

Control N° 1 S₂

Exercice 1:

Le gérant d'un hôtel souhaite renouveler le linge de toilette de son établissement. Il a besoin de: 90 draps de bain, 240 serviettes et 240 gants de toilette.

Une première entreprise de vente lui propose un lot comprenant 2 draps, 4 serviettes et 8 gants de toilettes pour 200 DA. Une deuxième entreprise vend pour 400 DA un lot de 3 draps, 12 serviettes et 6 gants de toilettes.

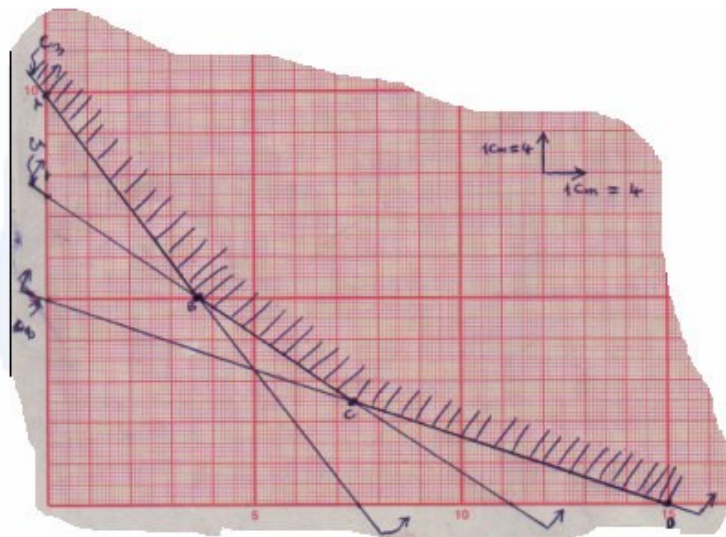
Pour rendre à ses besoins, quel sera le nombre de lots de chaque entreprise doit il acheter pour minimiser ses dépenses?

Solution:

- x_1 : le n^{bre} de lots de la première entreprise.
- x_2 : le n^{bre} de lots de la deuxième entreprise.

Le programme linéaire qui modélise le problème de l'hôtel est :

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & Z = 200x_1 + 400x_2 \\ \text{s.c.} \quad & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 90 \\ 4x_1 + 12x_2 \geq 240 \\ 8x_1 + 6x_2 \geq 240 \end{cases} \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$



Après le traçage des contraintes, on trouve la zone de faisabilité limitée par les points extrêmes suivants:

Un point d'intersection entre les contraintes C_1 et C_2 et un autre entre C_1 et C_3

X_1	X_2	Z
60	0	12000
0	40	16000
15	20	11000
30	10	10000

La solution d'après le tableau c'est : $\text{Min } Z = 1000$ au point $(x_1 = 30, x_2 = 10)$

Exercice 2:

Un artisan fabrique deux types d'objets, la réalisation du premier objet demande 30 DA de matière première et 125 DA de main d'œuvre tandis que le seconde demande 70 DA de matière première et 75 DA de main d'œuvre. Les profits réalisés sont de 54 DA et 45 DA respectivement.

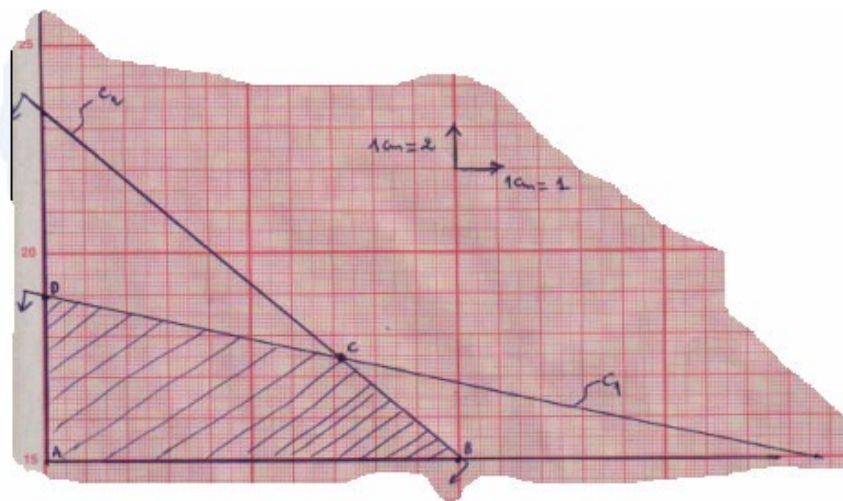
Les dépenses journalières en matière première ne doit pas dépasser 560 DA et celles de main d'œuvre ne doit pas dépasser 1250 DA. Quelles sont vos solutions pour maximiser le bénéfice.

