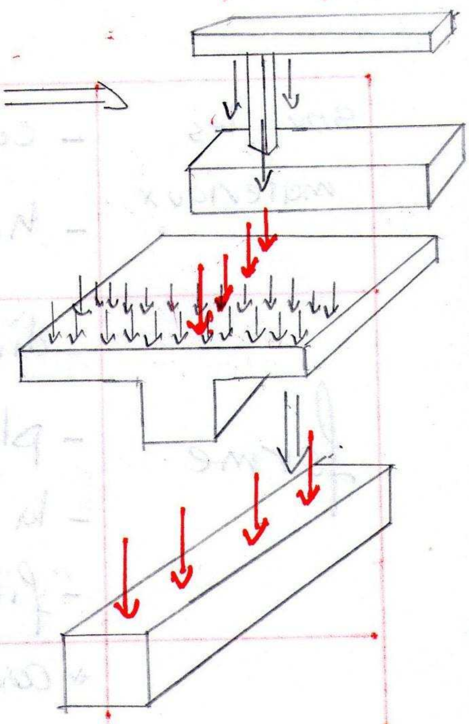
les défirante elements de construction sont soumis à l'action de force de défirant nature. dite force. exterieur.

force → Active (force exterieur)
force → Reactives (forces de liaison)

* type des forces exterieurs

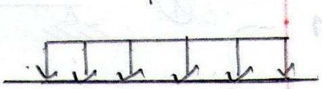
* force concentrés (force ponctuelle).

* forces reparties :

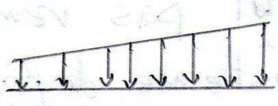


la force repartie → Variable
la force repartie → lineaire
la force repartie → unforme

Unforme

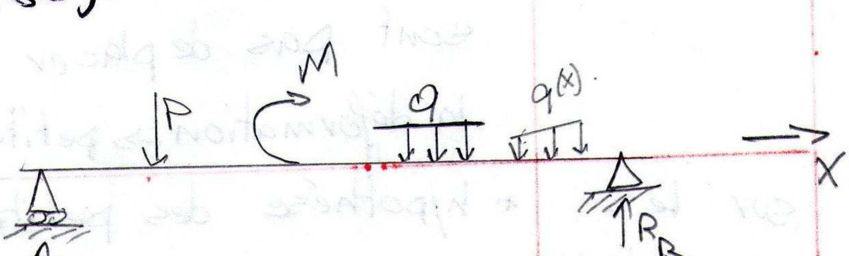


variable



* force statique. (ne varient pas avec le temps).
* force dynamique (Variable).

$\{P, M, q, q(x)\}$ force active.



$\{R_A, R_B\}$ force reactive.

schéma de calcule :

on passe du systéme reel à une schématistion pour les calcule.

1. La poutre est remplacée par ln
2. les liaison par les appuis.

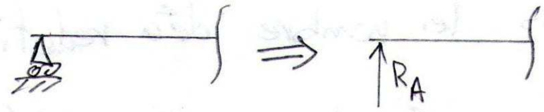
3* remplacer les appuis par leur reaction.

4* calculer la reaction des appuis on ecrivant les condition d'equilibre.

type des appuis.

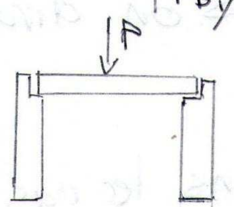
1/ Appuis simple.

* mouvement horizontale + retation (Pas de mvt vertical).



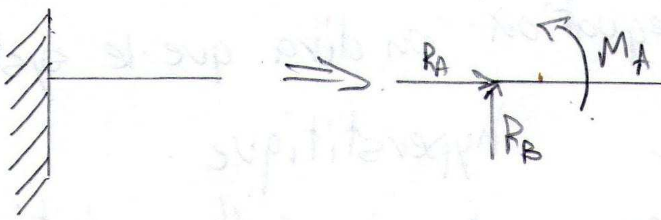
2/ Appuis Double.

Retation (pas de mvt vertecal * + Pas de mvt horizontale).



3/ encastrement.

* pas de mvt
* pas de Routation.



conditions d'equilibre.

Une construction qui ne se deforme pas est en equilibre sous effet de forces exterieur et de reaction d'appuis.

cesi se traduit dans l'espace par:

* $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma F_z = 0$.
* $\Sigma M_x = 0$, $\Sigma M_y = 0$, $\Sigma M_z = 0$.

dans le plans (c'est le cas des poutres dans noutre etude).

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_z = 0.$$

ces trois ~~eq~~ equation permettent de calculer les forces inconnus. (reaction d'appuis).

Degré d'Hyperstaticité :

suivant la nature (le type) et le nombre d'appuis nous connaiss ons le nombre de reaction.

si le nombre d'inconnus est égal au nombre d'equation d'equilibre ~~d~~ le systéme peut être en équilibre et tout les reactions peuvent être trouvés.

→ on dira que le systéme est statiquement déterminé ou isostatique.

Dans le cas ou le nombre d'iconnue est plus que le nombre d'equation on dira que le systéme statiquement indéterminé ou hyperstitique.

on appelle degré d'hypestaticite la defference entre le mombre d'inncanno et le mombre d'équation d'equilibre statique.

il existe plusieur formule du donne le degré d'hypestaticité on peut cité.

$$h = 3b + r - (3J + k).$$

b = nombre de barre.

r = // // reaction d'appuis.

J = // // joint ou de point.

K = // // condition supplimentaire.

Si :

