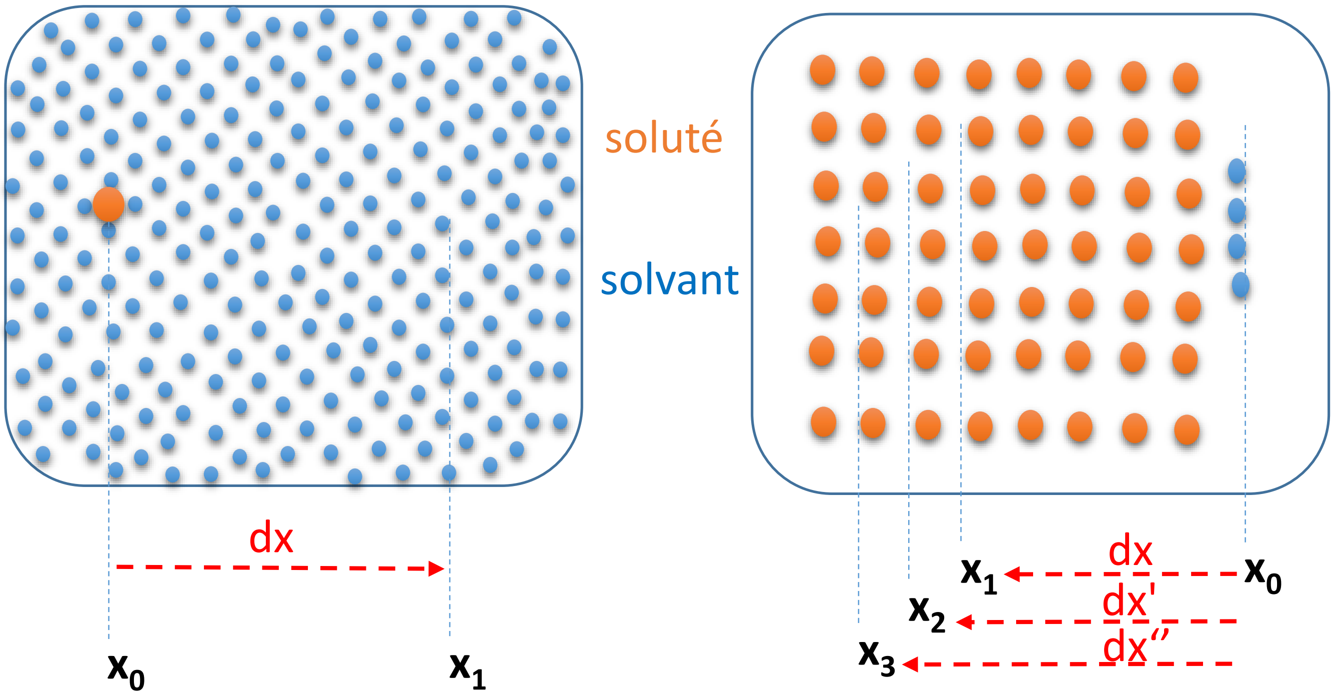
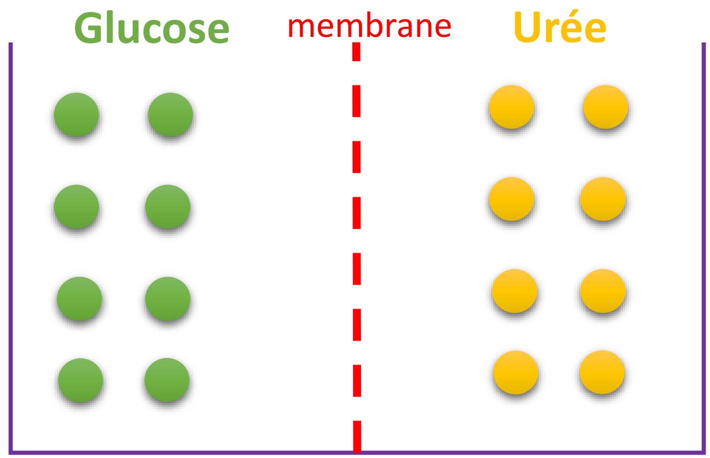
Chapitre III : **Diffusion libre en phase liquide**