Solution:

- x_1 : le n^{bre} d'unités du premier objet A.
- x_2 : le n^{bre} d'unités du deuxième objet B.

Le programme linéaire qui modélise ce problème :

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & Z = 54x_1 + 45x_2 \\ \text{s.c.} \quad & \begin{cases} 30x_1 + 70x_2 \leq 560 \\ 125x_1 + 75x_2 \leq 1250 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$



Après le traçage des contraintes, on trouve la zone de faisabilité limitée par les points extrêmes suivants:

Un point d'intersection entre les contraintes C_1 et C_2

X_1	X_2	Z
0	0	0
10	0	540
7	5	603
0	8	360

La solution d'après le tableau c'est : $\text{Max } Z = 603$ au point $(x_1 = 7, x_2 = 5)$

Exercice 3:

Dans un lycée, un groupe d'élèves se charge de la distribution de pains au chocolat et de croissants lors de la récréation, pour pouvoir satisfaire la demande ils doivent disposer au minimum de 108 pains au chocolat et de 96 croissants.

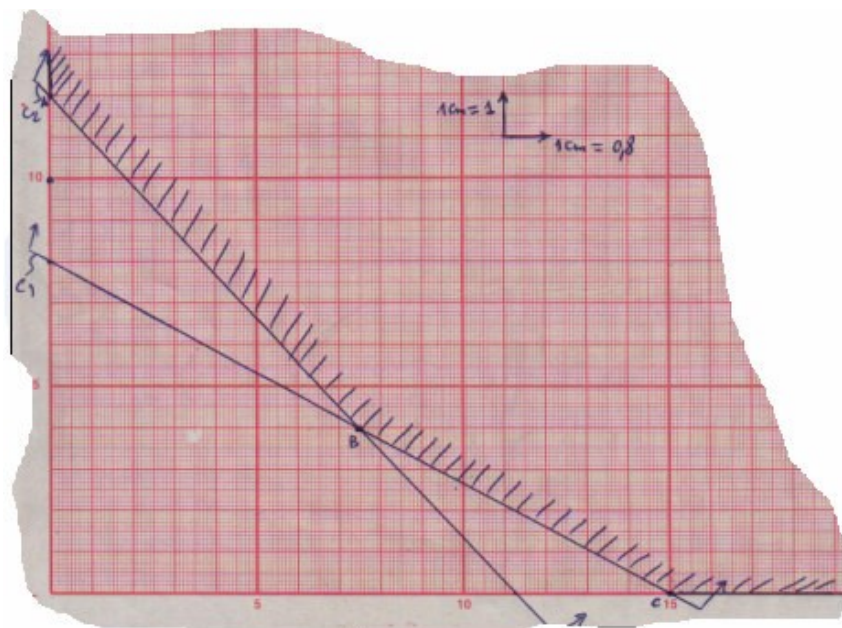
Deux boulangers proposent pour le même prix: un lot comprenant 12 pains au chocolat et 8 croissants pour le premier boulanger et un lot composé de 9 pains au chocolat et 12 croissants pour le second boulanger. Quel est le moindre coût pour satisfaire la demande?

Solution:

- x_1 : le n^{bre} d'unités de pains au chocolat.
- x_2 : le n^{bre} d'unités de croissant.

