

# LE RESEAU DIRECT

---

## 1. Les différents états de la matière condensée

La matière est constituée d'atomes. Du point de vue de la structure, l'arrangement des atomes au sein du matériau conduit à définir deux états extrêmes: l'état amorphe et l'état cristallisé.

les matériaux amorphes où la disposition des atomes ne répond à aucun ordre,

les matériaux cristallins où les atomes occupent des positions prédéfinis.

Le gaz ne fait pas partie de la matière condensée mais on peut le citer comme l'exemple le plus parlant de l'état de désordre parfait. Le mouvement permanent des molécules de gaz sous l'effet de l'agitation thermique entraîne un désordre total.

Un liquide s'obtient par refroidissement d'un gaz. Il conduit généralement à un état où les atomes se touchent (liquide incompressible) mais se déplacent continuellement sous l'action de l'agitation thermique empêchant ainsi la formation d'un ordre permanent. Un ordre local sur une distance de quelques diamètres atomiques (**ordre à courte distance**) peut se former et se déformer continuellement.

Il existe aussi des solides dits amorphes obtenu par refroidissement rapide depuis l'état liquide du matériau. La vitesse de refroidissement nécessaire dépend du matériau lui-même. Pour la silice ou le verre, un refroidissement à l'air suffit. Pour les matériaux métalliques il est nécessaire de refroidir à l'azote liquide. **La structure désordonnée de l'état liquide est ainsi figée.**

La structure ordonnée s'obtient grâce à un phénomène physique dit **cristallisation**. La cristallisation peut s'obtenir soit par solidification de l'état liquide, soit par condensation d'un gaz. Les atomes du produit cristallisé sont **parfaitement agencés** de sorte que à chaque point existe une infinité d'autres points dits **homologues** et ayant les mêmes propriétés physiques.

## 2. Maille et réseau

Donc, un matériau est dit cristallin lorsque la position de chaque atome dans l'édifice n'est pas aléatoire. En fait, la répartition de ces atomes obéit à des lois de symétrie. Dans un corps pur, il suffit d'empiler les atomes selon un ordre préétabli, d'abord en deux dimensions, puis en trois dimensions.

Par contre, dans le cas d'un composé, cela peut se réaliser lorsqu'on prend le soin d'organiser les atomes du composé selon des motifs bien précis, puis ces mêmes motifs sont empilés comme on le fait dans le cas d'un corps pur. Le résultat est un cristal idéal. Cependant, très souvent, l'édifice cristallin comporte quelques défauts (lacunes, dislocations, et autres ...).

Dans la nature on peut rencontrer des monocristaux ; corps constitués d'un seul cristal comme le diamant naturel. Parfois, des monocristaux sont fabriqués en laboratoires. Souvent on rencontre des polycristaux, comme c'est le cas de tous les métaux et alliages métalliques. Ces corps solides sont donc constitués d'un agrégat de petits cristaux formant des grains collés les uns contre les autres. Bien entendu, ces grains peuvent être petits (à l'échelle microscopique). Il existe des techniques expérimentales (diffractométriques) qui permettent de mettre en évidence la périodicité d'un édifice cristallin et en déterminer les paramètres.

Dans un cristal supposé idéal, à un point quelconque  $P$  correspond une infinité d'autres points où l'environnement atomique est identique. De même, les propriétés physiques restent inchangées. Ces points sont dits *points homologues* et forment un *réseau*. Un réseau est formé de *motifs*. Comme il a été mentionné plus haut, un motif peut être constitué soit d'un atome dans le cas d'un corps pur tel que les métaux par exemple, soit d'un ensemble d'atomes. Dans un réseau cristallin, le motif est représenté par un point appelé *nœud*. Pour retrouver tous les points ou nœuds du réseau il suffit d'effectuer des translations fondamentales de vecteurs  $\vec{t}$ .

Au fait, pour mieux visualiser les symétries principales, et mettre en évidence leur caractère périodique, certains nœuds du réseau sont reliés entre eux par des traits en vue d'obtenir un contour tridimensionnel.

Cette action obéit également à certaines lois dites *lois de symétrie*, de sorte que le volume encadré représente le reste de l'édifice et doit posséder toutes ses caractéristiques, d'où le choix des composantes du vecteur de translations fondamentales. Dans le cas simple d'un réseau plan fictif (figure 1.1), on peut vérifier que le vecteur de translations fondamentales capable de mettre en évidence la périodicité du réseau peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{t} = u\vec{a} + v\vec{b} \quad (1.1)$$

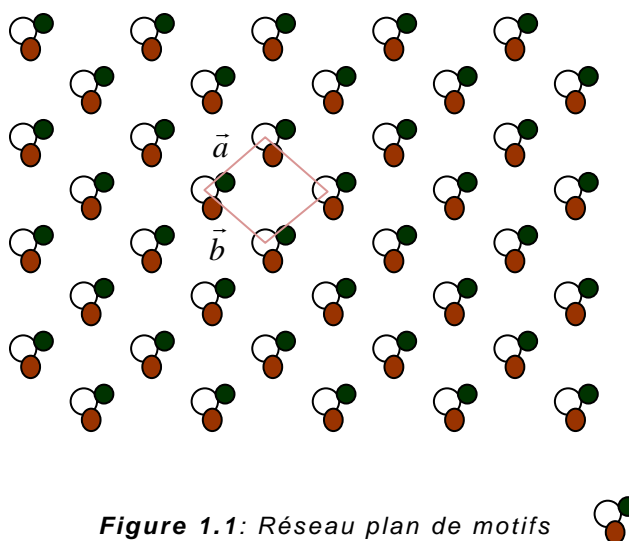


Figure 1.1: Réseau plan de motifs

En généralisant à un réseau réel, à trois dimensions on obtient :

$$\vec{t} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c} \quad (1.2)$$

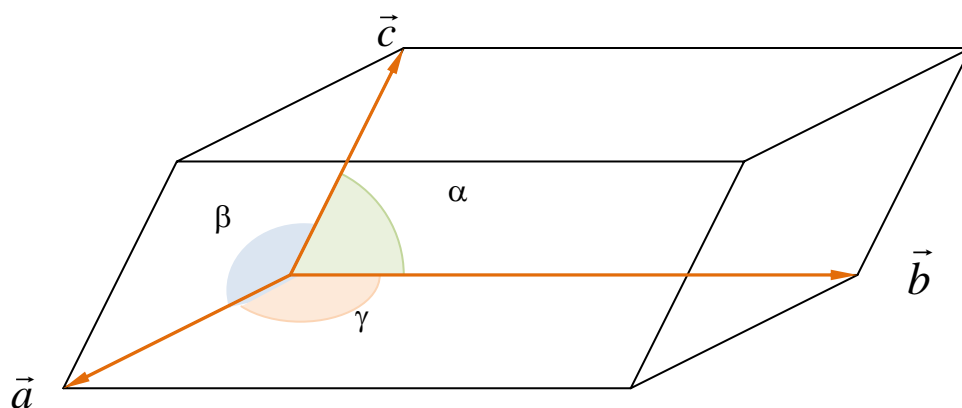
où  $u$ ,  $v$ ,  $w$  sont des entiers quelconques et  $\vec{a}$ ;  $\vec{b}$ ;  $\vec{c}$  forment la base euclidienne à trois dimensions (espace objet).