Dans le cas général, la diffusion est le déplacement passif des molécules du soluté à travers les molécules du solvant et *vis-versa*

Diffusion libre en présence de membrane perméable

$$\left(\frac{dC}{dx}\right)_{glucose} = 0$$



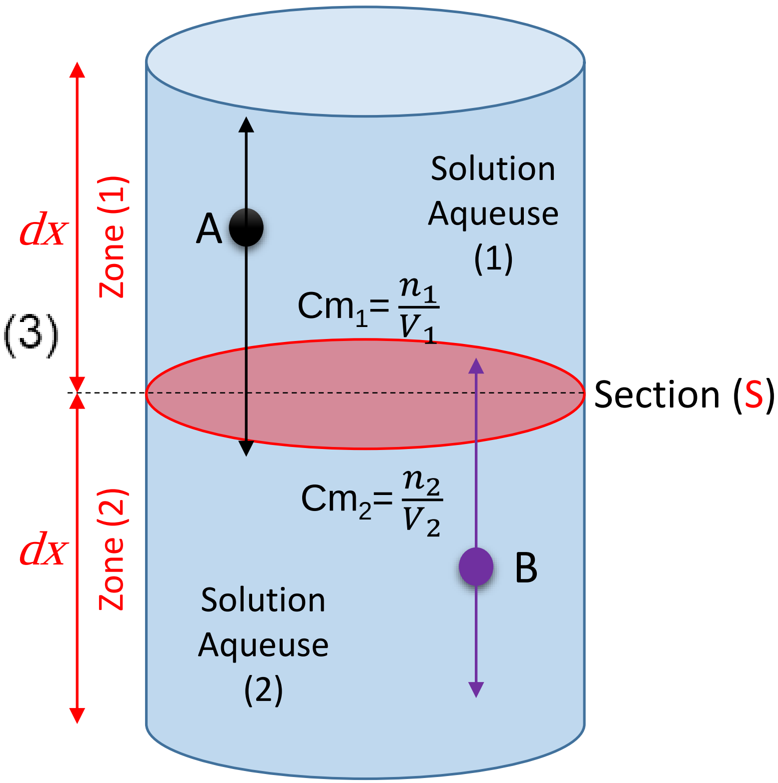
$$\left(\frac{dC}{dx}\right)_{urée} = 0$$

Aspect quantitatif de la diffusion en phase liquide

$$\frac{n_1}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S.dx}{dt} \cdot Cm_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\frac{n_2}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S.dx}{dt} \cdot Cm_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\frac{n_1 - n_2}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S.dx}{dt} \cdot (Cm_1 - Cm_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$



Colonne liquide

On pose : $n_1 - n_2 = dn$; $Cm_1 - Cm_2 = dCm$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S.dx}{dt} \cdot dCm \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S.dx^2}{dt} \cdot \frac{dCm}{dx} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Pour alléger cette équation, on pose

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{dx^2}{dt} = D \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dn}{dt} = -D.S\left(\frac{dCm}{dx}\right)}$$

c'est la 1ère **loi de Fick**

loi de Fick

$$\frac{dn}{dt} = -D.S\left(\frac{dCm}{dx}\right)$$

$\frac{dn}{dt}$: est la quantité de matière qui diffuse par unité de temps dt.

$\frac{dn}{dt}$: appelé « Débit molaire », il est toujours positif $\frac{dn}{dt} > 0$, ➔ $\frac{dCm}{dx} < 0$

C'est-à-dire : $dCm = Cm_2 - Cm_1 < 0$

__Unités de l'équation de Fick__ :

Débit molaire

$$\frac{dn}{dt} = -D.S\left(\frac{dCm}{dx}\right)$$

Dans le système MKS :

$$\underbrace{\frac{dn}{dt}}_{mole/s} = -\overbrace{D}^{m^2/s}.\underbrace{S}_{m^2}\left(\frac{\overbrace{dCm}^{mole/m^3}}{\underbrace{dx}_{m}}\right)$$