$n = 0 \Rightarrow$ système ~~typ~~ isostatique

$n < 0 \Rightarrow$ // unstable

$n > 0 \Rightarrow$ // hyperstatique

ex 01

$b = 1$, $r = 3$, $J = 2$

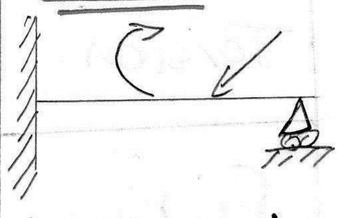
$K = 0$

$h = 3.1 + 3 - (3.2 - 0)$

$= 6 - 6 = 0$

système isostatique

ex 02



$b = 1$, $r = 4$, $J = 2$

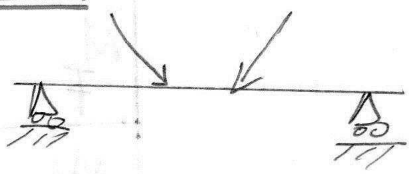
$K = 0$

$h = 3.1 + 4 - (3.2 + 0)$

$h = 1 > 0$

système hyperstatique

ex 03



$b = 1$, $r = 2$, $J = 2$

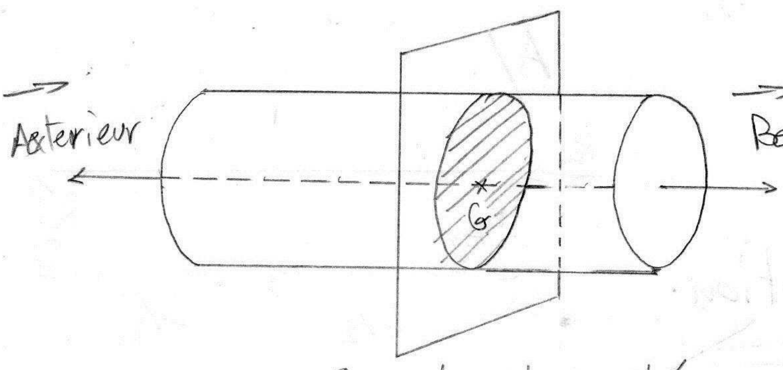
$K = 0$

$h = 3.1 + 2 - (3.2 + 0)$

$h = -1 < 0$

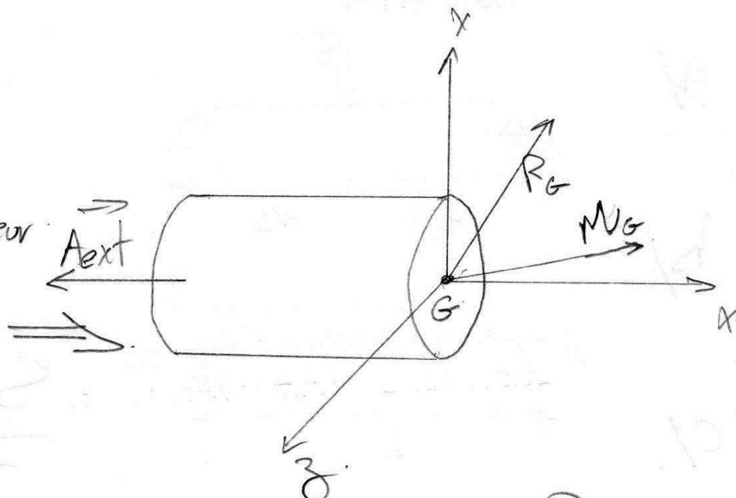
~~ss~~ système unstable

effort Internes

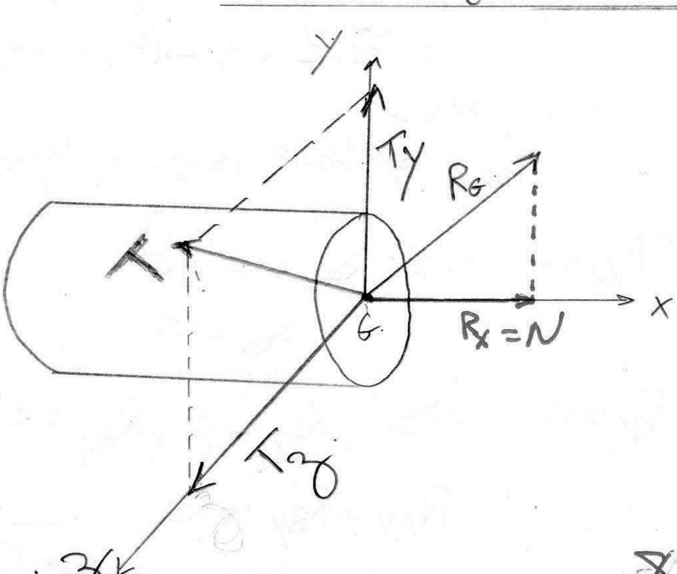


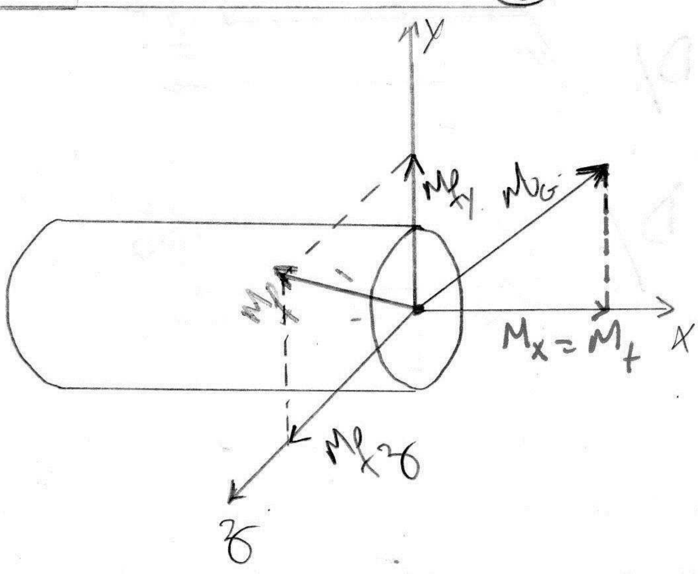
G : centre de gravité

①



②





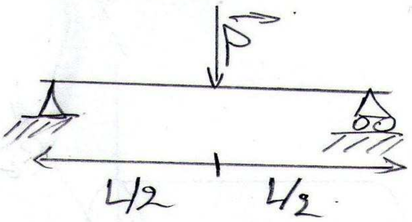
	Action mecanique	soulicition
N	effort normale	Traction, compistion
T_y T_z	effort tranchants	cisaillement
M_t	moment de torsion	Torsion
M_{fy} M_{fz}	moment de flexitions	Flextions

Déterminations les reaction d'appuis

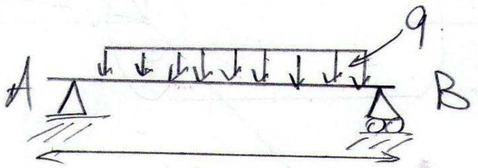
ex :

Deteminer les reaction d'appuis suivants.

