

الجزء الثاني

التمرين 08

1 - قانون التناقص الإشعاعي $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ، حيث N_0 هو متوسط عدد الأنوية في بداية التفكك ، N هو متوسط عدد الأنوية في بعد المدة t من بداية التفكك .

2 - من أجل الحصول على عبارة ثابت الزمن نعوض في عبارة التناقص N بـ $\frac{N_0}{2}$ وندخل اللوغاريتم النبري على الطرفين ،
فجد ثابت الزمن $\tau = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$.

3 - لدينا كمية المادة في عينة (n) هي : $n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$ (1)

حيث N هو العدد المتوسط للأنوية ، N_A هو عدد أفوادر ، m هي كتلة العينة ، M الكتلة المولية للعنصر .

من العلاقة (1) نستخرج عدد الأنوية الابتدائي $N_0 = \frac{N_A}{M} m_0$ ، وبعد المدة t يكون هذا العدد $N = \frac{N_A}{M} m$

بتعويض N و N_0 بعبارتيهما في قانون التناقص نجد : $\frac{N_A}{M} m = \frac{N_A}{M} m_0 e^{-\lambda t}$ ومنه قانون التناقص بعبارة أخرى :

$$m = m_0 e^{-\lambda t}$$

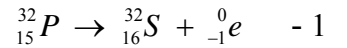
الكتلة المتبقية من الفرانسيوم 223 : نحسب قيمة الثابت الإشعاعي λ ، $\lambda = \frac{0,69}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{22} = 3,1 \times 10^{-2} \text{ mn}^{-1}$ ،

$$m = 15 \text{ fg} \quad , \quad m = m_0 e^{-\lambda t} = 1,0 \times 10^{-13} e^{-0,031 \times 60} = 1,5 \times 10^{-14}$$

$$4 - \text{ عدد الأنوية المتبقية : } N = \frac{N_A}{M} m = \frac{6,023 \times 10^{23} \times 1,5 \times 10^{-14}}{223} = 4 \times 10^7$$

$$\text{نشاط الكتلة المتبقية : } A = \lambda N = \frac{0,69}{22 \times 60} \times 4 \times 10^7 = 2,1 \times 10^4 \text{ Bq}$$

التمرين 09

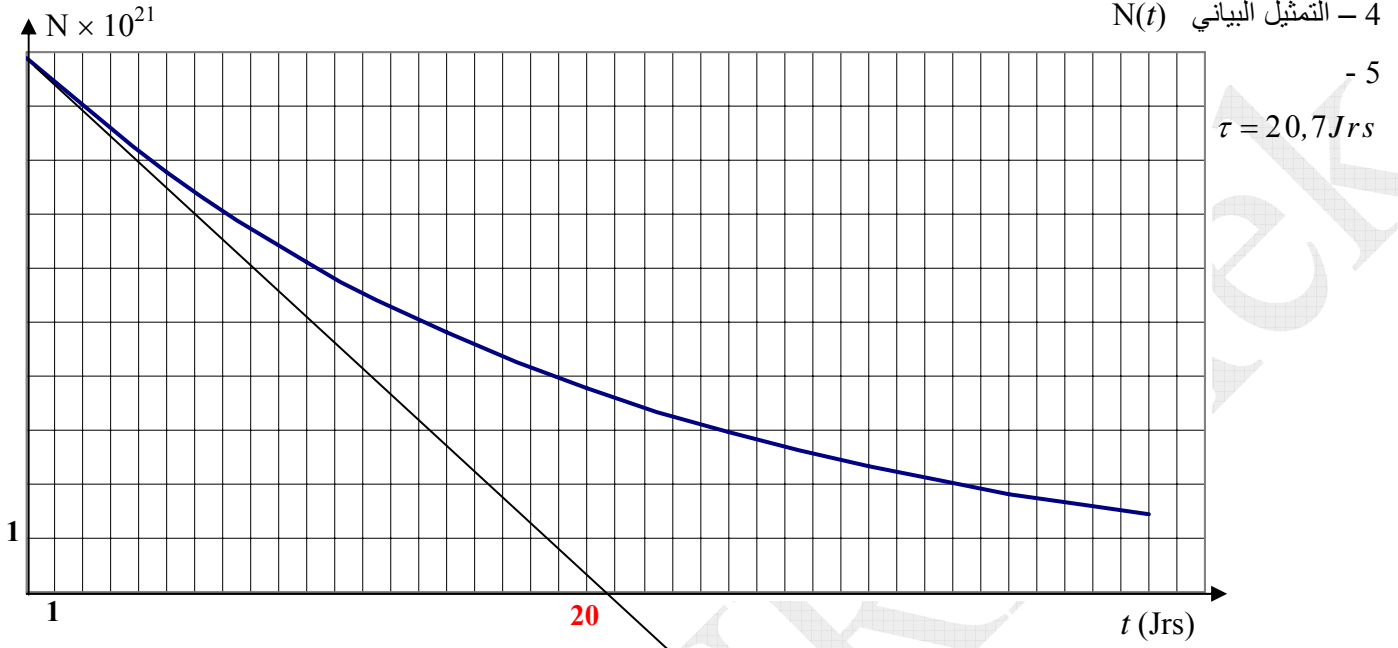


2 - كتلة الفوسفور 32 في العينة هي : $m_0 = \frac{53}{100} \times 1 = 0,53 \text{ g}$ ، ثم بقسمة كتلة العينة على كتلة نواة واحدة من الفوسفور 32

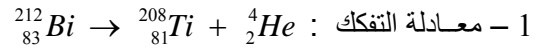
$$\text{نجد عدد الأنوية ، } N_0 = \frac{0,53}{5,356 \times 10^{-23}} = 9,9 \times 10^{21}$$

3 - باستعمال قانون التناقص نحسب العدد المتوسط للأنوية في كل لحظة :

$t (j)$	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$N(t) \times 10^{21}$	9,9	7,77	6,11	4,80	3,77	2,96	2,33	1,83	1,43



التمرين 10



2 - ثابت النشاط الإشعاعي : $\lambda = \frac{0,69}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{60 \times 60} = 1,9 \times 10^{-4} s^{-1}$

3 - النشاط هو عدد التفككات في الثانية . المطلوب في هذا السؤال هو حساب النشاط علما أن عدد التفككات في المدة $\Delta t = 6 s$ هو $1,88 \times 10^{17}$ تفكك . (مدة القياس صغيرة جدا أمام نصف عمر البزموت)

النشاط هو $A = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1,88 \times 10^{17}}{6} = 3,1 \times 10^{16} Bq$

4 - العدد المتوسط للأتوية المشعة في لحظة القياس هو $N = \frac{A}{\lambda} = \frac{3,1 \times 10^{16}}{1,92 \times 10^{-4}} = 1,61 \times 10^{20}$

5 - كتلة البزموت الحاضرة في المنبع هي : $m = \frac{M \cdot N}{N_A} = \frac{212 \times 1,61 \times 10^{20}}{6,023 \times 10^{23}} = 5,6 \times 10^{-2} g = 56 mg$

6 - نتأكد أولا أن النشاط لا يتغير في المدة $\Delta t = 1mn$

لدينا في اللحظة t : $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ (1)

ويكون لدينا في اللحظة $(t + \Delta t)$: $A(t + \Delta t) = A_0 e^{-\lambda(t + \Delta t)}$ (2)

بقسمة العلاقة (2) على (1) نكتب : $\frac{A(t + \Delta t)}{A(t)} = \frac{A_0 e^{-\lambda(t + \Delta t)}}{A_0 e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda t} e^{\lambda t} e^{-\lambda \Delta t} = e^{-\lambda \Delta t} = e^{-1,9 \times 10^{-4} \times 60} = 0,988 \approx 1$

إذن يمكن اعتبار $A(t) = A(t + \Delta t)$ ، وبالتالي النشاط يبقى ثابتا خلال دقيقة واحدة .