Dans le système CGS :

$$\underbrace{\frac{dn}{dt}}_{mole/s} = -\overbrace{D}^{cm^2/s}.\underbrace{S}_{cm^2}\left(\frac{\overbrace{dCm}^{mole/cm^3}}{\underbrace{dx}_{cm}}\right)$$

Débit massique

$$\frac{dm}{dt} = -D.S\left(\frac{dCp}{dx}\right)$$

Dans le système MKS :

$$\underbrace{\frac{dm}{dt}}_{kg/s} = -\overbrace{D}^{m^2/s}.\underbrace{S}_{m^2}\left(\frac{\overbrace{dCp}^{kg/m^3}}{\underbrace{dx}_{m}}\right)$$

Dans le système CGS :

$$\underbrace{\frac{dm}{dt}}_{g/s} = -\overbrace{D}^{cm^2/s}.\underbrace{S}_{cm^2}\left(\frac{\overbrace{dCp}^{g/cm^3}}{\underbrace{dx}_{cm}}\right)$$

Débit molaire

$$\frac{dn}{dt} = -D.S\left(\frac{dCm}{dx}\right)$$

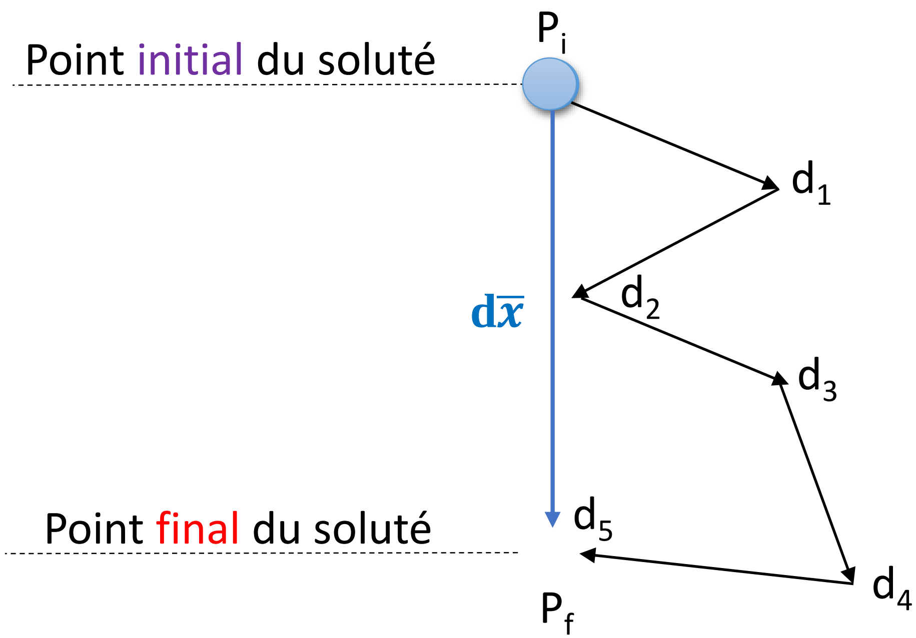
$$\frac{dn}{dt.} = -D.S\left(\frac{dCm}{dx}\right)$$

Flux de diffusion molaire

$$\frac{dm}{dt.S} = -D.\left(\frac{dCp}{dx}\right)$$

Flux de diffusion massique

Libre parcours moyen



$\mathbf{d}\bar{x}$ est la distance mesurée entre le point initial P_i et le point final P_f appelée « libre parcours moyen »

Intérêt du coefficient de diffusion (D)

L'équation (2) s'écrira :

$$D = \frac{K.T.N}{6\pi.R.\eta.N}$$

$$D = \frac{R.T}{6\pi.R.\eta.N}$$

La particule en mouvement est de forme sphérique de rayon (R), or :

$$m = \rho.V \quad avec \quad V_{sphère} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$M = m.N \rightarrow M = \rho.V.N$ donc $M = \frac{4}{3}\pi R^3.\rho.N$ ➔ $R^3 = \frac{3\,M}{4\pi.N.\rho}$ donc : $R = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho N}}$