Le programme linéaire qui modélise ce problème :

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & Z = P(x_1 + x_2) \\ \text{s.c.} \quad & \begin{cases} 12x_1 + 9x_2 \geq 108 \\ 8x_1 + 12x_2 \geq 96 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$



Après le traçage des contraintes, on trouve la zone de faisabilité limitée par les points extrêmes suivants:

Un point d'intersection entre les contraintes C_1 et C_2

X_1	X_2	Z
0	12	12P
6	4	10P
0	12	12P

La solution d'après le tableau c'est : $\text{Min } Z = 10P$ au point $(x_1 = 6, x_2 = 4)$

Exercice 4:

Une entreprise fabrique des électrophones et des postes de télévisions en noir et blanc.

140 ouvriers travaillent à la fabrication. Le prix de revient, pièces et main d'œuvre d'un poste est de 400 F. il n'est que 300 F pour un électrophone.

Les services comptables de l'entreprise donnent la consigne de ne pas dépasser par semaine la somme de 240000 F, pièces et main d'œuvre. Chaque ouvrier travaille 40 heures par semaine.

Les chefs de service estiment qu'il faut 10 heures de main d'œuvre pour fabriquer un électrophone et 5 heures seulement pour fabriquer un poste de TV: les services commerciaux ne peuvent vendre plus de 480 postes de TV et 480 électrophones par semaine. Les prix de ventes sont tels que l'entreprise, tous frais payés, fait un bénéfice de 240 F par poste de TV et de 160 F par électrophone.

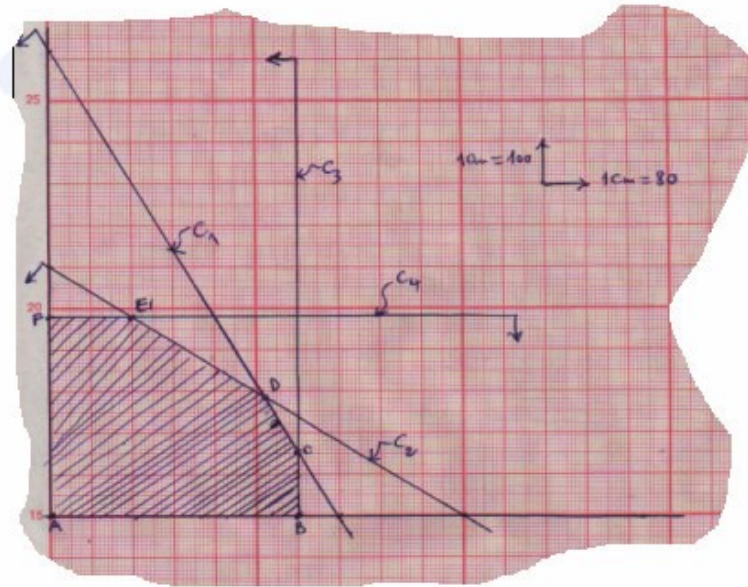
Détermine la fabrication qui assure la maximisation du bénéfice.

Solution:

- x_1 : le n^{bre} d'unités de postes de TV.
- x_2 : le n^{bre} d'unités d'électrophones.

Le programme linéaire qui modélise ce problème :

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & Z = 240x_1 + 160x_2 \\ \text{s.c.} & \begin{cases} 5x_1 + 10x_2 \leq 5600 \\ 400x_1 + 300x_2 \leq 240000 \\ x_1 \leq 480 \\ x_2 \leq 480 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases} \end{array}$$



Après le traçage des contraintes, on trouve la zone de faisabilité limitée par les points extrêmes suivants:

Un point d'intersection entre les contraintes C_1 et C_2 et un entre C_1 et C_3 et un autre entre C_2 et C_4

X_1	X_2	Z
480	0	7680
0	480	115200
480	160	46080
160	480	140800
416	288	135680
0	0	0

La solution d'après le tableau c'est : $\text{Max } Z = 140800$ au point $(x_1 = 160, x_2 = 480)$