نحسب عدد التفككات في خلال دقيقة والتي لم تغيّر النشاط بكيفية محسوسة ، $\Delta N = A \cdot \Delta t = 3,1 \times 10^{16} \times 60 = 1,86 \times 10^{18}$ ، وهو متوسط عدد الأنوية المتفككة ، وهو نفس عدد أنوية الهيليوم الصادرة حسب معادلة التفكك .

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{1,86 \times 10^{18}}{6,023 \times 10^{23}} = 3,1 \times 10^{-6} \text{ mol}$$
 كمية مادة الهيليوم الناتجة هي

$$V = n V_m = 3,1 \times 10^{-6} \times 22,4 = 6,9 \times 10^{-6} \text{ L}$$
 حجم غاز الهيليوم في الشروط النظامية هو

7 - نعتبر في اللحظة t النشاط هو $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ ، وفي اللحظة $(t + \Delta t)$ هو $A(t + \Delta t) = A_0 e^{-\lambda(t + \Delta t)}$ ، ومنه

$$\frac{A(t + \Delta t)}{A(t)} = e^{-\lambda \Delta t} \text{ ، وبالتالي : } A(t + \Delta t) = A(t) e^{-\lambda \Delta t}$$

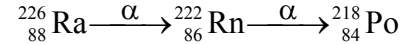
$$A(t) = 3,1 \times 10^{16} \text{ Bq}$$

$\Delta t \text{ (s)}$	3600	24×3600	60×3600
$A \text{ (Bq)}$	$1,55 \times 10^{16}$	$2,3 \times 10^9$	$4,7 \times 10^{-2}$

بعد 60 ساعة تصبح قيمة النشاط صغيرة جدا ، فإذا حسبنا العدد المتوسط للأنوية المشعة في هذه اللحظة نجد :

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{4,7 \times 10^{-2}}{1,9 \times 10^{-4}} = 247!!$$
 نعتبر أن العينة اختفت ولم تصبح تشع .

التمرين 11



1 - في اللحظة t تكون كتلة العينة $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ (1)

وفي اللحظة $(t + \Delta t)$ تكون كتلة العينة $m(t + \Delta t) = m_0 e^{-\lambda(t + \Delta t)}$ (2)

$$m(t + \Delta t) = \frac{1}{10} m(t)$$
 ولدينا

$$\frac{1}{10} = e^{-\lambda \Delta t} \text{ : نجد (1) على (2) بتقسيم العلاقة}$$

(الكتلة الباقية تمثل $\frac{1}{10}$ من الكتلة الابتدائية ، وكذلك متوسط الأنوية)

$$\lambda = \frac{0,69}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{3,825} = 0,18 \text{ j}^{-1}$$
 لدينا الثابت الإشعاعي ، وبذلك نحسب المدة الزمنية بإدخال اللوغاريتم على طرفي العلاقة (3) ،

$$\Delta t = \frac{2,3}{\lambda} = \frac{2,3}{0,18} = 12,7 \text{ jrs}$$
 ، ومنه $\ln 0,1 = -\lambda \Delta t$.

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^4 \times 2 \times 10^{-6}}{8,31 \times (30 + 273)} = 7,9 \times 10^{-6} \text{ mol}$$
 ، ومنه : $P V = n R T$ ، بتطبيق قانون الغازات المثالية :

$$N_0 = n \times N_A = 7,9 \times 10^{-6} \times 6,023 \times 10^{23} = 4,76 \times 10^{18}$$
 ، حيث : N_0 - عدد الأنوية هو

4 - اختصارا نعتبر عدد الأنوية N_0 كان متواجدا في اللحظة $t = 0$ ، وبالتالي يكون النشاط في هذه اللحظة :

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{0,69}{3,825 \times 24 \times 3600} \times 4,78 \times 10^{18} = 10^{13} \text{ Bq}$$

لكي نحسب النشاط بعد 100 يوم ، أي في اللحظة $t = 100 \text{ jrs}$ ، نطبق العلاقة :

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = 10^{13} \times e^{-0,18 \times 100} = 1,52 \times 10^5 \text{ Bq}$$

التمرين 12

1 - نجد علاقة بين النشاط A في اللحظة t والنشاط في اللحظة $t = 0$ عندما يكون الزمن t من مضاعفات زمن نصف العمر .

لدينا : $A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$ ، نضع : $t = n t_{1/2}$ ، فيصبح $A = A_0 e^{n \ln(\frac{1}{2})} = A_0 e^{\ln(\frac{1}{2})^n} = \frac{A_0}{2^n}$

لأن : $e^{\ln x} = x$

t	$t_{1/2}$	$2 t_{1/2}$	$3 t_{1/2}$	$4 t_{1/2}$	$5 t_{1/2}$
A (Bq)	$\frac{A_0}{2} = 16 \times 10^6$	$\frac{A_0}{4} = 8 \times 10^6$	$\frac{A_0}{8} = 4 \times 10^6$	$\frac{A_0}{16} = 2 \times 10^6$	$\frac{A_0}{32} = 10^6$

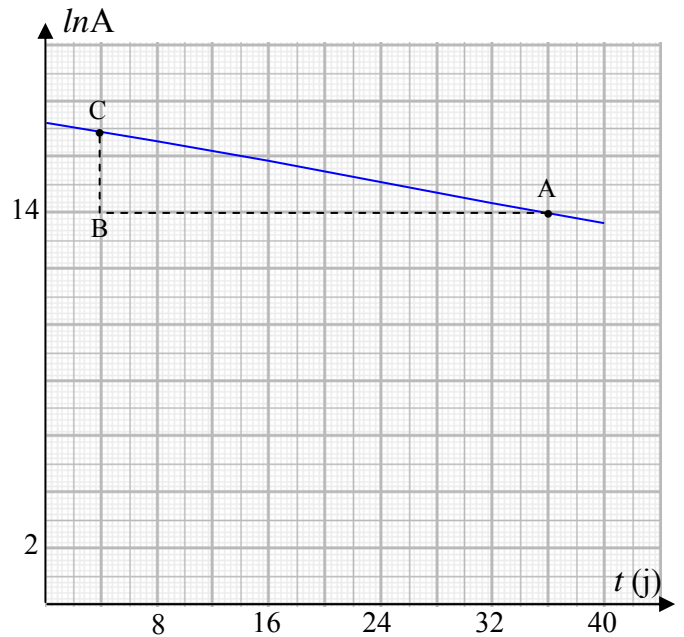
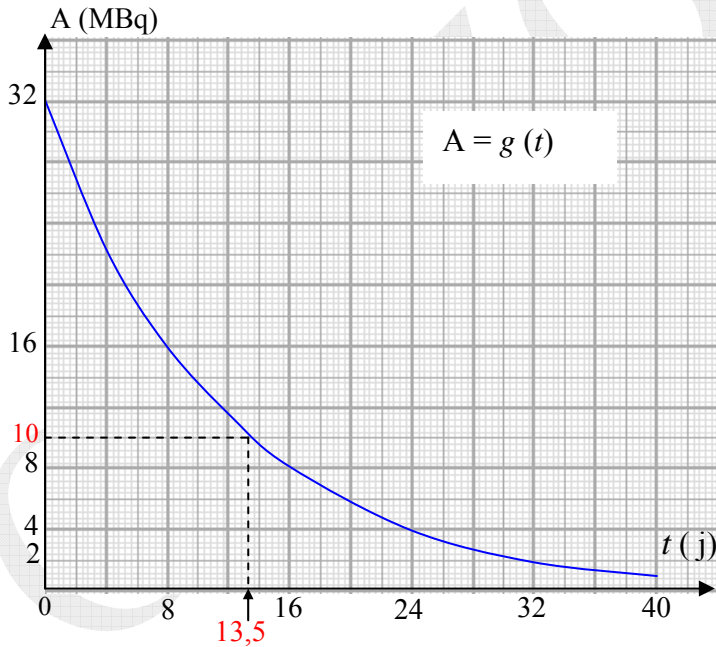
2 - $A = A_0 e^{-\lambda t}$ ، ولدينا $\lambda = \frac{0,69}{8} = 0,086 \text{ jrs}^{-1}$