Ces vecteurs ne sont en fait que les plus petites translations permises par la symétrie du contour contenant le plus petit volume du cristal, possédant cependant, toutes ses caractéristiques. Le parallélépipède construit sur les trois vecteurs de base constitue la *maille cristalline* (figure 1.2). A partir de la maille élémentaire ainsi définie, on reconstruit l'ensemble du cristal en opérant uniquement par empilement comme lorsqu'on construit un mur en briques.

Le réseau cristallin ou *réseau direct* noté (R.D.) est constitué par l'ensemble des points ou nœuds ; extrémités de tous les vecteurs de translation  $\vec{t}$ , lorsque  $u$ ,  $v$  et  $w$  prennent toutes les valeurs entières possibles. En pratique, le réseau infini n'existe pas. Cependant, on parle toujours de cristal ou structure ordonnée dès que les techniques d'investigation le permettaient.

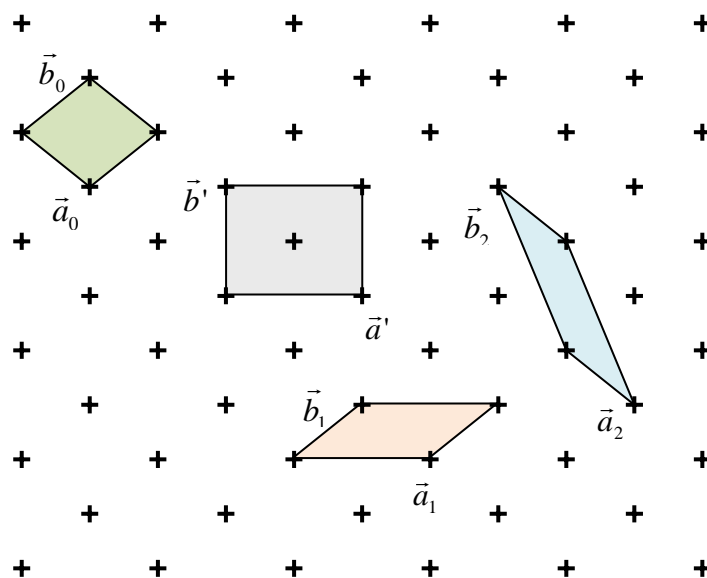
Actuellement, la diffraction des électrons permet de distinguer parfaitement des structures comprenant quelques centaines de mailles élémentaires.

La figure 1.3 représente le réseau de la figure 1.1, mais les motifs sont remplacés par des nœuds (+). Ces derniers n'ont donc pas de réalité physique ; ils remplacent l'atome, la molécule ou le groupe d'atomes empilés régulièrement pour former l'ensemble du cristal.



**Figure 1.2 :** Maille élémentaire parallélépipédique

On peut remarquer qu'il est possible de décrire le réseau de la figure 1.3 soit à l'aide d'une maille simple, soit une maille double. Notons par ailleurs, qu'il est possible de décrire ce réseau à l'aide d'autres mailles simples ou doubles différentes des premières. Pourtant, elles vérifient toutes les règles fondamentales de symétrie de translation  $\vec{t}$ . Cependant, comme on peut le constater, toutes ces mailles ne présentent pas le maximum de symétrie.

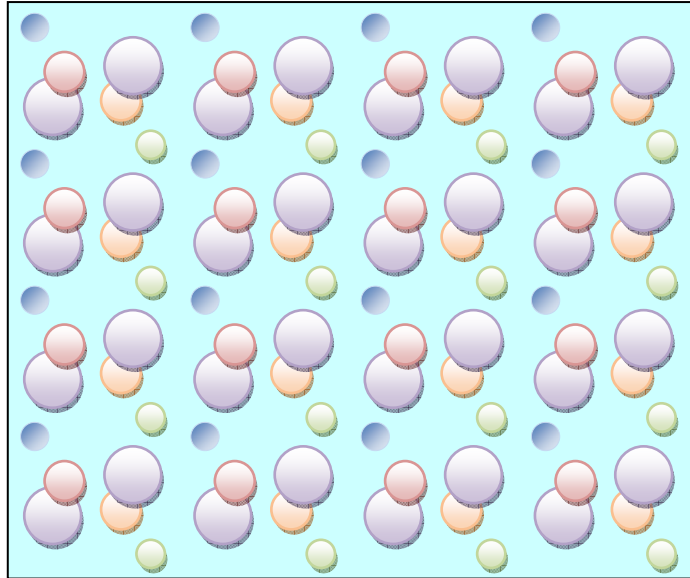


**Figure 1.3:** Réseau plan de nœuds que l'on peut décrire à l'aide de différentes mailles soit simples ou primitives, soit doubles. Mailles  $\vec{a}_0, \vec{b}_0$ ,  $\vec{a}_1, \vec{b}_1$ ,  $\vec{a}_2, \vec{b}_2$  primitives. Maille  $\vec{a}'$ ,  $\vec{b}'$  double

**Application 1.1:**

Observer la figure ci-dessous (figure 1.4) et trouver le motif qui se répète périodiquement suivant le plan de la feuille. Reprendre sur une feuille millimétrée le réseau de la figure en remplaçant le motif par des points (x), puis trouver la maille élémentaire (maille simple). Existe-t-il une maille double ?

Figure 1.4



### 3. Directions cristallographiques

Les trois entiers premiers entre eux  $u$ ,  $v$ ,  $w$  qui caractérisent la translation de vecteur  $\vec{t}$  définissent une direction ou axe cristallographique noté  $[uvw]$ . Ce ne sont en fait que les coordonnées spatiales reliant l'origine (qui doit être un nœud) à son premier voisin dans la direction considérée. On parle assez souvent de rangées de nœuds  $[uvw]$ , le terme axe est donné seulement quand ce dernier passe par l'origine. Dans le cas d'un réseau cubique simple on définit la densité des nœuds  $\rho_{[uvw]}$  dans une direction cristallographique par le rapport :

$$\rho_{[uvw]} = \frac{a}{d_{[uvw]}} \quad (1.3)$$

où  $d_{[uvw]}$  représente la distance entre deux nœuds consécutifs le long de la direction  $[uvw]$ .

Il est facile de constater que plus les indices  $u$ ,  $v$ ,  $w$  d'une rangée cristallographique sont petits, plus les nœuds sont rapprochés (figure 1.5). On a déduit que la densité de nœuds d'une rangée est grande lorsque ses indices sont petits. Par exemple, dans le cas de la figure 1.5 (plan de projection plan carré),