Intérêt du coefficient de diffusion (D)

L'équation initiale devient alors : $D = \dfrac{R.T}{6\pi.\eta.N.\sqrt[3]{\dfrac{3M}{4\pi\rho N}}}$

Posons : $\dfrac{R}{6\pi.\eta.N.\sqrt[3]{\dfrac{3}{4\pi\rho N}}} = \boldsymbol{A}$

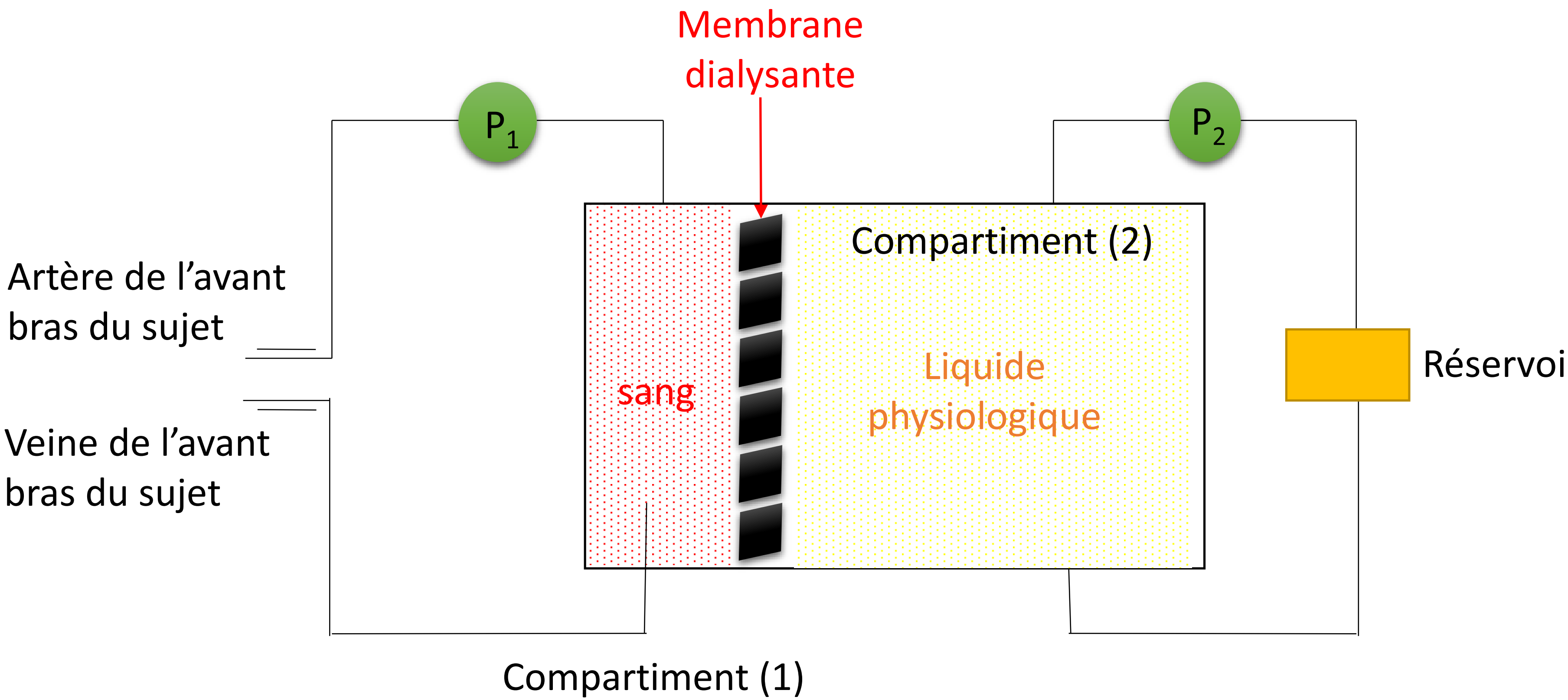
On aboutit à l'équation : $\boxed{D = \dfrac{\boldsymbol{A}.T}{\sqrt[3]{M}}}$