، وبإدخال اللوغاريتم النيبيري على الطرفين نجد $t = 13,5 \text{ jrs}$

3 - تمثيل $\ln A = f(t)$

نحسب قيم $\ln A$ ونضعها على الجدول التالي :

$t \text{ (j)}$	0	8	16	24	32	40
$\ln A$	17,3	16,6	15,9	15,2	14,5	13,8



4 - ندخل اللوغاريتم النيبيري على طرفي علاقة النشاط : $\ln A = \ln A_0 e^{-\lambda t}$

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda t$$

معادلة المستقيم الذي حصلنا عليه هي من الشكل : $y = ax + b$ ، وهي : $\ln A = -\lambda t + \ln A_0$ ميل المستقيم هو $-\lambda$

$$\lambda = 1,08 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1} \quad , \quad -\lambda = -\frac{CB}{BA} = -\frac{3}{32 \times 24 \times 3600}$$

التمرين 13

1 - يكون الإنحفاظ في الشحنة وفي عدد النوكليونات $^{137}_{55}\text{Cs} \rightarrow ^{137}_{56}\text{Ba} + ^0_{-1}e$.

2 - الطاقة المحررة هي : $E = \Delta m c^2$ ، حيث Δm هو الفرق بين كتلتي المتفاعلات والناتج ، و c هو ثابت أنشتاين .

$$E = (m_{\text{Cs}} - m_{\text{Ba}} - m_e) c^2 = (136,90707 - 136,90581 - 0,0005486) \times c^2 \times 932,5 / c^2$$

حيث 0,0005486 هي كتلة الإلكترون بوحدة الكتل الذرية u

الطاقة المحررة بتفكك السيزيوم 137 هي : $E = 0,66 \text{ MeV}$

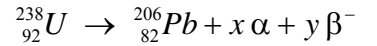
3 - المقصود بالدور هو زمن نصف العمر . ضياع 99 % معناه في كل 100 نواة متوسطا بقيت نواة واحدة ، أي : $\frac{N}{N_0} = 0,01$

وذلك باعتبار N_0 عدد الأنوية في اللحظة $t = 0$ و N عدد الأنوية في اللحظة t .

$$\lambda = \frac{0,69}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{2} = 0,345 \text{ an}^{-1} \quad , \quad \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln 0,01 = -\lambda t \quad , \quad \text{ومنه } t = \frac{-\ln 0,01}{\lambda} = \frac{4,6}{0,345} = 13,34 \text{ ans}$$

التمرين 14



1 - نكتب المعادلة بالشكل : $^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + x \text{ } ^4_2\text{He} + y \text{ } ^0_{-1}e$

بتطبيق قانوني الإنحفاظ في الشحنة وفي عدد النوكليونات نكتب :

$$(1) \quad 92 = 82 + 2x - y$$

$$(2) \quad 238 = 206 + 4x$$

من المعادلة (2) نجد : $x = 8$ ، وبالتعويض في المعادلة (1) نجد : $y = 6$

2 - نعوّض N بـ $\frac{N_0}{2}$ في علاقة التناقص $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ونجد $\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$ ، وبإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي هذه

$$\text{العلاقة نجد } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

3 - التناقص في متوسط عدد الأنوية هو عدد أنوية الرصاص : $N_{\text{Pb}} = N_{U_0} - N_U$ (2)

$$(3) \quad N_{\text{Pb}} = N_{U_0} - N_{U_0} e^{-\lambda t} = N_{U_0} (1 - e^{-\lambda t})$$

4 - من العلاقة (3) نكتب : $\frac{N_{\text{Pb}}}{N_{U_0}} = 1 - e^{-\lambda t}$

لدينا قانون التقريب : $e^\varepsilon \approx 1 + \varepsilon$ ، حيث ε عدد حقيقي صغير أمام 1 . مثال : $\varepsilon = 0,01$ ، يكون لدينا :

$$1 + \varepsilon = 1 + 0,01 = 1,01 \text{ و } e^\varepsilon = 1,01$$

نعوض في العلاقة (4) بـ $\lambda = \frac{0,7}{t_{1/2}}$: $\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1 - e^{-\frac{0,7}{t_{1/2}}t}$ ، ولدينا t أصغر بكثير من $t_{1/2}$ وبالتالي تصبح العلاقة من الشكل :

$$\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1 - (1 - \varepsilon) = \varepsilon = \frac{0,7}{t_{1/2}}t$$
 ، وبالتالي يمكن تطبيق التقريب : $\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1 - e^{-\varepsilon}$

$$(5) \quad t = \frac{1}{0,7} \frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} t_{1/2} \quad \text{ومنه :}$$

$$5 - \text{ لدينا عدد الأنوية في عينة : } N = \frac{m \cdot N_A}{M} \text{ ، إذن بالنسبة للرصاص : } N_{Pb} = \frac{10 \times 10^{-3} \times 6,023 \times 10^{23}}{206} = 29,2 \times 10^{18}$$

$$\text{ أما بالنسبة لعدد أنوية اليورانيوم في اللحظة } t \text{ فهو } N_U = \frac{1 \times 6,023 \times 10^{23}}{238} = 25,3 \times 10^{20}$$

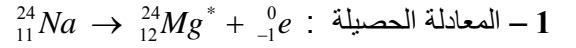
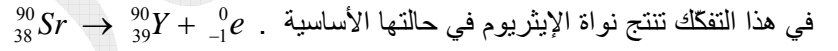
$$\text{ ومن العلاقة (2) نحسب } N_{U_0} = N_{Pb} + N_U = 29,2 \times 10^{18} + 25,3 \times 10^{20} = 25,6 \times 10^{20} \approx N_U$$

$$\text{ بالتعويض في العلاقة (5) نجد الزمن المطلوب : } t = 4,5 \times 10^9 \frac{29,2 \times 10^{18}}{2530 \times 10^{18}} \times \frac{1}{0,7} = 7,42 \times 10^7 \text{ ans}$$

التمرين 15

ملاحظة :

عندما تتفكك نواة لإعطاء نواة إبن ، نادرا ما تكون هذه النواة الإبن في حالتها الأساسية (أي غير المثارة) .



2 - نحسب نقص الكتلة في هذا التفكك :

كتلتا الذرتين ${}^{24}\text{Na}$ و ${}^{24}\text{Mg}$ المضبوطتان هما على التوالي:

$$23,97808 \text{ u و } 23,98490 \text{ u}$$

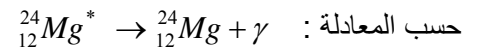
$$\Delta m = (m_{\text{Na}} - m_{\text{Mg}} - m_e)$$

$$\Delta m = 23,98490 - 23,97808 - 0,00091 = 5,91 \times 10^{-3} \text{ u}$$

الطاقة المحررة عن تفكك نواة الصوديوم 24 هي :

$$E_{\text{lib}} = \Delta mc^2 = 5,91 \times 10^{-3} c^2 \times \frac{932,5}{c^2} = 5,51 \text{ MeV}$$

إذا صدرت نواة المغنيزيوم في حالة مثارة فإنها تُصدر فوتونات (إشعاعات كهرومغناطيسية γ)

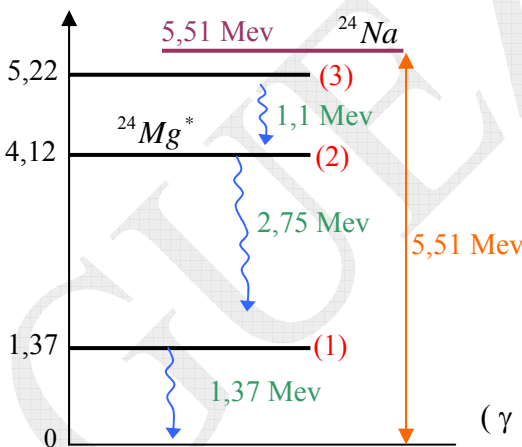


إذا صدرت نواة المغنيزيوم في حالتها الأساسية فإن الطاقة المحررة (5,51 MeV) تُقدم كلها للإلكترون ${}_{-1}^0e$ على شكل طاقة حركية .