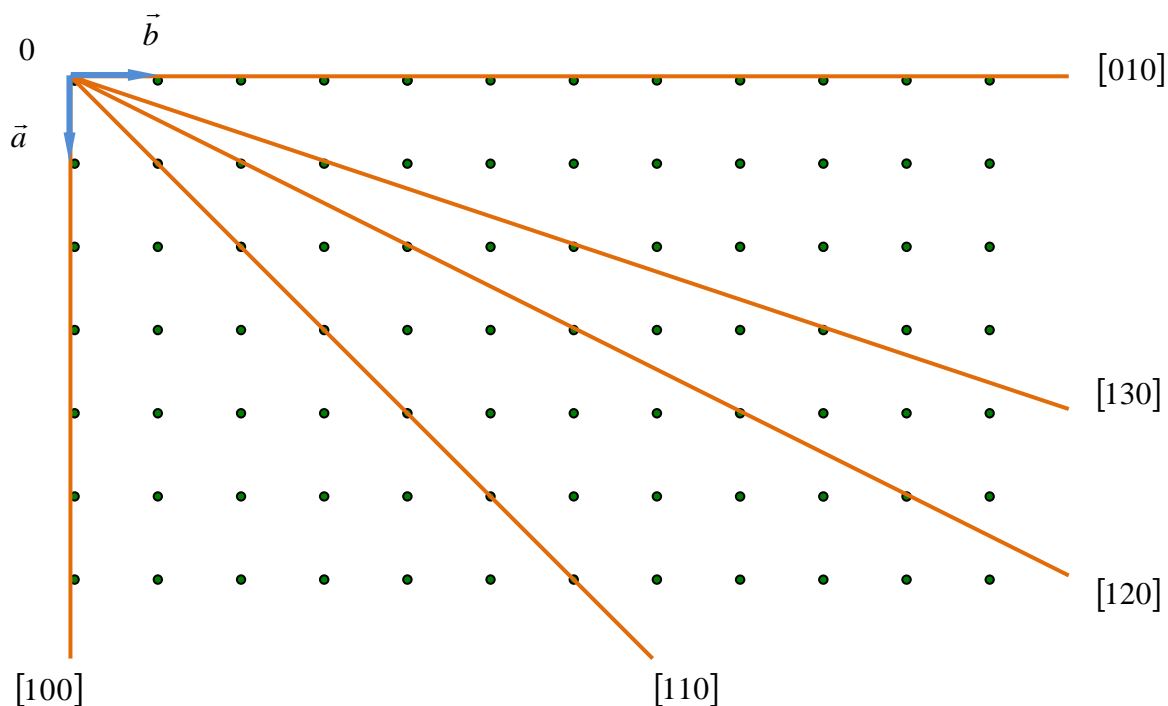


Figure 1.5: Exemple de directions cristallographiques. L'axe  $\vec{c}$  est perpendiculaire au plan de la feuille.

### Application 1.2:

Reprenez la figure 1.5.

Représenter les directions cristallographiques notées  $[210]$ ,  $[320]$ ,  $[140]$ ,  $[230]$ ,  $[310]$  et  $[430]$ .

Déterminer la densité de nœuds (rapport du nombre de nœuds par unité de distance) sur chaque rangée. Comparer.

Dans les réseaux possédant des propriétés de symétrie supérieures, certains axes cristallographiques, bien qu'ayant des directions différentes dans l'espace, leurs propriétés sont identiques (même densité de nœuds ...). On montrera plus loin que ces directions cristallographiques se déduisent les unes des autres par des opérations de symétrie. L'ensemble de ses directions constituent alors une forme d'axes cristallographiques notée  $\langle uvw \rangle$ . Par exemple dans le cas du système cubique, la forme d'axes  $\langle 123 \rangle$  est constituée de huit directions équivalentes:

$$[123], [\bar{1}23], [1\bar{2}3], [12\bar{3}], [\bar{1}\bar{2}3], [\bar{1}2\bar{3}], [1\bar{2}\bar{3}], [12\bar{3}]$$

## 4. Plans réticulaires

Deux axes cristallographiques définissent un plan cristallographique. Ce plan contient obligatoirement une infinité de nœuds (ou atomes dans le cas d'un corps pur). En superposant plusieurs plans identiques et équidistants on reconstitue l'ensemble du cristal ; ce qui veut dire qu'on peut former le cristal en groupant les nœuds suivant des plans parallèles et équidistants.

Chaque ensemble de plans réticulaires identiques et parallèles forment une famille de plans réticulaires. La distance entre deux plans voisins s'appelle *distance interréticulaire*.

### 4.1 Indices de Miller des plans réticulaires

Comme pour un axe cristallographique, un plan réticulaire est défini par 3 indices correspondant chacune à l'intersection de ce plan avec une direction principale ( $\vec{l} = \vec{a}$ ,  $\vec{l} = \vec{b}$  et  $\vec{l} = \vec{c}$ ) du réseau ponctuel.

Pour déterminer les indices d'un plan réticulaire, prenons l'exemple de la figure 1.6 où sont représentées une famille de plans réticulaires tous parallèles et équidistants, y compris le plan qui passe par l'origine.

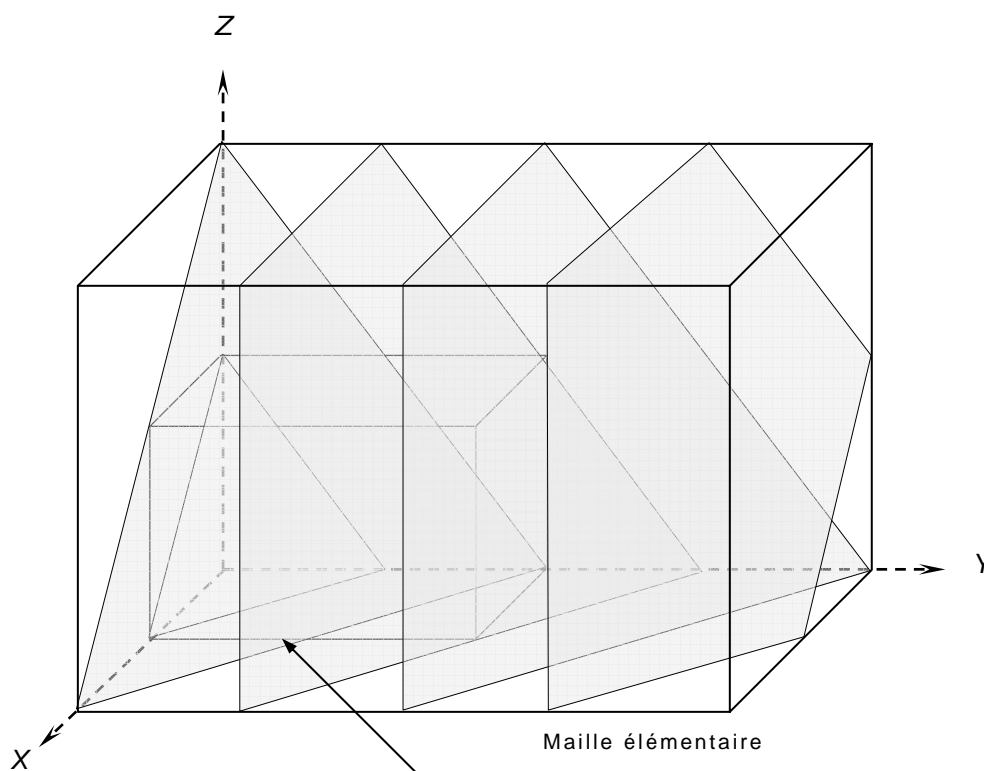


Figure 1.6 : Représentation schématique d'une famille de plans réticulaires.

On considère le plan le plus proche de l'origine et on cherche son équation paramétrique.

Ce plan coupe l'axe  $X$  en  $a$ , l'axe  $Y$  en  $b/2$  et l'axe  $Z$  en  $c$ . L'équation de ce plan est donc :

$$\frac{X}{a} + \frac{2Y}{b} + \frac{Z}{c} = 1 \quad (1.4)$$

On définit alors les indices de ce plan ainsi que tous les autres plans parallèles et équidistants par  $h = 1$ ,  $k = 2$  et  $l = 1$ . Ce plan réticulaire sera donc noté  $(121)$ .