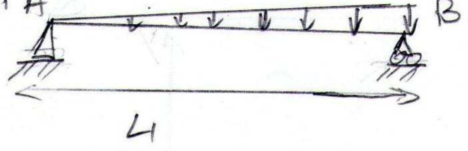
a/



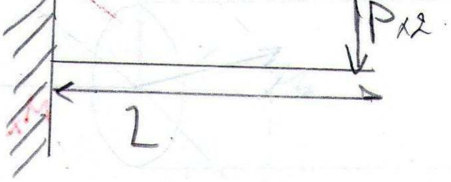
b/



c/

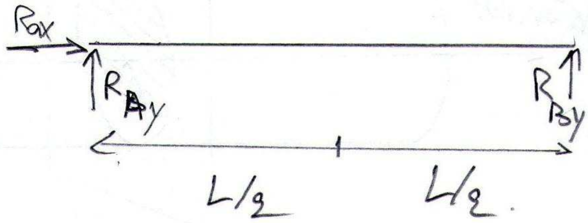


D/



Solution

A/



$n = 3b + r - (3j + k)$

$= 3 \cdot 1 + 3 - (3 \times 2 + 0)$

$n = 0$

systéme isostatique

$\sum F/x = 0 \Rightarrow R_{ax} + 0 = 0$

$R_{ax} = 0$

$\sum F/y = 0 \Rightarrow R_{ay} - P + R_{By} = 0$

$R_{ay} + R_{By} = P$ —— (1)

suite à A/

$\sum M_{/A} = 0$

$\Rightarrow R_{ay} L - P\, L/2 = 0$

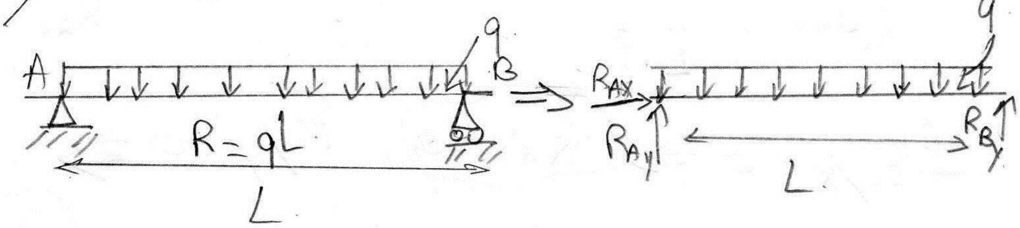
$R_{ay} = \frac{P}{2}$ —— (2)

Donc (1) $\Leftrightarrow \frac{P}{2} + R_{By} = P$

$R_{By} = P - P/2 = P/2$

$R_{Ay} = R_{By} = \frac{P}{2}$

b/



$\sum F_{/x} = 0 \Rightarrow R_{ax} + 0 = 0 \Rightarrow R_{ax} = 0$

$\sum F_{/y} = 0 \Rightarrow R_{Ay} + R_{By} - qL = 0$

$R_{ay} + R_{By} = qL$ —— (1)

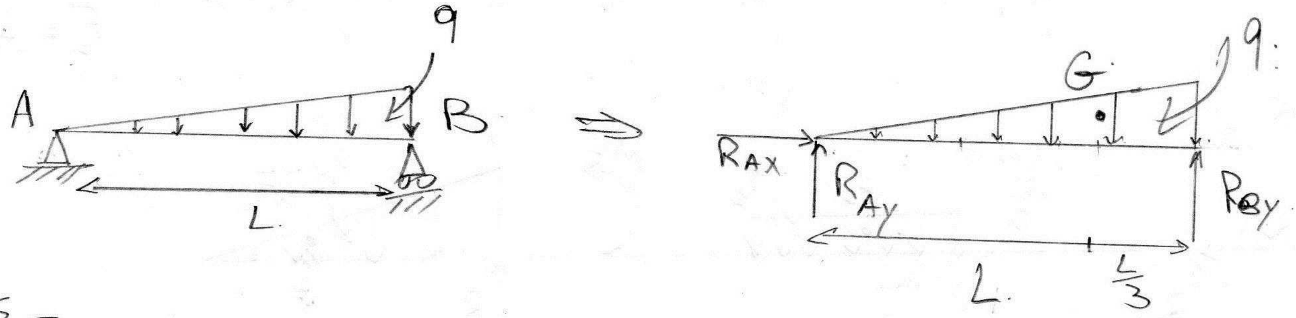
$\sum M_{/B} = 0 \Rightarrow R_{ay} \cdot L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0$

$R_{ay} = qL \cdot \frac{\cancel{L}}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{L}} = \frac{qL}{2}$ —— (2)

(1) $\Leftrightarrow$ $R_{By} = qL - R_{Ay} = qL - \frac{qL}{2} = \frac{qL}{2}$

donc $A_{ay} = R_{by} = \frac{qL}{2}$

c/



$\sum F_{/x} = 0 \Rightarrow R_{ax} = 0$

$\sum F_{/y} = 0 \Rightarrow R_{ay} + R_{by} - q\frac{L}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{R_{ay} + R_{By} = q\frac{L}{2}}$ —— (1)

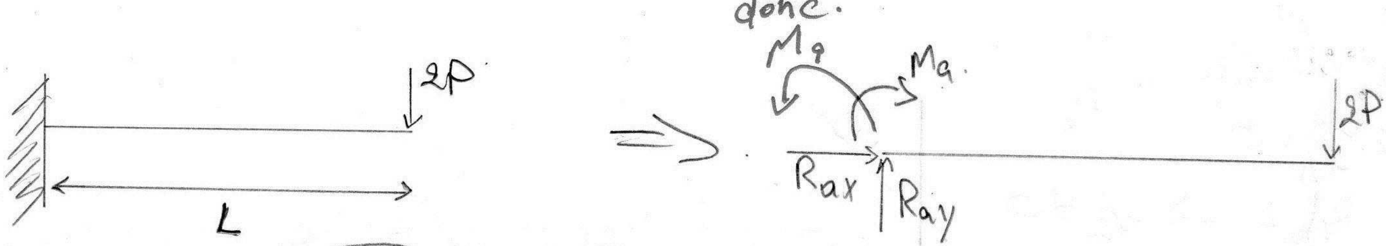
$\sum M_{/B} = 0 \Rightarrow R_{ay} L - q\frac{L}{2} \times \frac{L}{3} = 0$

$R_{ay} = q\frac{L^2}{6} \times \frac{1}{L} \Rightarrow \boxed{R_{ay} = q\frac{L}{6}}$ —— (2)

donc (2) dans (1) $\Rightarrow$ $R_{By} = q\frac{L}{2} - q\frac{L}{6}$

$\boxed{R_{By} = q\frac{L}{3}}$

d/



$$\Sigma F_i/x = 0 \Rightarrow R_{ax} = 0, \quad F_i/y = 0 \Rightarrow R_{ay} - 2P = 0$$