3 - إذا صدرت نواة المغنيزيوم في الحالة المثارة 2 ، فهذا يُعني أولا أن النواة تبعث فوتونا طاقته $E' = 5,51 - 4,12 = 1,39 \text{ MeV}$

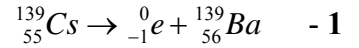
أما الطاقة $E = 4,12 \text{ MeV}$ تُقدم على شكل طاقة حركية للإلكترون (باهمال طاقة النوترينو ν طبعاً)

مستويات الطاقة للنظير ${}^{24}\text{Mg}$ (MeV)



ملاحظة : عندما تنطلق قذيفة من مدفع نلاحظ رجوع المدفع للخلف ، هذه الظاهرة نسميها إرتداد المدفع . إن رجوع المدفع للخلف يحتاج لطاقة يُحوّلها لطاقة حركية . هذا ما يحدث عند انبعاث الإلكترونات فإن النواة ترتد ، ونحن قمنا بإهمال الارتداد .

التمرين 16



2 – القيمة الصحيحة للدور (زمن نصف العمر) هي $t_{1/2} = 9,27 \text{ s}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{9,27} = 7,4 \times 10^{-2} \text{ mn}^{-1}$$

3 – الكتلة الموجودة في اللحظة t هي : $m = m_0 - \frac{m_0}{10} = \frac{9}{10} m_0$

$$\text{ولدينا } m = m_0 e^{-\lambda t} \text{ ، وبالتعويض الكتلة } m \text{ بعبارتها ، نكتب } \frac{9}{10} m_0 = m_0 e^{-\lambda t} \text{ ، ومنه } \frac{9}{10} = e^{-\lambda t}$$

بإدخال اللوغاريتم النبيري على طرفي هذه العلاقة نجد $-0,105 = -\lambda t$ ، ومنه :

$$t = \frac{0,105}{7,4 \times 10^{-2}} = 14,2 \text{ mn} = 1 \text{ mn } 25 \text{ s}$$

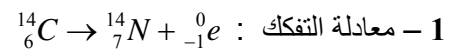
4 – النشاط : لدينا $A = \lambda N$ (1)

$$N = N_A \frac{m}{M} = 6,023 \times 10^{23} \frac{1 \times 10^{-6}}{139} = 43 \times 10^{14}$$

$$\text{ولدينا الثابت الإشعاعي } \lambda = \frac{0,69}{9,27 \times 60} = 1,24 \times 10^{-3} \text{ s} \text{ ، وبالتعويض في العلاقة (1) نجد}$$

$$A = 1,24 \times 10^{-3} \times 43 \times 10^{14} = 5,3 \times 10^{10} \text{ Bq}$$

التمرين 17



قانونا الانحفاظ هما إنحفاظ الشحنة وانحفاظ النوكليونات . نوع التفكك هو β^- .

2 – الزمن اللازم هو زمن نصف العمر $t_{1/2} = 5570 \text{ ans}$

3 – العلاقة هي $A = A_0 e^{-\lambda t}$

4 – لدينا $A = 70 \text{ Bq}$ و $A_0 = 120 \text{ Bq}$

نحسب عمر القطعة الخشبية من العلاقة $A = A_0 e^{-\lambda t}$

$$70 = 120 e^{-\frac{0,69}{5570} t}$$

$$\frac{7}{12} = e^{-1,238 \times 10^{-4} t}$$

$$\ln \frac{7}{12} = -1,238 \times 10^{-4} t$$

$$t = 3041 \text{ ans} \text{ ومنه}$$

التمرين 18

$$A = 12 \text{ mn}^{-1} = \frac{12}{60} = 0,2 \text{ s}^{-1} = 0,2 \text{ Bq} \quad \text{لدينا}$$

$$A_0 = 12 \text{ mn}^{-1} = \frac{13,6}{60} = 0,226 \text{ s}^{-1} = 0,226 \text{ Bq}$$

1 - زمن نصف العمر هو الزمن اللازم لتفكك نصف العدد المتوسط للأنوية .

$$\text{لدينا } N = \frac{N_0}{2}, \text{ وبالتالي نكتب } \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}, \text{ وبإدخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نجد } t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

$$2 - A = A_0 e^{-\lambda t}, \text{ ومنه } \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}, \text{ وبإدخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نجد } -\lambda t = \ln \frac{A}{A_0} \text{ أو } \lambda t = \ln \frac{A_0}{A}.$$

$$\text{وبالتالي } t = \frac{\ln \frac{A_0}{A}}{\lambda}$$

$$3 - t = \frac{\ln \frac{0,226}{0,2}}{\frac{\ln 2}{5570}} = \frac{0,125 \times 5570}{0,69} = 1009 \text{ ans} \quad \text{ومن سنة صنع الباخرة هي } 1009 - 1983 = -974 \text{ م}$$

4 - الفرضية صحيحة لأن $1000 > 974 > 700$

التمرين 19

1 -

إعادة صياغة الفقرة الأولى من التمرين :

يشابه تفكك الأنوية عملية رمي مجموعة من

أزهار النرد (Dés) عددها N_0 .

تتم هذه العملية كما يلي :

لدينا مجموعة من أزهار النرد عددها $N_0 = 400$

(أزهار النرد عبارة عن مكعبات متماثلة - أي

6 أوجه - هذه الأوجه مرقمة من 1 إلى 6)

نقوم برميها فوق طاولة ، ثم نسحب من المجموعة

كل الأزهار التي تعطي الوجه رقم 6 .

نعتبر هذه الأزهار كأنها الأنوية التي تفككت ضمن مجموعة من الأنوية .

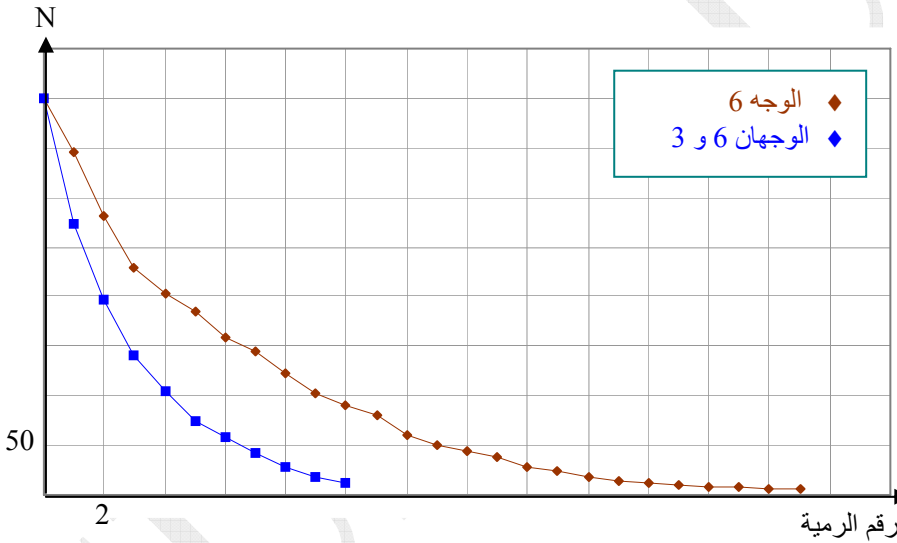
نعيد خلط الأزهار الباقية ، ثم نرميها ونقوم بسبب رقم 6 ، وهكذا ...