D'une manière générale, l'équation du  $m^{\text{ième}}$  plan réticulaire à partir de l'origine s'écrit sous la forme :

$$h \frac{X}{a} + k \frac{Y}{b} + l \frac{Z}{c} = m \quad (1.5)$$

Deux plans consécutifs appartenant à une même famille, interceptent sur les vecteurs de base du réseau des longueurs discrètes :

sur l'axe  $\vec{a}$ , une longueur  $a/h$ ,

sur l'axe  $\vec{b}$ , une longueur  $b/k$ ,

et sur l'axe  $\vec{c}$ , une longueur  $c/l$ .

$h$ ,  $k$  et  $l$  sont des nombres entiers premiers entre eux. Ils sont appelés les *indices de Miller* de la famille de plans réticulaires notée  $(hkl)$ . Si l'un de ces indices est égale à zéro, l'intersection avec l'axe considéré est repoussée à l'infini et le plan réticulaire est parallèle à l'axe.

Dans un volume donné du cristal, le nombre de nœuds étant parfaitement défini, plus les plans réticulaires sont rapprochés moins ils contiennent de nœuds. En effet, dans le cas par exemple du système cubique simple, on peut définir la densité de nœuds d'un plan réticulaire par :

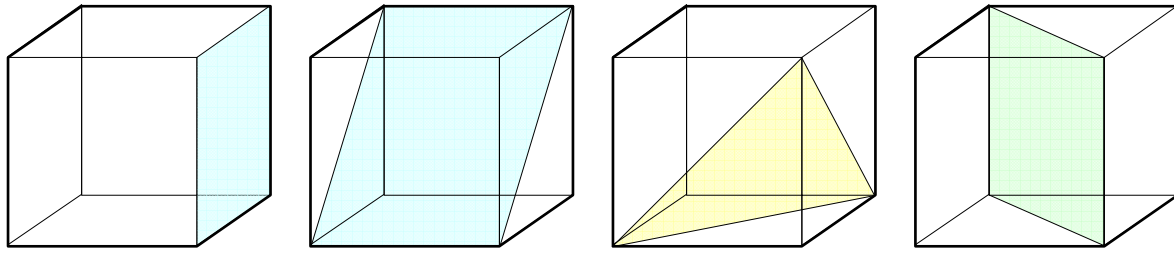
$$\rho_{(hkl)} = \frac{d_{(hkl)}}{a} \quad (1.6)$$

où  $d_{(hkl)}$  représente la distance entre deux plans consécutifs appartenant à la même famille.



**Application 1.3:**

Trouver les indices de Miller des plans indiqués sur les figures 1.7 :



Figures 1.7

La figure 1.8 montre bien que plus les plans sont espacés, plus le réseau bidimensionnel de nœuds dans ces plans est serré. En règle générale, les plans de grande densité de nœuds correspondent à de grandes distances inter-réticulaires et à de faibles indices.

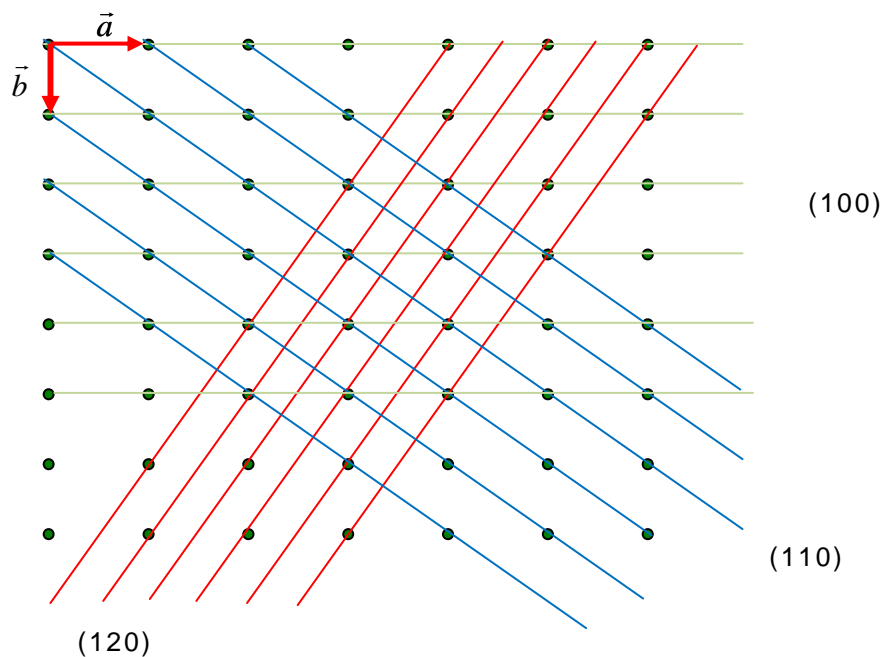
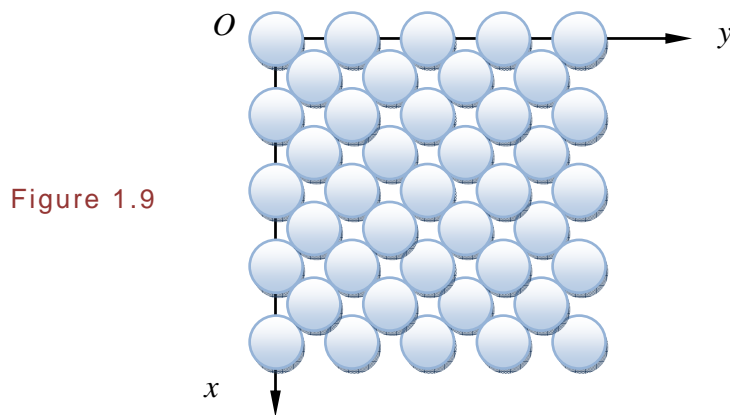


Figure 1.8 : Représentation schématique des traces de familles de plans réticulaires dans un réseau bidimensionnel  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ . L'axe  $\vec{c}$  est perpendiculaire au plan de la feuille.

**Application 1.4:**

Observez le réseau plan d'atomes de la figure 1.9 ci dessous (plan P).



- Représenter, sur ce réseau une maille simple  $(\vec{a}, \vec{b})$  et une maille double  $(\vec{a}', \vec{b}')$ , en précisant les paramètres de ces réseaux en fonction du rayon moyen  $r$  des atomes.
- Par un empilement de plans du type P, on veut réaliser un réseau tridimensionnel. Définir, en fonction de  $\vec{a}', \vec{b}'$  et  $\vec{c}'$  le vecteur de translation  $\vec{u}$  qui permettrait d'aboutir à un réseau c.f.c.
- Quel est le vecteur de translation  $\vec{u}'$  qui conduirait à un réseau à bases centrées. Montrer que ce réseau est quadratique, et définir les paramètres de ce réseau.
- Représenter, sur un plan de projection la position des atomes appartenant aux plans réticulaires (111), (110), (200) et (120) du réseau c.f.c.

## 4.2 Plans en zone

On a vu que les plans réticulaires sont groupés par famille, car ayant les mêmes propriétés physiques et géométriques. Il est parfois utile de voir d'autres propriétés des plans ; propriétés mettant en évidence des facteurs de symétrie. Ainsi, un groupe de plans réticulaires peuvent être tous parallèles à une même direction cristallographiques. Nous montrerons dans la deuxième partie de ce cours comment se manifestent ses symétries.