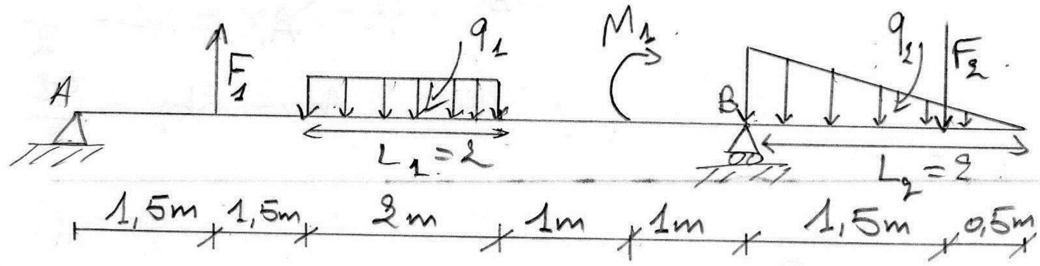
$$R_{ay} = 2P$$

$$\Sigma M/_A = 0 \Rightarrow M_a + 2PL = 0 \Rightarrow M_a = -2PL$$

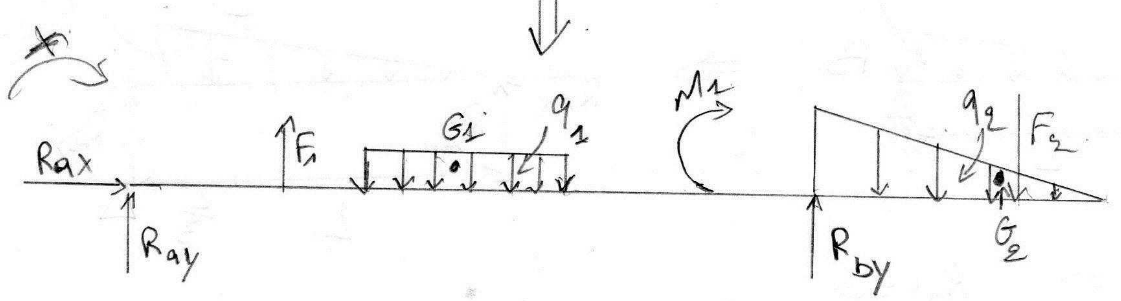
(-) pour obt
le bon chemain
Pour la rotatio
il faut l'inver

Exo: soit la poutre AB ci dessous :

* calculer la resultats d'appuis.



$F_1 = 8t$
$q_1 = 3t/m$
$M_1 = 2t/m$
$q_2 = 1{,}5t/m$
$F_2 = 4t$



$n = 0 \Rightarrow$ systéme isostatique

$$\Sigma F_i/x = 0 \Rightarrow R_{ax} = 0$$

$$\Sigma F_i/y = 0 \Rightarrow R_{ay} + F_1 - q_1 L_1 + R_{By} - q_2 \frac{L_2}{2} - F_2 = 0$$

$$R_{ay} + R_{By} = -F_1 + q_1 L_1 + q_2 \frac{L_2}{2} + F_2 = -8 + 3 \cdot 2 + 1{,}5 + 4$$

$$R_{ay} + R_{By} = 3{,}5t \quad (1)$$

Prsq le G_1 est au milieu

$$\Sigma M_{/A}=0 \Rightarrow -1{,}5F_1 + q_1L_1 \times 4 + M_1 - R_{by}L + F_2 \times 8{,}5$$

moment fléchissant :

$$+ q_2\frac{L_2}{2} \times \left(\frac{2}{3}+7\right) = 0$$

Prsq G_2 est au $\frac{1}{3}$ de la base

donc :

$$\left[-1{,}5.8 + 3.2.4 + 2 + 4 \times 8{,}5 + 1{,}5\left(\frac{2}{3}+7\right)\right] = R_{by}7$$

donc :

$$R_{by} = \frac{1}{7}(59{,}5) \Rightarrow \boxed{R_{by} = 8{,}5\,t} \quad (2)$$

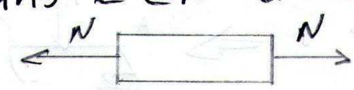
(2) dans (1) $\Rightarrow R_{Ay} = 3{,}5 - 8{,}5 = -5t$.

(-). il faut inverci l'appui

* Effort normal : convention de signe :

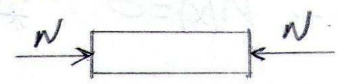
c'est la projection des charges exterieur sur l'axe de la poutre.

* effort normal sera positive (+) dans le cas d'une traction (sens de la normal exterieur).



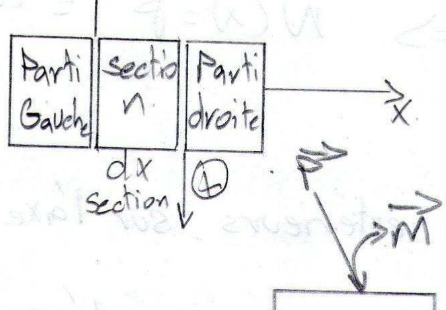
effort normal (+)

* effort normal sera negatife (-) dans le cas d'une compression (sens de la normal interieur.



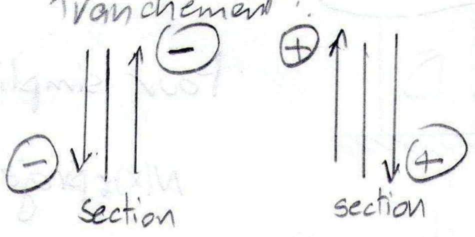
effort normal (-)

* Effort tranchant :

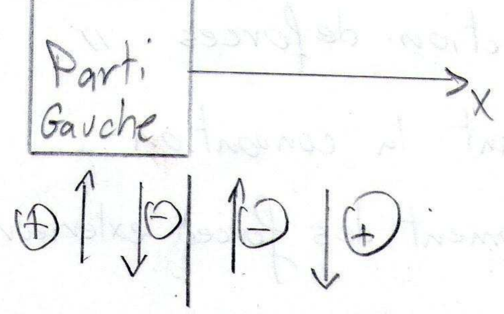


$\Rightarrow$

Projection de force aprie tranchement :



donc :



moment flechissont :