نعتبر أن كل عملية رمي توافق ثانية واحدة (1s) ، أي أن في الجدول الزمن يوافق N° de lancé . أما Dés restants يوافق الأنوية

المتواجدة في اللحظة t . انتهى

$$(1) \quad \Delta N = -pN\Delta t \quad \text{نجد}$$

حيث p هو احتمال الحصول على الوجه رقم 6 في الرمية الواحدة .



الثابت p يوافق ثابت التفكك λ ، وهذا الاحتمال طبعاً هو $p = \frac{1}{6}$ ، أي احتمال 1 من 6 (6 هو عدد الأوجه وليس الرقم 6 المسجل على أحد الوجوه) .

أما من أجل التجربة الثانية الإحتمال هو $p' = \frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}$

من أجل $\Delta t \rightarrow 0$ نكتب العلاقة (1) على الشكل $\frac{dN}{dt} = -pN$ ، ويكون حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $N = N_0 e^{-pt}$

ملاحظة :

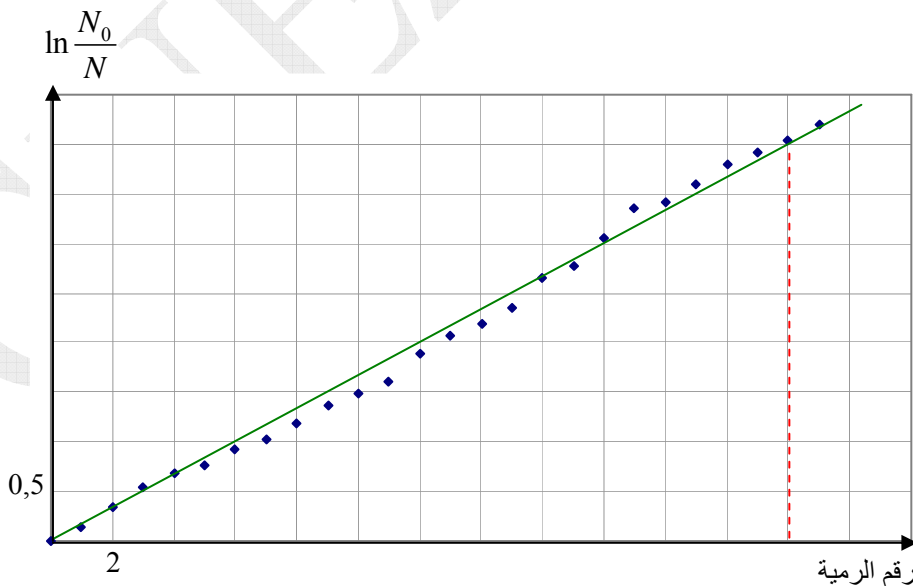
خلال تفكك الأنوية يكون دائماً $p = \frac{1}{2}$ ، لأن النواة إما تتفكك أو لا تتفكك ، أي أن احتمال تفككها هو 50% .

2 - لدينا $\ln \frac{N}{N_0} = -pt$ ، وبالتالي $\ln \frac{N_0}{N} = pt$ ، وهي العلاقة التي نمثلها بيانياً ، وهي من الشكل $y = ax$

التجربة الأولى :

رقم الرمية	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\frac{N_0}{N}$	1	1,16	1,42	1,74	1,98	2,16	2,51	2,77	3,25	3,92	4,44	5	6,55	7,84	8,89
$\ln \frac{N_0}{N}$	0	0,15	0,35	0,55	0,68	0,77	0,92	1,02	1,18	1,36	1,49	1,61	1,88	2,06	2,18

رقم الرمية	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\frac{N_0}{N}$	10,52	14,28	16	21,05	28,57	30,77	36,36	44,44	50	57,14	66,67
$\ln \frac{N_0}{N}$	2,35	2,66	2,77	3,05	3,35	3,42	3,60	3,79	3,91	4,04	4,20

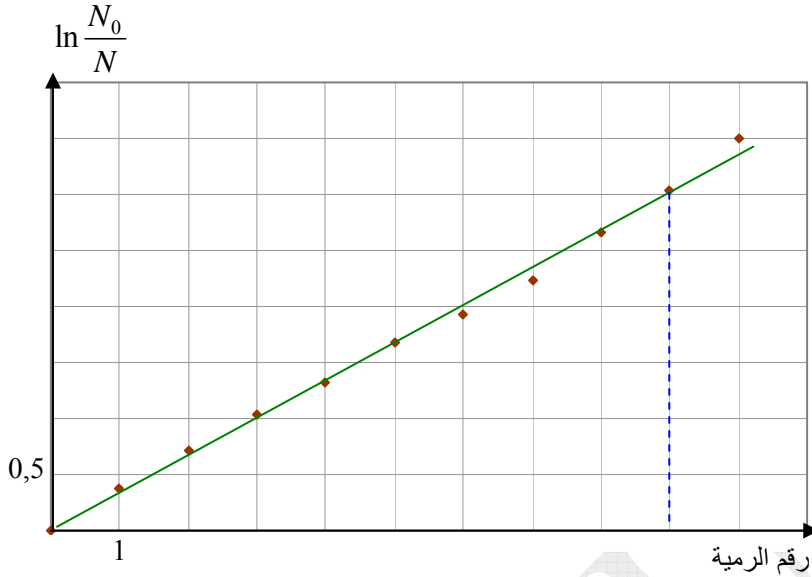


ثابت التفكك هو ميل المستقيم .

$$p = \lambda = \frac{8 \times 0,5}{12 \times 2} = 0,167 s^{-1}$$

التجربة الثانية :

رقم الرمية	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{N_0}{N}$	1	1,46	2,03	2,83	3,81	5,33	6,89	9,30	14,28	21,05	33,33
$\ln \frac{N_0}{N}$	0	0,38	0,71	1,04	1,33	1,67	1,93	2,23	2,66	3,04	3,50



ثابت التفكك هو ميل المستقيم .

$$p' = \lambda' = \frac{6 \times 0,5}{9 \times 1} = 0,33 s^{-1}$$

3 - نصف العمر في كل حالة :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{p} = \frac{0,69}{0,167} = 4,13 s$$

$$t'_{1/2} = \frac{\ln 2}{p'} = \frac{0,69}{0,33} = 2,09 s$$

ملاحظة :