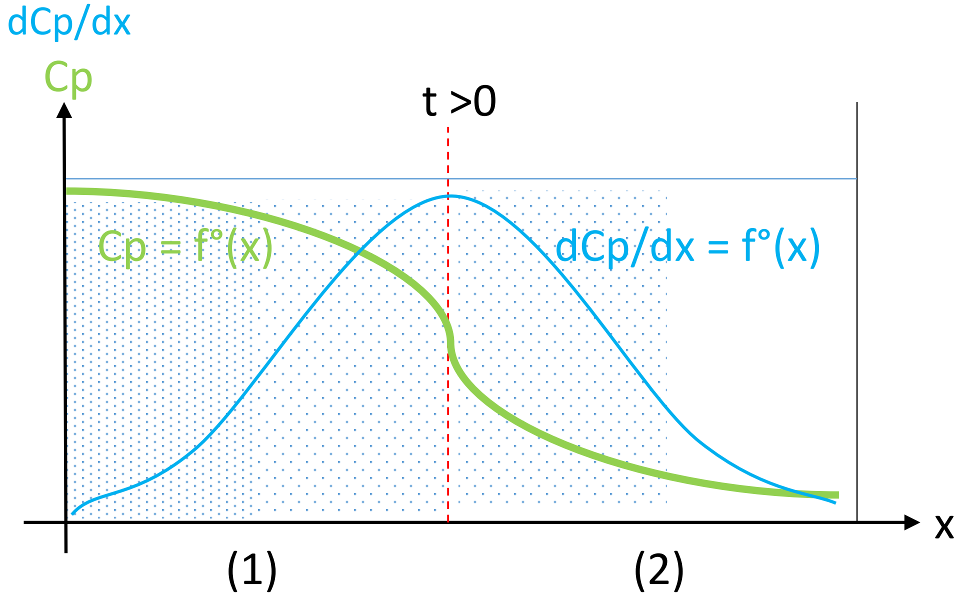
évolution de la diffusion libre en phase liquide

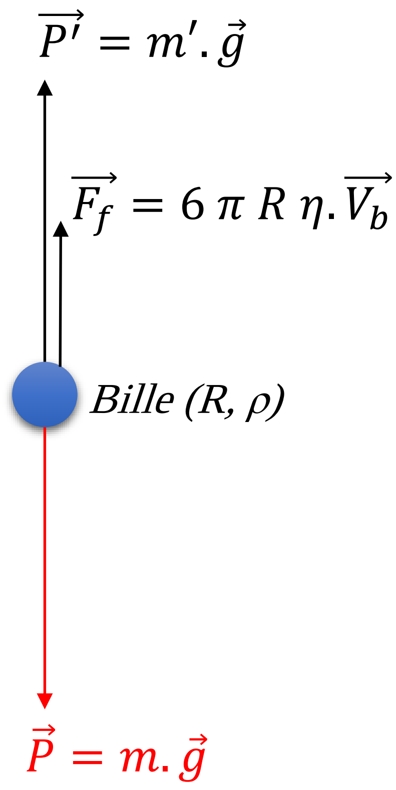
$$\frac{dm}{dt} = -D_{saccharose}.S\left(\frac{Cp}{dx}\right)\ldots\ldots\ldots(1)$$ avec : ***$m=C_p.V$***

donc : $dm = d(C_p.V) = C_p.dV + V.dC_p$ ➔ $dm = C_p.dV + V.dC_p$ ……….(2)

Schéma simplifié d'un hémodialyseur




dCp/dx
Cp
t >0
Cp = f°(x)
dCp/dx = f°(x)
x
(1)
(2)


$\overrightarrow{P'} = m'.\vec{g}$
$\overrightarrow{F_f} = 6\,\pi\,R\,\eta.\overrightarrow{V_b}$
Bille (R, ρ)
$\vec{P} = m.\vec{g}$