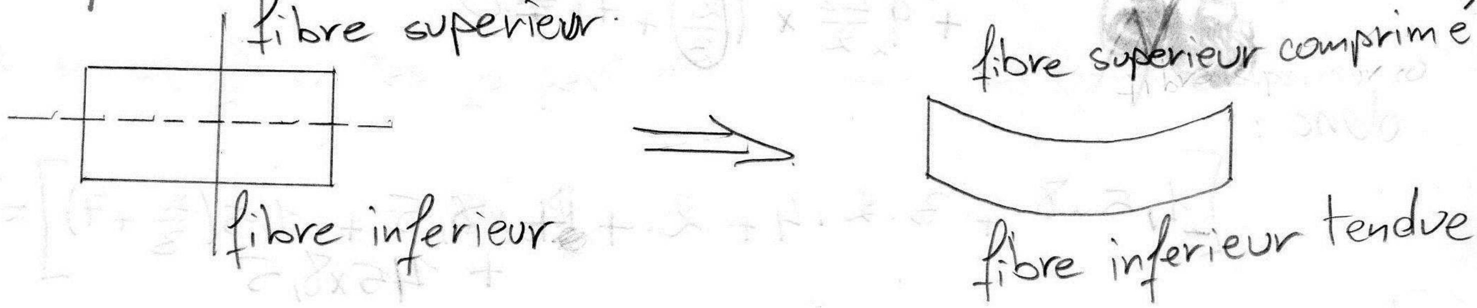
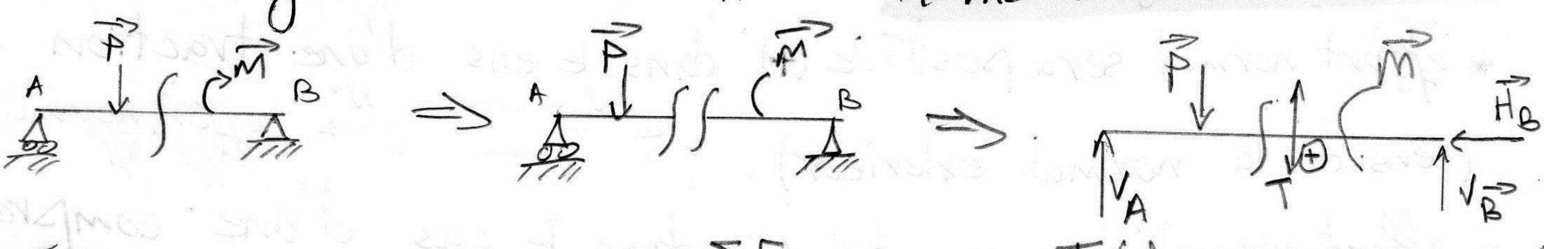


Diagramme : ce sont les graphes des fonction de variation des effo[rts] de longe de la ~~b~~ barre.

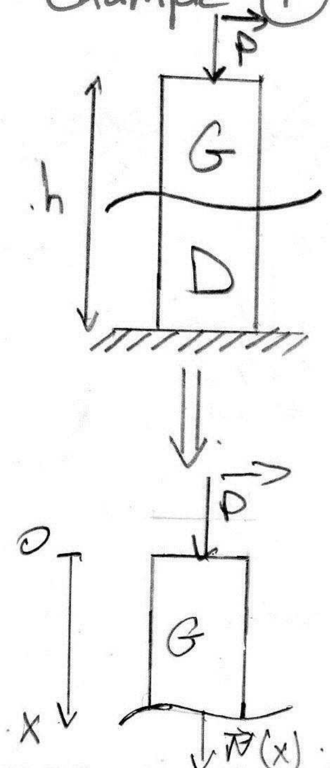
* on divise la barre on zone ou ~~tr~~ trançonse ~~fon~~ fonction de la force de la forme. et des chargement exterieur de la barre.

* et pour déterminer les effort interieur d'une poutre soumi[se] à des charges exterieurs on utilise la méthodes des section



* $\sum F/x = 0$ ---- $M(x) = 0$ * $\sum F/y = 0$ ----- $T(x) = 0$ * $\sum F/z = 0$ ---- $M(x) =$

Example (1)



Par projection :

$\vec{N}(x) + \vec{P} = 0 \Rightarrow N(x) = \vec{P}$ = constan.

Pour simplifier :

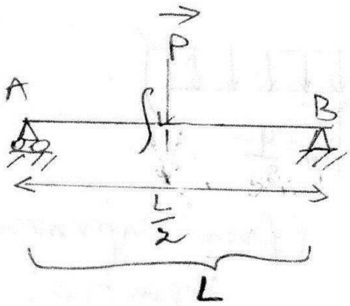
$N(x)$: projection des forces exterieurs sur l'axe (x).

$T(x)$: projection de forces " sur l'axe (y).

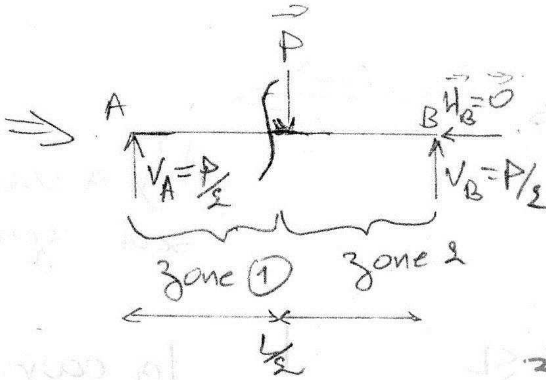
on apptiqnant la convontion

$M(x)$: moment des forces exterieur sur la section.