يمكن التأكد من ثابت التفكك في كل تجربة

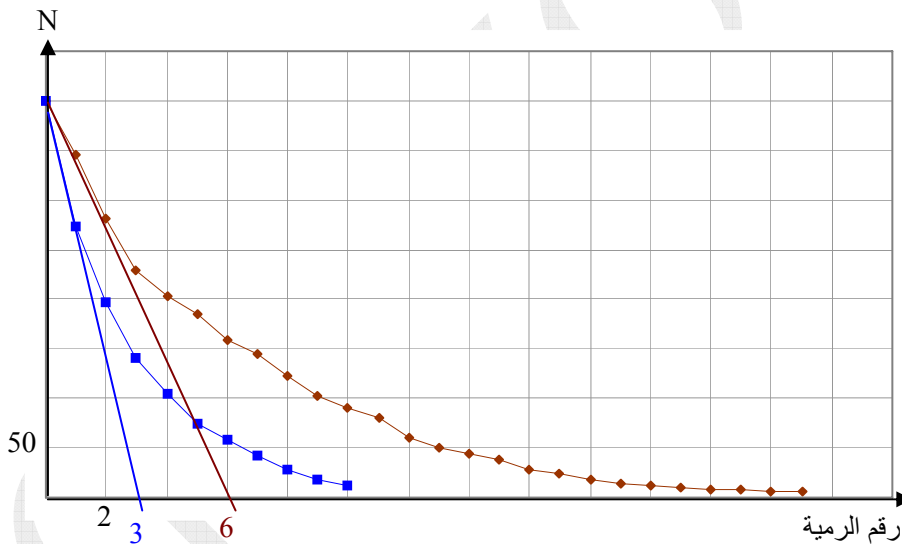
برسم المماسين للبيانيين عند $t = 0$

فيقطعان محور الزمن في ثابت الزمن $\tau = \frac{1}{\lambda}$

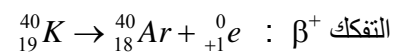
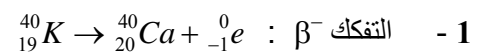
4 - نصف عمر السيزيوم 137 هو

$$t_{1/2} = 30,2 ans$$

كل هذا شرحناه في مقدّمة التمرين .



التمرين 20



$$N = \frac{A(t)}{\lambda} = \frac{A(t) \times t_{1/2}}{\ln 2} \quad - 2$$

3 - الطاقة المحررة عن تفكك البوتاسيوم 40 إلى كلسيوم 40 :

$$E_{lib(1)} = (m_K - m_{Ca} - m_e) c^2 \times \frac{931,5}{c^2} = (39,964 - 39,9626 - 0,000548) \times 931,5 = 0,79 MeV$$

4 - الطاقة المحررة عن تفكك البوتاسيوم 40 إلى أرغون 40 :

$$E_{lib(2)} = (m_K - m_{Ar} - m_e) c^2 \times \frac{931,5}{c^2} = (39,964 - 39,9624 - 0,000548) \times 931,5 = 0,98 MeV$$

5 - الطاقتان المحسوبتان سابقا هما الطاقتان المحررتان جرّاء تفكك نواة واحدة فقط .

عدد الأنوية في جسم الإنسان الذي يزن 70 kg هي :

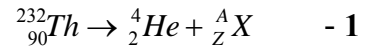
$$N = \frac{A(t) \times t_{1/2}}{0,69} = \frac{5000 \times 1,28 \times 10^9 \times 365,25 \times 24 \times 3600}{0,69} = 2,93 \times 10^{11}$$

الطاقة المحررة من هذه الأنوية عندما يتحوّل البوتاسيوم إلى كلسيوم : $E'_{lib(1)} = \frac{89}{100} \times 0,79 \times 2,93 \times 10^{11} = 2,07 \times 10^{20} MeV$

الطاقة المحررة من هذه الأنوية عندما يتحوّل البوتاسيوم إلى أرغون : $E'_{lib(2)} = \frac{11}{100} \times 0,98 \times 2,93 \times 10^{11} = 0,32 \times 10^{20} MeV$

الطاقة الكلية هي : $E_{lib} = E'_{lib(1)} + E'_{lib(2)} = 2,39 \times 10^{20} MeV$

التمرين 21



$$A = 232 - 4 = 228$$

$$Z = 90 - 2 = 88$$

من المعطيات نستنتج أن النوكليد A_ZX هو $^{228}_{88}Ra$

2 - الكتلة المولية (M) تحوي عدد أوفوقادرو (N_A) من الأنوية ، أما الكتلة m_0 تحوي العدد N_0 من الأنوية ، وبالتالي بالقاعدة

$$N_0 = N_A \times \frac{m_0}{N_A} = 6,023 \times 10^{23} \times \frac{10^{-3}}{232} = 26 \times 10^{17} \quad \text{ومنه} \quad \frac{m_0}{M} = \frac{N_0}{N_A}$$

3 - أ) نصف العمر للتوريوم هو المدة الزمنية اللازمة لتفكك نصف العدد المتوسط للأنوية الابتدائية .

.... « إن الجدول أعلاه يسمح باعطاء تأطير بصفة لفظية ، ماهو ؟ »

هذه العبارة غامضة ، نقوم بتوضيحها .

إن الجدول أعلاه يسمح بحصر زمن نصف العمر بين قيمتين يُطلب تعيينهما

الجواب :

زمن نصف العمر يوافق عدد الأنوية $N = \frac{N_0}{2}$ المتواجدة آنذاك ، أي $\frac{N}{N_0} = 0,5$ ، ونعلم أن هذه القيمة محصورة بين

$$0,46 \text{ و } 0,56 \text{ في الجدول ، إذن } 15 \text{ jrs} < t_{1/2} < 20 \text{ jrs}$$

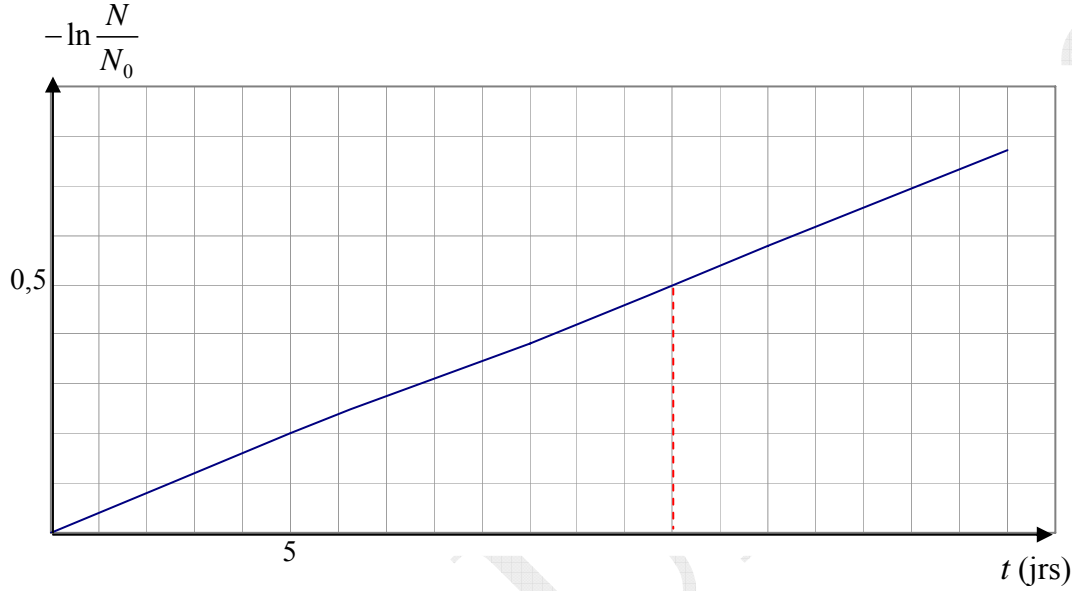
ب) الجدول والبيان :

t (jrs)	0	5	10	15	20
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,68	0,56	0,46
$-\ln \frac{N}{N_0}$	0	0,20	0,38	0,58	0,77

العلاقة النظرية : لدينا $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ، وبإدخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين

$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$ ، أو $-\ln \frac{N}{N_0} = \lambda t$ ، وهذه العلاقة توافق مستقيما معادلته

من الشكل : $y = ax$ ، حيث λ تمثل الميل a .