Lorsque plusieurs familles de plans  $(hkl)$ ,  $(h'k'l')$ ,  $(h''k''l'')$ , ... sont parallèles à une même rangée de nœud  $[uvw]$  (figure 1.10), on dit que ces plans sont en zone. La rangée  $[uvw]$  est appelée "axe de zone".

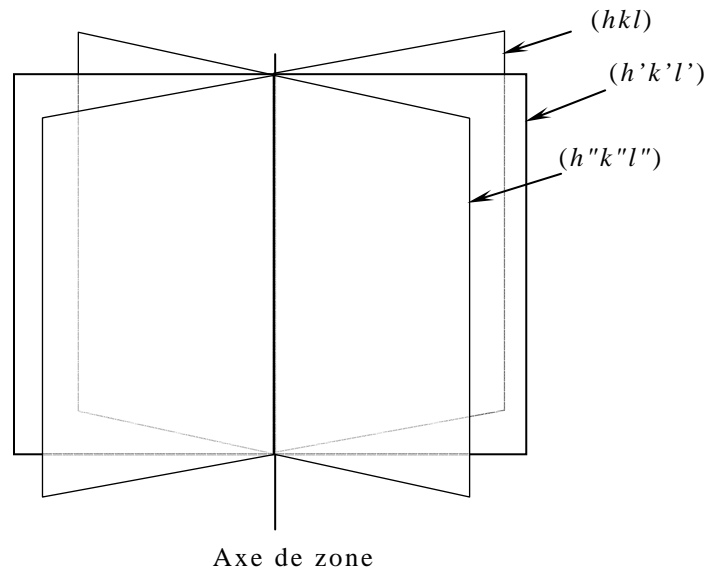


Figure 1.10 : Axe de zone et plans en zone.

Sachant que l'axe de zone appartient à un plan d'équation :

$$hx + ky + lz = m \quad (1.7)$$

avec  $x$ ,  $y$  et  $z$  les coordonnées normalisées (sans dimensions) :

$$x = \frac{X}{a} ; y = \frac{Y}{b} ; z = \frac{Z}{c}$$

Prenons deux nœuds de la rangée ou axe de zone, de coordonnées

$$x_0, y_0, z_0 \text{ et } x_0 + u, y_0 + v, z_0 + w$$

Puisque ces nœuds appartiennent aussi au plan  $(hkl)$ , donc

$$hx_0 + ky_0 + lz_0 = m \quad (1.8)$$

$$h(x_0 + u) + k(y_0 + v) + l(z_0 + w) = m \quad (1.9)$$

La différence (1.9) - (1.8) donne

$$hu + kv + lw = 0 \quad (1.10)$$

Ce résultat montre que pour qu'une famille de plans  $(hkl)$  appartiennent à une zone d'axe  $[uvw]$ , il suffit que  $hu + kv + lw = 0$ .

Nous donnerons des détails supplémentaires concernant les conditions de zone au chapitre II.

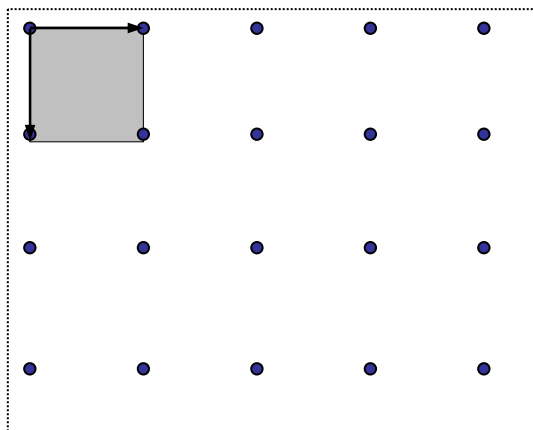
**Application 1.5 :**

Sachant que les plans (101), (112) et (213) sont en zone, trouvez, en utilisant l'équation (1.10) les indices  $[uvw]$  de l'axe de zone.

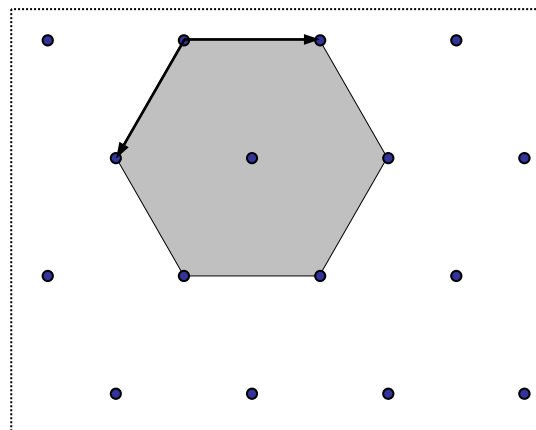
## 5. Les 7 systèmes cristallins

### 4.1 Cas d'un réseau plan

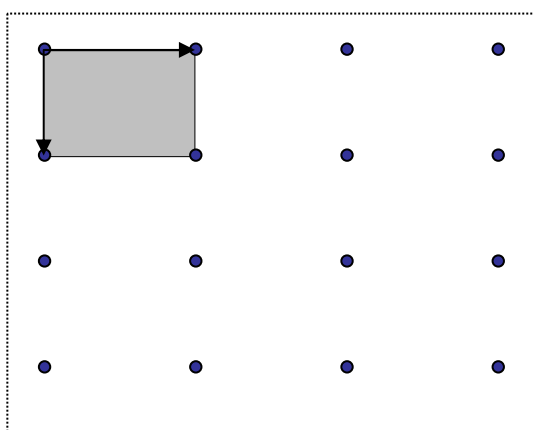
Prenons tout d'abord le cas simple d'un réseau à deux dimensions. Il est facile de constater que les symétries compatibles avec la construction du réseau entier imposent un nombre limité de mailles élémentaires (voir figure 1.10). On peut réaliser une symétrie carrée, une symétrie hexagonale ou triangulaire, et une symétrie rectangulaire. Il n'est par exemple pas possible de réaliser une symétrie pentagonale car on ne peut construire un pavé avec des pentagones sans laisser d'espace.



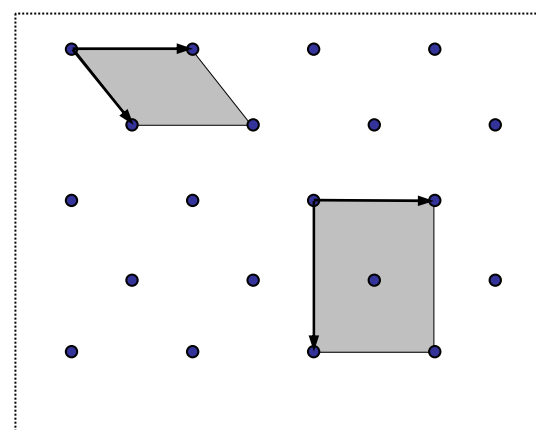
(a) maille carrée



(b) maille hexagonale



(c) maille rectangulaire

(d) maille rectangulaire  
centrée et maille losange

**Figure 1.11 :** les différents réseaux plans.

## 4.2 Cas d'un réseau tridimensionnel

Un système cristallin à trois dimensions est défini par les trois vecteurs de base  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  et les angles  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  que font ses vecteurs deux à deux entre eux:

$$\alpha = \text{angle}(\vec{b}, \vec{c}), \beta = \text{angle}(\vec{a}, \vec{c}), \gamma = \text{angle}(\vec{a}, \vec{b}).$$

$a$ ,  $b$  et  $c$  sont appelés paramètres du réseau et correspondent respectivement aux modules des vecteurs de bases du réseau  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  et  $\vec{c}$ .