Exampl ②

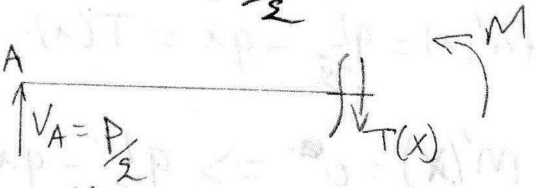


$\Rightarrow$



zone ①

$0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



Par projection :

* $\vec{T}(x) - \vec{V}_A = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}(x) = V_A$

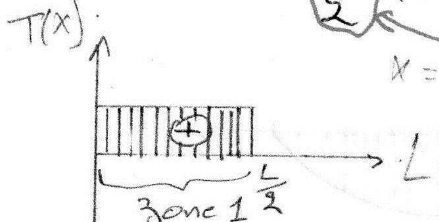
donc $T(x) = P/2$ = constan

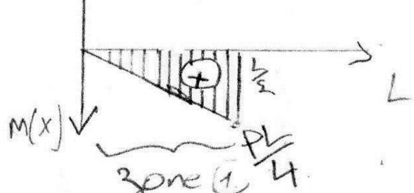
* $\vec{M}(x) - \vec{V}_A x = \vec{0} \Rightarrow M_x = V_A x$

donc $M_x = \frac{P}{2} x \quad (y = f(x) = ax)$

$x = 0,\ M(0) = 0$

$x = \frac{L}{2},\ M(\frac{L}{2}) = \frac{PL}{4}$





zone ②

$\frac{L}{2} \leq x \leq L$

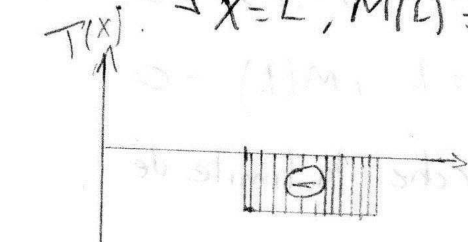
Par projection

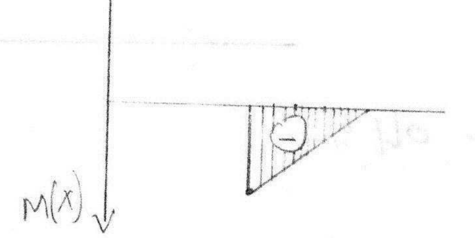
$-T(x) - P + P/2 = 0 \Rightarrow T(x) = \frac{P}{2} - P$

$T(x) = -\frac{P}{2}$

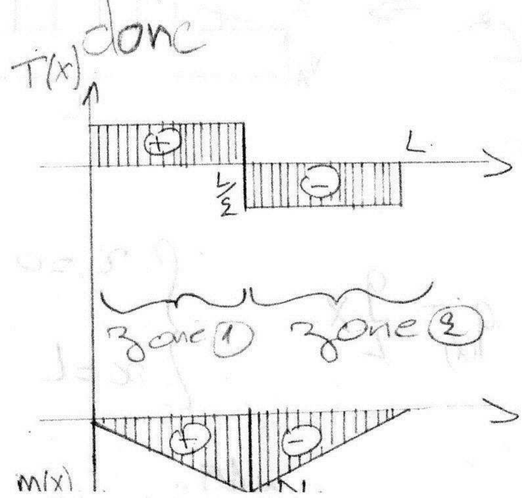
$M(x) = \frac{P}{2} x - P(x - \frac{L}{2})$

$M(x)$: $x = \frac{L}{2},\ M(\frac{L}{2}) = \frac{PL}{4}$; $x = L,\ M(L) = 0$

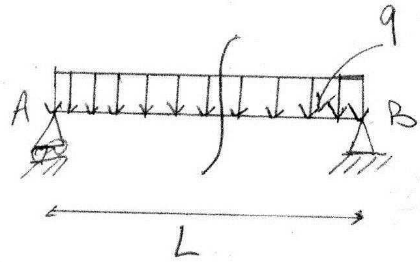




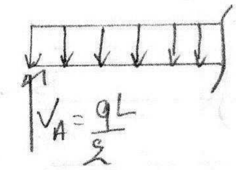
donc



Example (3) :



$\Longrightarrow$



il y a une seul zone (force unformement repartie)

donc $\Rightarrow 0 \leq x \leq L$

$* \; T(x) = V_A - qx = q\frac{L}{2} - qx.$

$T(x) \begin{cases} x = 0, \; T(0) = \frac{qL}{2} \\ x = L, \; T(L) = -q\frac{L}{2} \end{cases}$

$* \; M(x) = V_A x - (qx)\frac{x}{2}$

$= \frac{qL}{2} x - \frac{qx^2}{2}$

$M(x) \begin{cases} \cancel{x} = 0, \; M(0) = 0 \\ x = L, \; M(L) = 0 \end{cases}$

donc on cherche la limite de

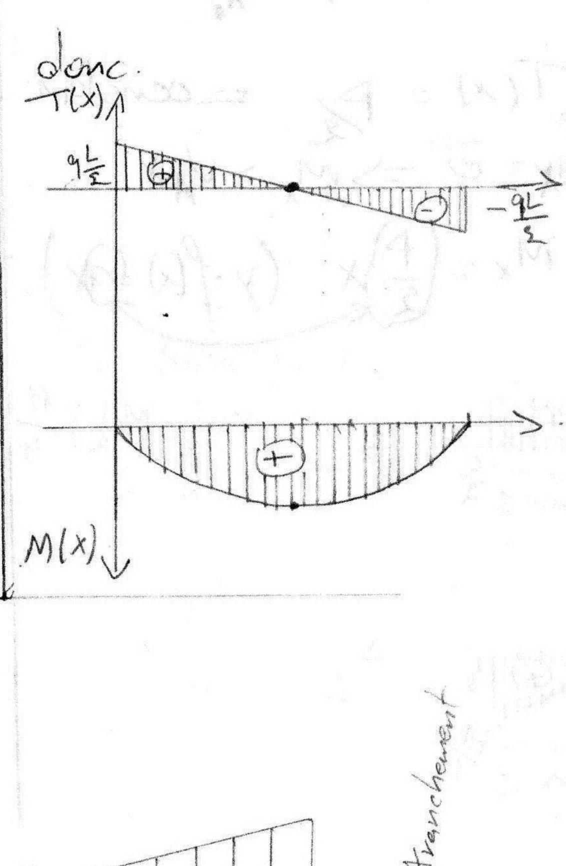
la courbe :

$M'(x) = q\frac{L}{2} - qx = T(x).$

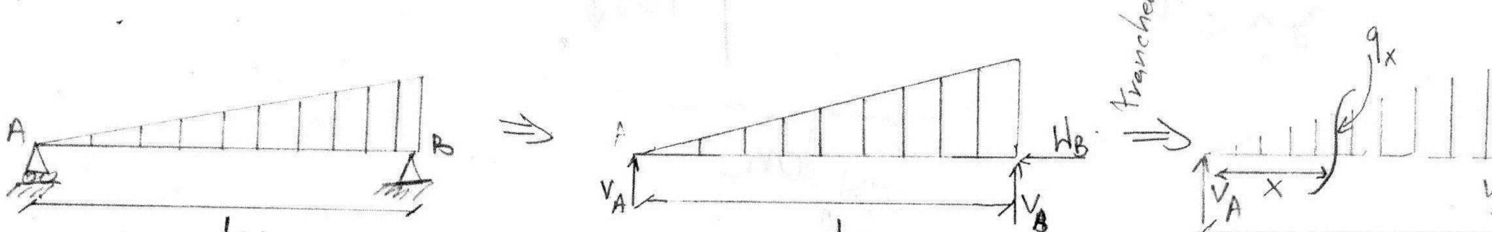
$M'(x) = 0 \Rightarrow q\frac{L}{2} - qx = 0$