(جـ)

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,69}{3,85 \times 10^{-2}} = 17,9 \text{ jrs} \quad , \quad \lambda = \frac{0,5}{13} = 3,85 \times 10^{-2} \text{ jrs}^{-1} = \frac{3,85 \times 10^{-2}}{24 \times 3600} = 4,45 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

4 - النشاط في اللحظة $t = 0$:

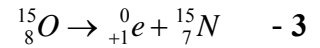
$$A_0 = \lambda N_0 = 4,45 \times 10^{-7} \times 26 \times 10^{17} = 1,16 \times 10^{12} \text{ Bq}$$

التمرين 22

I - أسئلة تمهيدية

1 - تتميز نواة الذرة برقمها الشحني Z وعددها الكتلي A (عدد النوكليونات) .

2 - $^{11}_6\text{C}$ و $^{12}_6\text{C}$ نظيران ، لأن لهما نفس Z (6) ويختلفان في N (بالنسبة للأول $N = 5$ وبالنسبة للثاني $N = 6$)



II - بعض أنماط الإشعاع

1 - β^- عبارة عن إلكترون $^0_{-1}\text{e}$

α عبارة عن نواة الهليوم ^4_2He

2 - كتلة الإلكترون $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

$$m_{\text{He}} = 2m_p + 2m_n = 2(1,673 + 1,675) \times 10^{-27} = 6,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

كتلة نواة الهليوم أكبر من كتلة الإلكترون (وكذلك كتلة البوزيترون $^0_{+1}\text{e}$) بحوالي 7360 مرة .

III - التصوير الوماض

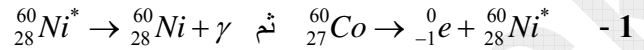
طالع الصفحة 91 من - تجريب واستكشاف - للتعرف على كيفية استعمال النشاط الإشعاعي في الطب (الرسومات) .

1 - زمن نصف العمر هو الزمن اللازم لتفكك نصف متوسط الأنوية N_0 .

2 - في الطب نستعمل النوكليد المشع الذي يتناقص نشاطه بسرعة ، وهذا يتوافق مع ^{131}I ، حيث أن خلال 400 يوم يتغير النشاط

من القيمة $2 \times 10^5 \text{ Bq}$ إلى القيمة $6 \times 10^{-3} \text{ Bq}$.

IV - المعالجة الإشعاعية



2 - (أ) $N_0 = N_A \frac{m_0}{M} = 6,023 \times 10^{23} \times \frac{1 \times 10^{-6}}{60} = 10^{16}$

(ب) العبارة المطلوبة هي $\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$ (1)

(ج) المطلوب هو : أعط عبارة ΔN ، ليس : أعط العينة ΔN .

(د) نعوض في العبارة (1) $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ، فنجد $\Delta N = -\lambda \Delta t N_0 e^{-\lambda t}$ (2)

(د) النشاط في اللحظة t هو $A = \frac{|\Delta N|}{\Delta t} = A_0 e^{-\lambda t}$ ، وبتعويض ΔN من العلاقة (2) نكتب : $\frac{\lambda \Delta t N_0 e^{-\lambda t}}{\Delta t} = A_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه

$$A_0 = \lambda N_0$$

(هـ) لدينا $A = A_0 e^{-\lambda t}$ ، وبادخال اللوغاريتم النيبيري على الطرفين نكتب :

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda t \quad \text{ومنه} \quad \ln A = \ln A_0 + \ln e^{-\lambda t}$$

(و) هذه العلاقة الأخيرة من الشكل $y = ax + b$ ، حيث a توافق λ ، أما b توافق $\ln A_0$.

إن بيان هذه العلاقة يقطع محور الترتيب في $\ln A_0$ وميله سالب ، إذن فهو يوافق البيان المعطى في التمرين .

(ز) $-\lambda = -\frac{17,4 - 16,6}{7 - 1}$

$$\lambda = 0,13 \text{ an}^{-1}$$

(ح) العلاقة المطلوبة هي : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

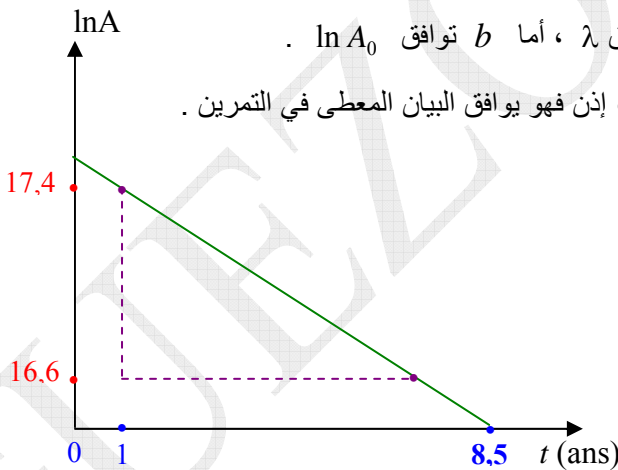
(ط) $t_{1/2} = \frac{0,69}{0,13} = 5,23 \text{ ans} = 1,65 \times 10^8 \text{ s}$

التمرين 23

1 - الدور الإشعاعي (زمن نصف العمر) T_A هو A (أو $t_{1/2}$)

$$\lambda_A = \frac{0,69}{T_A} = \frac{0,69}{15} = 4,6 \times 10^{-2} \text{ jrs}^{-1}$$

2 - نحسب عدد الأنوية الابتدائي : $N_0 = N_A \frac{m_0}{M} = 6,023 \times 10^{23} \times \frac{20}{225} = 53 \times 10^{21}$



$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{4,6 \times 10^{-2}}{24 \times 3600} \times 53 \times 10^{21} = 2,8 \times 10^{16} Bq \text{ هو النشاط الابتدائي}$$

3 - الاتزان الإشعاعي (أو التوازن القرني) : عندما تتفكك مجموعة من الأنوية لإعطاء أنوية غير مستقرّة ، فتبدأ هذه الأخيرة في التفكك في الوقت الذي مازالت المجموعة الأولى تتفكك ، نقول أن التوازن القرني قد حدث عندما يصبح نشاطا المجموعتين متساويين .
لدينا التفكك : $A \rightarrow B \rightarrow C$

$$\alpha = \frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2} \text{ تكون النسبة}$$

$$(1) \quad N_{(A)} = N_A \frac{m_A}{M_A} \text{ في اللحظة } t \text{ يكون عدد أنوية } A$$

$$(2) \quad N_{(B)} = N_A \frac{m_B}{M_B} \text{ في اللحظة } t \text{ يكون عدد أنوية } B$$

حيث N_A هو عدد أفوقادرو .

بما أن النوكليد B ناتج عن تفكك النوكليد A حسب النمط β ، إذن $M_A = M_B$. (A لا يتغير في التفكك β)

$$(3) \quad \frac{N_{(A)}}{N_{(B)}} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2} \text{ : بقسمة (1) على (2) نجد}$$

بما أن نشاطي A و B متساويان ، نكتب $\lambda_A N_{(A)} = \lambda_B N_{(B)}$ ، ومنه $\frac{N_{(A)}}{N_{(B)}} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$ ، وباستعمال العلاقة (3) نجد

$$\lambda_B = \frac{3}{2} \lambda_A = 1,5 \times 4,6 \times 10^{-2} = 6,9 \times 10^{-2} \text{ jrs}^{-1} \text{ ، ومنه } \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{3}{2}$$

$$T_B = \frac{\ln 2}{\lambda_B} = \frac{0,69}{6,9 \times 10^{-2}} = 10 \text{ jrs} \text{ هو زمن نصف العمر لـ B}$$

$$4 - \text{المعادلة التفاضلية الخاصة بتفكك A هي } \frac{dN_{(A)}}{dt} = -\lambda N_{(A)}$$

المعادلة التفاضلية الخاصة بتفكك B هي $\frac{dN_{(B)}}{dt} = -\lambda N_{(B)} + \lambda_A N_{(A)}$ ، لأن في نفس الوقت B يتفكك ويزداد جرّاء تفكك A .

$$5 - \text{يؤدي حل هاتين المعادلتين التفاضليتين إلى : } N_{(B)} = \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_{(A)_0} (e^{-\lambda_B t} - e^{-\lambda_A t}) \text{ ، حيث } K = \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_{(A)_0}$$

هذا الحل معطى في التمرين $N_{(B)} = \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_{(A)_0} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t})$ ، وهو حل خطأ .