Selon les valeurs des angles  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , et les relations entre les paramètres  $a, b$  et  $c$ , on définit au total sept systèmes cristallins.

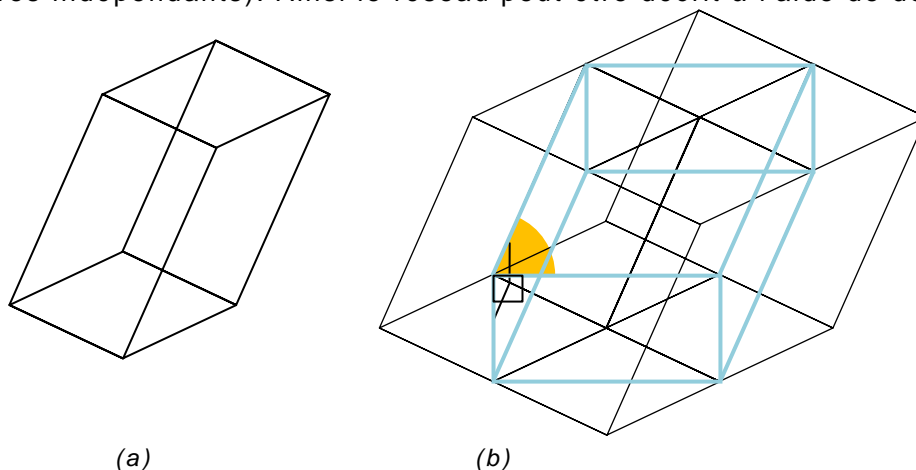
### Système triclinique

La maille est un parallélépipède quelconque (de symétrie minimale) où tous les paramètres sont différents; les six paramètres se caractérisent donc par:

$$a \neq b \neq c; \alpha \neq \beta \neq \gamma$$

### Système monoclinique (figure 1.12)

Ce système se distingue du précédent par le fait qu'il introduit un élément de symétrie supplémentaire entraînant un nombre de paramètres du réseau égale à quatre (paramètres indépendants). Ainsi le réseau peut être décrit à l'aide de deux mailles :



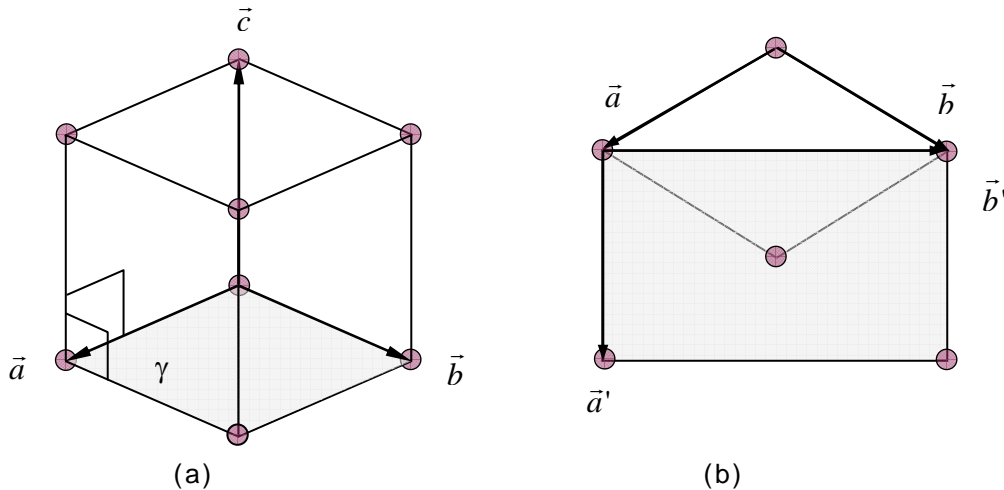
**Figure 1.12** : Deux mailles monocliniques. (a) maille simple constituée d'un prisme à base losange, (b) maille double constituée d'un parallélépipède à base rectangle.

- ✓ Prisme à base  $(\vec{a}, \vec{b})$  losange avec l'axe  $\vec{c}$  incliné dans le plan  $(\bar{1}\bar{1}0)$  (plan diagonal). Dans ce cas on a :  $a = b \neq c$  ;  $\alpha = \gamma \neq \beta$ . Donc les paramètres indépendants sont  $a; c; \alpha; \gamma$  (figure 1.12 (a)).
- ✓ Prisme à base  $(\vec{a}, \vec{b})$  rectangle avec le plan  $(010)$  perpendiculaire à l'axe  $\vec{b}$ . D'où  $a \neq b \neq c$  ;  $\alpha = \gamma = \frac{\pi}{2} \neq \beta$ . Cette fois les paramètres indépendants sont  $a; b; c; \beta$  (figure 1.12 (b)).

### Système orthorhombique (figure 1.13)

Les paramètres indépendants dans ce système sont au nombre de trois. Comme pour le système monoclinique, le système orthorhombique peut également être défini à l'aide de deux mailles : une maille simple et une maille double.

- ✓ la maille orthorhombique simple est constituée par un prisme droit à base  $(\vec{a}, \vec{b})$  losange:  $a = b \neq c$  ;  $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$  ;  $\gamma \neq \frac{\pi}{2}$ . Les paramètres indépendants de cette maille sont  $a; b; \gamma$  (figure 1.13(a)).
- ✓ la maille orthorhombique double est construite sur la base d'un prisme droit à base  $(\vec{a}', \vec{b}')$  rectangle :  $a' \neq b' \neq c'$  ;  $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{2}$ . Les trois paramètres indépendants caractérisant cette maille sont donc  $a, b$  et  $c$  (figure 1.13(b)).



**Figure 1.13:** mailles orthorhombiques. (a) maille simple constituée d'un prisme droit à base losange, (b) maille double constituée d'un parallélépipède rectangle.

### Système quadratique

Dans ce système le nombre de paramètres indépendants se trouve réduit à deux paramètres ( $a$  et  $c$ ). Le réseau est un prisme droit à base carrée :

$$a = b \neq c \quad ; \quad \alpha = \beta = \gamma = \pi/2$$

## Système rhomboédrique

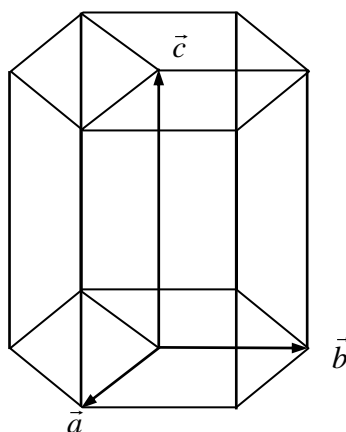
La maille rhomboédrique est un parallélépipède à faces losanges. Cette maille se caractérise également par deux paramètres indépendants ( $a$  et  $\alpha$ ) :

$$a = b = c ; \alpha = \beta = \gamma$$

## Système hexagonal

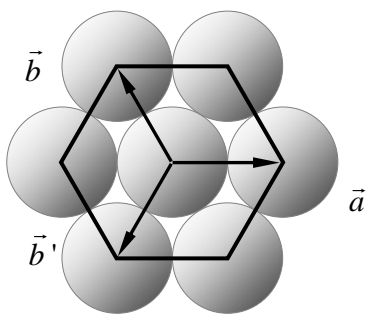
Ce système dérive du réseau orthorhombique car il est aussi constitué par un prisme droit à base  $(\vec{a}, \vec{b})$  losange. Par contre l'angle  $\gamma$  prend une valeur fixe égale à  $2\pi/3$ , réduisant le nombre de paramètres indépendants à deux (figure 1.14).