$x = \frac{q\frac{L}{2}}{q} = \frac{L}{2} \Rightarrow M(\frac{L}{2}) = \frac{qL^2}{8}$

donc



Example 04 :



$V_A = q\frac{L}{6}, \; V_B = q\frac{L}{3}, \; H_B = 0$

$\frac{q_{(x)}}{x} = \frac{q}{L}$ donc $q_{(x)} = \frac{q}{L}x.$

$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow q(0) = 0 \\ x = L \Rightarrow qL = q \end{cases}$

$$\begin{cases} N(x)=0 \\ T(x)=V_A - q_x\frac{(x)}{2} = \frac{qL}{6} - \frac{q}{L}x\cdot\frac{x}{2} \end{cases}$$

donc $T(x)=\frac{qL}{6}-\frac{q}{2L}x^2$

$$T(x)\begin{cases} x=0 \Rightarrow T(0)=\frac{qL}{6} \\ x=L \Rightarrow T(L)=\frac{qL}{6}-\frac{q\cancel{L}}{2\cancel{L}} \end{cases}$$

$T(L)=-\frac{qL}{3}=-V_B$

$T(x)=0 \Rightarrow \frac{qL}{6}-\frac{q}{2L}x^2=0$

$x^2=\frac{\frac{qL}{6}}{\frac{q}{2L}}=\frac{L^2}{3}$ donc $x=\frac{L}{\sqrt{3}}$

$T'(x)=0-\frac{\cancel{2}qx}{\cancel{2}L}=-\frac{qx}{L}$

$T(x)-\frac{q}{L}<0$

$M(x)=V_A\cdot(q_x(\cancel{x})\cdot\frac{x}{2})=q\frac{L}{6}x-\frac{q}{L}x\cdot\frac{x}{2}\cdot\frac{x}{3}$

$=\frac{qL}{6}x\cdot\frac{qx^3}{6L}$

$$M(x)\begin{cases} x=0 \Rightarrow M(0)=0 \\ x=L \Rightarrow M(L)=0 \end{cases}$$

$M'(x)=q\frac{L}{6}-\frac{qx^2}{2L}$

$M'(x)=0 \Rightarrow \frac{qL}{6}-\frac{qx^2}{2L}=0$

$\frac{qx^2}{2L}=\frac{qL}{6} \Rightarrow x^2=\frac{\frac{qL}{6}}{\frac{q}{2L}}$

$x^2=\frac{L^2}{3}$

donc $\Rightarrow x=\frac{L}{\sqrt{3}}$

$M(\frac{L}{3})=\frac{qL}{6}\cdot\frac{L}{\sqrt{3}}-\frac{q}{6L}\cdot\left(\frac{L}{\sqrt{3}}\right)^3$

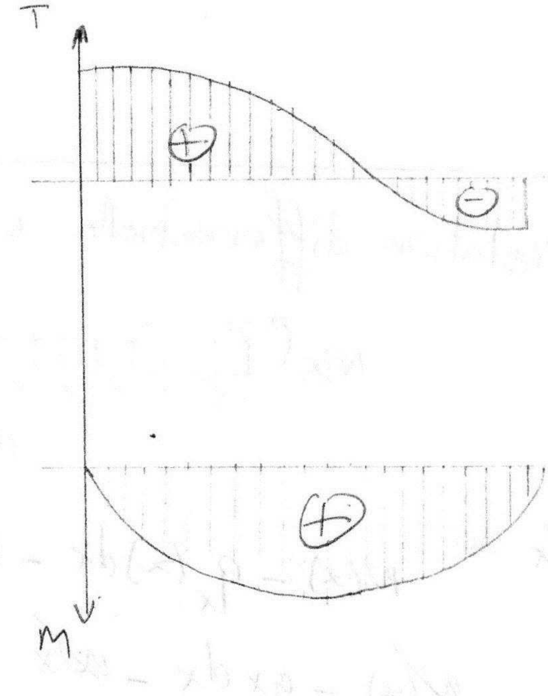
$=\frac{qL^2}{6\sqrt{3}}-\frac{qL^2}{6(\sqrt{3})^3}=\frac{qL^2}{6\sqrt{3}}-\frac{q}{L}\cdot\frac{L^2}{3\sqrt{3}}(1-\frac{1}{3}$

$=\frac{qL^2}{6\sqrt{3}}\cdot\frac{2}{3}$

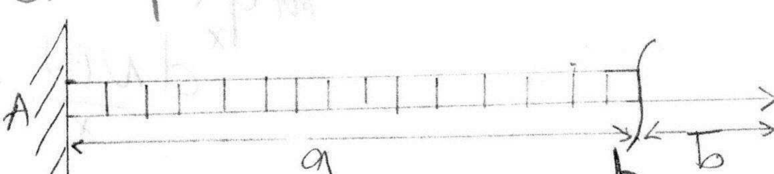
$\Rightarrow M'(\frac{L}{\sqrt{3}})=\frac{qL^2}{9\sqrt{3}}$

$M'(x)=0-\frac{q}{L}x=-\frac{q}{L}x<0$

donc.