نعيد صياغة السؤال الأخير : ... أثبت أنه في اللحظة $t = t_0$ يمر N_B بقيمة عظمى ، ثم احسب قيمة t_0 بالأيام .

القيمة العظمى لـ $N_{(B)}$ تكون من أجل مشتق $N_{(B)}$ بالنسبة للزمن يساوي الصفر .

$$\frac{dN_{(B)}}{dt} = -K \lambda_B e^{-\lambda_B t} + K \lambda_A e^{-\lambda_A t} \text{ : المشتق هو}$$

من أجل $\frac{dN_{(B)}}{dt} = 0$ يكون $\lambda_B e^{-\lambda_B t} = \lambda_A e^{-\lambda_A t}$ ، ومنه $\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}}$

وبادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نكتب : $\ln \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = (\lambda_B - \lambda_A)t$ ، $\frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}} = e^{(\lambda_B - \lambda_A)t}$

القيمة t_0 المطلوبة هي $t_0 = \frac{\ln \frac{\lambda_B}{\lambda_A}}{\lambda_B - \lambda_A} = \frac{\ln \lambda_B - \ln \lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} = \frac{0,405}{2,3 \times 10^{-2}} = 17,6 \text{ jrs}$

التمرين 24

1 - أ) من $t = 0$ إلى $t = t_0$:

عدد الأنوية المتواجدة في كل ثانية هو عدد الأنوية الذي نتجه في كل ثانية (ρ) منقوص منه عدد التفككات في الثانية (λN) ، أي

$$\frac{dN}{dt} = \rho - \lambda N$$

، وبضرب طرفي هذه المعادلة في $e^{\lambda t}$ نحصل على $e^{\lambda t} \left(\frac{dN}{dt} + \lambda N \right) = \rho e^{\lambda t}$

$$\frac{dN}{dt} e^{\lambda t} + \lambda N e^{\lambda t} = \rho e^{\lambda t}$$

العبارة $\frac{dN}{dt} e^{\lambda t} + \lambda N e^{\lambda t}$ تمثل مشتق جداء دالتين هما N و $e^{\lambda t}$ ، وبالتالي نكتب $\frac{d}{dt} (N e^{\lambda t}) = \rho e^{\lambda t}$

نكامل طرفي هذه المساواة (إيجاد الدالة الأصلية) : $\int \frac{d}{dt} (N e^{\lambda t}) = \int \rho e^{\lambda t}$

، حيث K عبارة عن ثابت التكامل . $N e^{\lambda t} = \rho \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} + K$

من هذه العبارة نجد $N = \frac{\rho}{\lambda} + K e^{-\lambda t}$ (1)

تحديد الثابت K : نعلم أنه في اللحظة $t = 0$ يكون $N = 0$ (ما زالت أنوية الكربون لم تُصنع)

وبالتعويض في العلاقة (1) : $0 = \frac{\rho}{\lambda} + K$ ، ومنه $K = -\frac{\rho}{\lambda}$

نعوض عبارة K في المعادلة (1) ونجد $N = \frac{\rho}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$

(ب) من أجل $t > t_0$:

إنتهى تصنيع الكربون في اللحظة t_0 ، فبعد هذه اللحظة تبدأ أنوية الكربون في التناقص فقط ولا تزداد .

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad \text{، ومنه} \quad \frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

نكامل طرفي هذه المساواة (إيجاد الدالة الأصلية) : $\int \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$ ، وبالتالي $\ln N + K = -\lambda [t]_0^t$

حيث K هو ثابت التكامل

$$N = e^{-\lambda t - K} \text{ ، وبالتالي } \ln N = -\lambda t - K \text{ ، ومنه } \ln N + K = -\lambda t$$

$$(2) \quad N = e^{-\lambda t} \times e^{-K} \text{ يمكن كتابة هذه العلاقة بالشكل}$$

تحديد الثابت K :

$$\frac{\rho}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t_0}) = e^{-\lambda t_0} \times e^{-K} \text{ نكتب (2) وبالتعويض في العلاقة} \quad N = \frac{\rho}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) \text{ يكون } t = t_0 \text{ عندما}$$

$$\text{ومنه } e^{-K} = \frac{\frac{\rho}{\lambda} - \frac{\rho}{\lambda} e^{-\lambda t_0}}{e^{-\lambda t_0}} = \frac{\rho}{\lambda}(e^{\lambda t_0} - 1) \text{ ، وبالتعويض في العلاقة (2) نجد}$$

$$N = \frac{\rho}{\lambda}(e^{\lambda t_0} - 1)e^{-\lambda t}$$

$$2 - \text{ ثابت التفكك : } \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{5600} = 1,23 \times 10^{-4} \text{ an}^{-1}$$

3 - إذا كان المقصود هو أن $\frac{3}{4}$ من القيمة الابتدائية قد تفككت ، فهذا معناه أن الـ $\frac{1}{4}$ من القيمة الابتدائية يتواجد في اللحظة t ، لأن :

$$N = N_0 - \frac{3}{4}N_0 = N_0 \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{N_0}{4}$$

نعوض في معادلة التناقص : $\frac{N_0}{4} = N_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\frac{1}{4} = e^{-\lambda t}$ ، وبإدخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نكتب

$$t = \frac{\ln 4}{\lambda} = \frac{1,38}{1,23 \times 10^{-4}} = 11201 \text{ ans} \text{ ، ومنه } -\lambda t = -\ln 4$$

$$\text{أو بما أن } N = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2} \text{ فإن } t = 2t_{1/2} = 5600 \times 2 = 11200 \text{ ans}$$

الزمن الموافق لـ 0,1 % من النشاط الابتدائي : لدينا $A = A_0 e^{-\lambda t}$ (3)

$$\text{لدينا } A = \frac{0,1}{100} A_0 = \frac{A_0}{1000} \text{ ، وبالتعويض في العلاقة (3) نكتب } \frac{A_0}{1000} = A_0 e^{-\lambda t} \text{ ، ومنه } \frac{1}{1000} = e^{-\lambda t}$$

$$\text{بإدخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين } -6,9 = -\lambda t \text{ ، ومنه } t = \frac{6,9}{1,23 \times 10^{-4}} = 56160 \text{ ans}$$

4 - تصحيح السؤال 4 :

ما هي كتلة هذا النظير الموافقة لنشاط قدره $3 \times 10^7 \text{ Bq}$ ؟ (يجب أن تعطى قيمة للنشاط وليس للكتلة) .

$$(4) \quad m = \frac{N(t) \times 14}{N_A}$$

$$\text{ولدينا } A = \lambda N \text{ ، وبالتعويض في العلاقة (4) نجد } m = \frac{A \times 14}{\lambda N_A} = \frac{3 \times 10^7 \times 14}{3,9 \times 10^{-12} \times 6,023 \times 10^{23}} = 1,8 \times 10^{-4} \text{ g}$$

$$\lambda = \frac{1,23 \times 10^{-4}}{365,25 \times 24 \times 3600} = 3,9 \times 10^{-12} s^{-1} \quad : s^{-1} \text{ لـ } \lambda \text{ حوّلنا هذا الحساب}$$

الزمن اللازم لتفكك $\frac{7}{8}$ من العينة (أي يبقى $\frac{1}{8}$ منها)

$$t = 3t_{1/2} = 3 \times 5600 = 16800 \text{ ans} \quad ، \text{ ومنه } N = \frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^3}$$