On peut constater que l'hexagone est construit sur la base de l'accolement de trois mailles élémentaires.



**Figure 1.14 :** Maille hexagonale.

En raison de la symétrie particulière du système hexagonal, la maille élémentaire considérée pour la représentation du réseau cristallin est construite sur la base de l'hexagone en ajoutant un axe supplémentaire  $\vec{b}'$   $\vec{a}'$ ,  $\vec{b}'$  sur la base  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ , comme indiqué sur la figure 1.15.



**Figure 1.15:** représentation du plan compact du réseau hexagonal.

Cette représentation permet surtout de mettre en évidence les plans cristallins équivalents en utilisant une notation à quatre indices ( $hkil$ ) au lieu de trois. Evidemment, le quatrième indice se déduit des deux premiers:

$$\vec{b}' = -(\vec{a} + \vec{b}) \text{ et } i = -(h + k)$$

Certains réseaux cristallins sont constitués d'empilement de plans compacts soit superposables, soit avec un déplacement parallèle au plan de base. Dans ce cas, la configuration optimale correspond à l'emplacement des nœuds occupant un volume minimum - d'où la compacité du réseau - se déduit par un déplacement soit  $\vec{t} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ , soit  $\vec{t}' = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ .

Comme le montre la figure 1.16, les positions concernées sont les sites tétraédriques. On réalise ainsi, une structure compacte soit par un empilement du type ABA ABA ..., soit du type ABCA ABCA ...

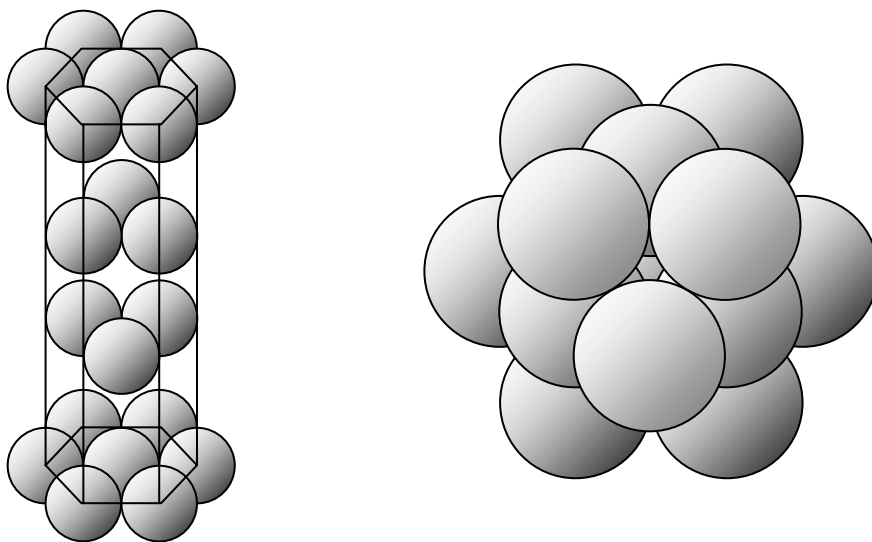


Figure 1.16: Vue schématique d'un empilement de plans compacts selon une séquence A,B,C A,B,C ...

### Système cubique

La maille est un cube de paramètre  $a$ .

## 5. Les 14 réseaux de Bravais

Nous avons vu que certains réseaux peuvent être décrit à l'aide d'une maille double ou même triple, comme dans le cas du système cubique. Donc, en plus des 7 réseaux simples ou *mailles primitives*, il existe des *mailles multiples* (doubles ou triples) répondants au critère de Bravais à savoir, chaque nœud du réseau doit être entourés de



voisins identiques. C'est à dire que le cristal doit être constitué de motifs qui se répètent périodiquement dans l'espace.

Le recoure aux mailles multiples est souvent guidé par le souci de simplicité; toujours mettre en évidence les symétries d'ordre supérieure. Cependant, dans le cas du réseau hexagonal, seul le mode primitif répond au critère de Bravais. Une maille simple ou primitive  $P$  contient un seul motif ou nœud distribué entre les sommets du parallélépipède. Une maille multiple peut contenir 2 motifs (maille double) ou 3 motifs (maille triple). Parmi les mailles multiples on distingue:

- ✓ La maille à corps centré  $I$ ,
- ✓ La maille à faces centrées  $F$ ,
- ✓ La maille à bases centrées  $C$  ou  $B$  ou  $A$ .

Les réseaux fondamentaux répondant au critère de Bravais sont au nombre de 14 (voir tableau 1.1).

**Tableau 1.1:** Les différents modes du réseau cristallin.

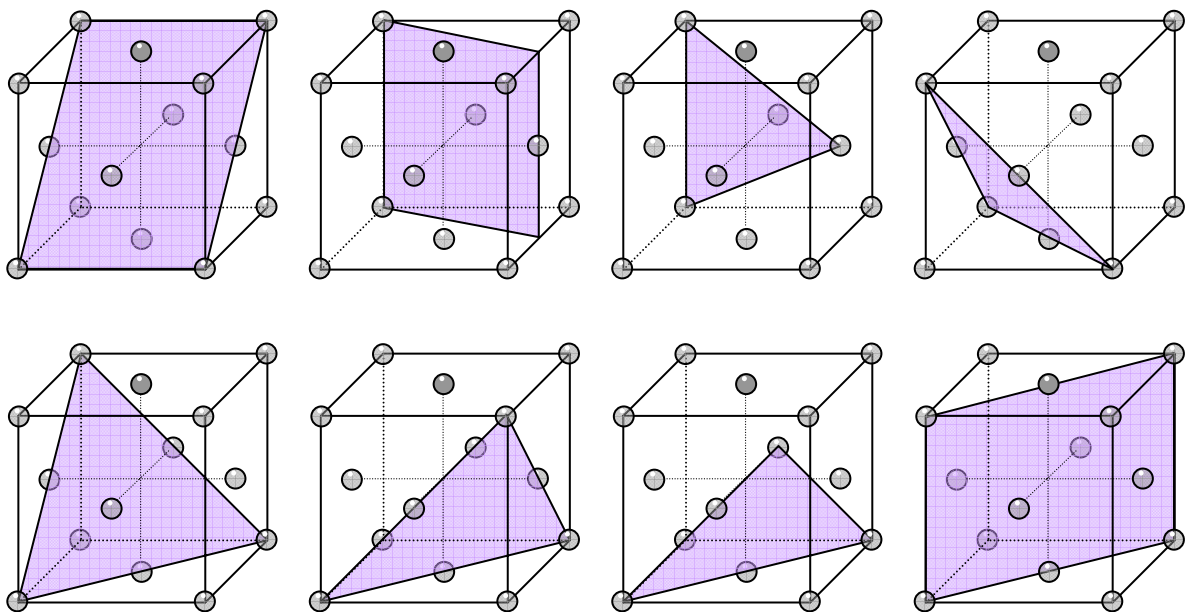
<i>Système</i>	<i>Réseau</i>	<i>Symbole</i>
Triclinique	Simple	P
Monoclinique	Simple, Bases centrées	P, C
Orthorhombique	Simple Bases centrées Faces centrées, Centré	P, C, F, I
Quadratique	Simple, Centré	P, I
Rhomboédrique		R
Hexagonal		P, C ou H
Cubique	Simple, Centré, Faces centrées	P, I, F

# Exercices

## Exercice 1:

Soit le réseau cubique de paramètre  $a = 40,490 \text{ nm}$ , donné par la figure ci dessous.