example (5)



zone I $0<x<b$ $(D\to G)$

$N(x)=0$, $T(x)=0$, $M(x)=p+x$

zone II $b\leq x\leq a+b$

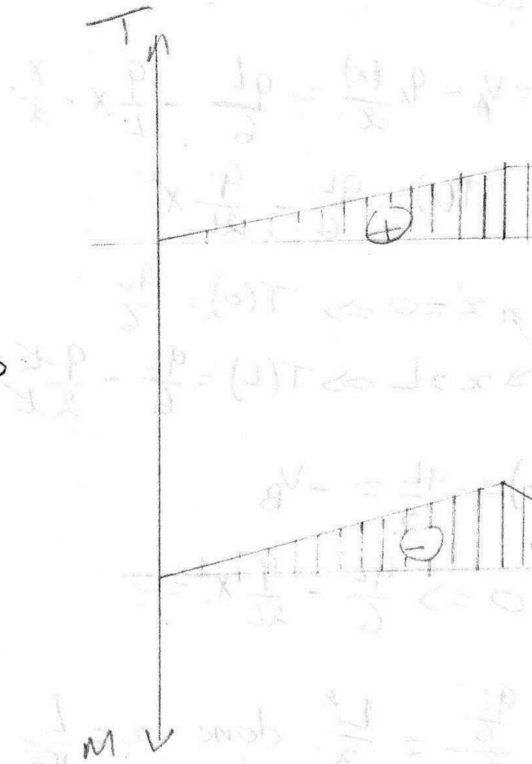
$T(x)=p-q(x-b)$

$$T(x)\begin{cases} x=b,\ T(b)=p \\ x=a+b,\ T(a+b)=T-qa \end{cases}$$

$$M(x) = P_x + q(\cancel{x}-b)\left[\frac{x-b}{2}\right]$$

$$= P_x + \frac{q}{2}(x-b)^2$$

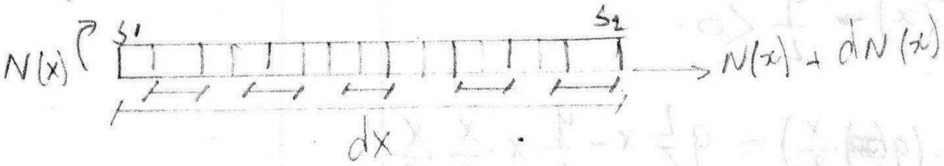
$$M_x \begin{cases} x = b \Rightarrow M(b) = -p-b \\ x = a+b \Rightarrow M(a+b) = -p(a+b) + \frac{q}{2}a^2 \end{cases} \Longrightarrow$$



$$M'(x) = -P + q(x-b) = T(x)$$

$$M''(x) = 0$$

relation differentielle entre les charge et les effor



$$\Sigma F/x = 0 \quad N(x) - q_x(x)dx - (N_x + dN(x)) = 0$$

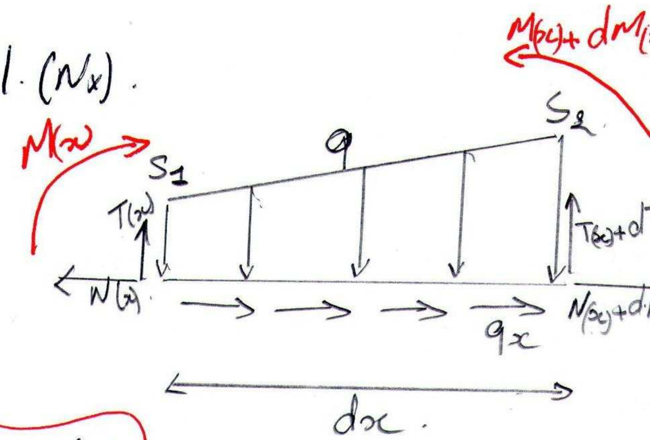
$$N(x) - q_x x\,dx - \cancel{N}_x - dN(x) = 0$$

$$q_x(x)\,dx + dN x = 0$$

$$\frac{dN(x)}{x} = -q(x)$$

Relation . deferentielles entres les efforts et les charges.

La relation entre q^x et l'effort normal (N_x).



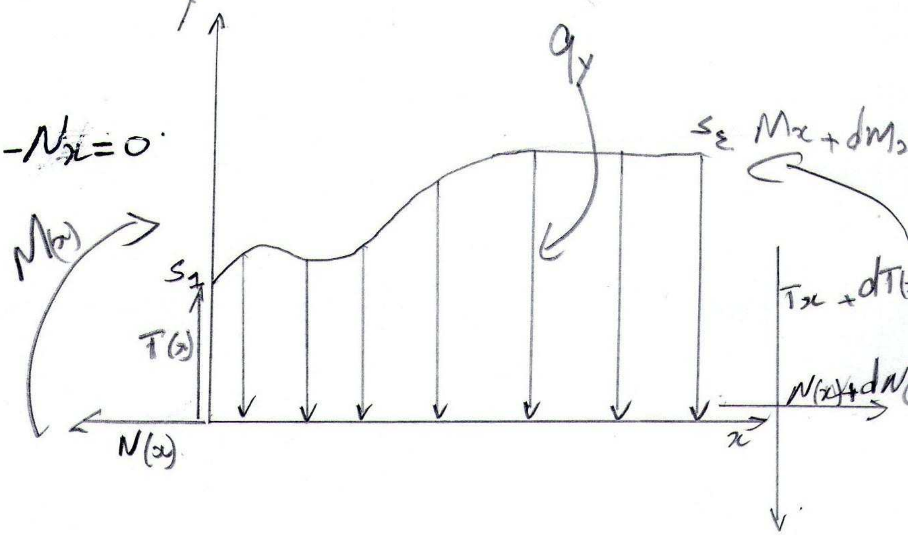
$$N(x) - q_x(x)dx - [N(x) + dN(x)] = 0$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0$$

$$\cancel{N(x)} - q_x(x)dx - \cancel{N(x)} - dN(x) = 0$$

$$dN(x) = -q_x\,x\,dx \Rightarrow d\frac{N(x)}{dx} = -q_x(x)$$

sur l'axe : "x"



$$\sum F/x = 0 \Rightarrow (N(x) - dN(x)) + q_x dx - N_x = 0$$

$$\cancel{N(x)} - dN(x) + q_x dx - \cancel{N(x)} = 0$$

$$q_x = \frac{dN(x)}{dx} \quad \text{—— } (1)$$

sur l'axe "y"

$$\sum F/y = 0 \Rightarrow T(x) - q_y dx - (T(x) - Td(x)) = 0$$

$$\cancel{T(x)} - q_y dx - \cancel{T(x)} + Td(x) = 0$$

$$q_y = \frac{dT_x}{dx} \quad \text{—— } (2)$$

$$\sum M/_{origine} = 0 \Rightarrow \cancel{M(x)} + T_x . dx - q_y\,dx . \frac{dx}{2} - (\cancel{M_x} + dM_x)$$

$$T(x) . dx = d\,M(x) \Rightarrow T_x = \frac{dM(x)}{dx} \quad \text{—— } (3)$$

$$\text{de } (3) : \frac{d^2 M(x)}{d^2 x} = \frac{dT_x}{dx} = -q_y$$

$$\frac{d^2 M(x)}{d^2 x} = -q_y \quad \text{—— } (4)$$