1. Quel est le mode de ce réseau ? Calculer sa multiplicité.
2. Déterminer le volume et les paramètres d'une maille primitive
3. Si les nœuds sont occupés par un atome unique, calculer en fonction de  $a$  la densité de ce réseau.
4. Quels sont les indices de miller  $(hkl)$  des plans réticulaires indiqués?
5. En déduire en fonction de  $a$  l'expression de l'équidistance réticulaire de chaque plan. En déduire s'il existe des plans équivalents. Si oui lesquels?
6. En déduire les indices  $[uvw]$  de l'axe cristallographique perpendiculaire à chacun de ces plans.
7. Quels sont les plans qui sont en zone. Donner les indices de leurs axes de zone.



### Exercice 2 :

Un réseau cubique est défini par un trièdre trirectangle de paramètre  $a$ .

1. Déterminer les indices de la rangée  $[uvw]$  passant par l'origine et parallèle à la droite  $D$  reliant les nœuds 1,6,2 et 1,2,3.
2. Déterminer le nombre de rangées de la même famille situées entre la droite  $D$  et l'origine  $O$  du réseau. Dessinez ces rangées.
3. Calculer en fonction de  $a$ , le paramètre de la rangée  $[uvw]$ .

### Exercice 3:

Soit un réseau cubique de paramètre  $a$ .

1. Déterminer les indices de Miller  $(hkl)$  à la famille duquel appartient le plan  $P$  passant par les nœuds 0,3,0 ; 0,0,6 et 2,3,0.
2. Déterminer le nombre de plans de la même famille, situés entre le plan  $P$  et l'origine  $O$ . Faire un dessin de leurs traces.
3. Déterminer, en fonction de  $a$ , la distance inter réticulaire de la famille de plan  $(hkl)$ .

### Exercice 4:

Soit un réseau cristallin quelconque.

1. Calculer les indices de Miller  $(hkl)$  de la famille de plans définie par les deux axes cristallographiques  $[uvw]$  et  $[u'v'w']$ . Faire le calcul dans le cas particulier des deux axes  $[110]$  et  $[111]$ .
2. Calculer les indices  $u, v, w$  de l'axe cristallographique  $[uvw]$  intersection des deux familles de plans réticulaires  $(hkl)$  et  $(h'k'l')$ . Faire le calcul dans le cas des deux familles de plans  $(111)$  et  $(110)$ . En supposant que le réseau est cubique, faire un schéma et vérifier ainsi le résultat.

### Exercice 5:

Soit un réseau cubique centré. On définit un réseau rhomboédrique en joignant le point  $I$  du centre du cube aux nœuds 0,1,1 ; 1,0,0 et 1,1,0. Les trois vecteurs ainsi définis issus du point  $I$  sont les vecteurs de base du réseau rhomboédrique.

1. Calculer en fonction de  $a_c$  paramètre du cube, le paramètre  $a_r$  du réseau rhomboédrique.
2. Calculer l'angle  $\alpha$  entre les vecteurs de base de ce réseau.

**Exercice 6:**

1. Montrer que les rangées  $[101]$ ,  $[110]$  et  $[211]$  sont dans un même plan.
2. Quels sont les indices  $hkl$  de ce plan ?
3. Vérifier le résultat précédant vectoriellement et à l'aide d'une construction géométrique (axes trirectangles).

**Exercice 7:**

On considère un réseau cristallin construit sur la base  $a, b, c$ , et trois plans cristallins A, B et C passant respectivement par les nœuds suivants :

Plan A :  $(0, 1, 3)$  ;  $(1, 2, 0)$  ;  $(0, 0, 5)$ .

Plan B :  $(-2, 3, 1)$  ;  $(0, 1, 3)$  ;  $(-1, -2, 2)$ .

Plan C :  $(2, 0, 4)$  ;  $(1, 2, 2)$  ;  $(3, 4, 0)$ .

1. Trouver les indices  $(hkl)$ ,  $(h'k'l')$  et  $(h''k''l'')$  auxquels appartiennent les plans A, B et C respectivement. Donner l'ordre de chaque plan par rapport à l'origine.
2. Les plans  $(hkl)$ ,  $(h'k'l')$  et  $(h''k''l'')$  sont-ils en zone ? Si oui, trouver les indices  $[uvw]$  de l'axe de zone.

**Exercice 8 :**

On considère un réseau cristallin construit sur la base  $a, b, c$ , et un plan  $(hkl)$  passant par les nœuds suivants :  $0\ 2\ 0$  ;  $1\ 0\ 0$  ;  $0\ 0\ 3$ .

1. Trouver les indices  $(hkl)$  de ce plan.
2. Trouver le nombre de plans de même indices (plans parallèles et équidistants) se trouvant entre l'origine et ce plan.
3. Si le cristal est cubique, quelle est l'interdistance  $d_{hkl}$  de cette famille de plans.
4. Quelle est alors la distance entre l'origine et le plan considéré.

**Exercice 9 :**

Sur un plan de projection, construire le plan  $(001)$  d'un réseau hexagonal de nœuds engendré par le groupe de translation  $\vec{t} = u\vec{a}_h + v\vec{b}_h$  en se limitant à  $-2 \leq u \leq +4$  et  $-2 \leq v \leq +3$  (échelle :  $a_h = b_h = 2\text{ cm}$ ).

1. Construire la droite  $D_1$  passant par les nœuds  $(0,1,0)$  et  $(1,1,0)$ , la droite  $D_2$  passant par les nœuds  $(\bar{1},0,0)$  et  $(\bar{1},\bar{1},0)$ , et la droite  $D_3$  passant par les nœuds

- (0, $\bar{1}$ ,0) et (1,0,0). En déduire les indices des rangées cristallographiques correspondants aux droites D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub> et D<sub>3</sub>.
- Donner les indices réticulaires des plans cristallographiques contenant les droites D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub> et D<sub>3</sub> respectivement et parallèles à l'axe  $\vec{c}$ . Montrer en utilisant la notation à 4 indices que ces plans sont équivalents.
  - Sur le même plan de projection, représenter les plans cristallographiques obtenus par translations :  $\vec{t}_1 = \frac{2}{3} \vec{a}_h + \frac{1}{3} \vec{b}_h + \frac{1}{3} \vec{c}_h$  et  $\vec{t}_2 = \frac{1}{3} \vec{a}_h + \frac{2}{3} \vec{b}_h + \frac{2}{3} \vec{c}_h$
  - En supposant un empilement compact d'atomes sphériques, déterminer le rapport  $\frac{c}{a}$ . Calculer la multiplicité de la maille hexagonale construite sur la base tridimensionnelle ( $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ).

### Exercice 10 :

La figure ci dessous montre une couche d'atomes de carbone réparti sur un hexagone en nid d'abeille. En empilant ces plans, on obtient le réseau du graphite.

- En plaçant l'origine des coordonnées sur un atome de carbone, trouvez le motif et la maille du réseau.
- Dessiner la maille de ce réseau.
- Donnez les coordonnées des atomes du motif.

