الفضا ء

boumanzah said

A) المستقيم و المستوى في الفضا ء

الفضا ء E منسوب الى معلم $R=(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

1) المستقيم في الفضا ء

** احداثيات نقطة : $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ $\Leftrightarrow$ x و y و z هم احداثيات النقطة M بالنسبة للمعلم R

ونكتب $M(x,y,z)$ بحيث x يسمى الأ فصول و y يسمى الأرتوب و z يسمى الأ نسوب

** احداثيات متجهة

اذا كان $A(x_a,y_a,z_a)$ و $B(x_b,y_b,z_b)$ نقطتين من E فان

$$\overrightarrow{AB}(x_b-x_a,y_b-y_a,z_b-z_a)$$

**تمثيل بارا متري لمستقيم : $D(A,\vec{u})=\{M\in E\,/\,\overrightarrow{AM}=t\vec{u}\}$

حيث $\vec{u}(a,b,c)$ متجهة من V_3 و $A(x_A,y_A,z_A)$ نقطة من E

$$M(x,y,z)\in D(A,\vec{u})\Leftrightarrow(x-x_A,y-y_A,z-z_A)=t(a,b,c)$$

$$\Leftrightarrow\quad\begin{pmatrix}x-x_A\\y-y_A\\z-z_A\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}ta\\tb\\tc\end{pmatrix}\qquad t\in IR$$

$$\Leftrightarrow\quad\begin{cases}x=x_A+ta\\y=y_A+tb\\z=z_A+tc\end{cases}\qquad t\in IR$$

** معادلتا ن ديكارتيتا ن لمستقيم

اذا كان $a\neq0$ و $b\neq0$ و $c\neq0$ فان $D(A,\vec{u}):\dfrac{x-x_A}{a}=\dfrac{y-y_A}{b}=\dfrac{z-z_A}{c}$

اذا كان $a=0$ و $bc\neq0$ فان $D(A,\vec{u}):\begin{cases}x=x_A\\\dfrac{y-y_A}{b}=\dfrac{z-z_A}{c}\end{cases}$

اذا كان $a=0$ و $b=0$ فان $D(A,\vec{u}):\begin{cases}x=x_A\\y=y_A\end{cases}$

2) الأوضاع النسبية لمستقيمين

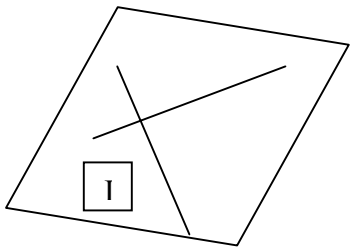
نضع $\vec{u}(a,b,c)$ و $A(x_A,y_A,z_A)$ و $\vec{V}(a',b',c')$ و $B(x_b,y_b,z_b)$

نعتبرا لمستقيمين $D(A,\vec{u})$ و $\Delta(B,\vec{V})$

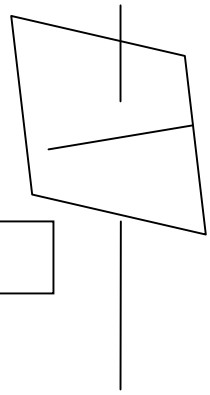
* اذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين ($\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$) فان $(D)//(\Delta)$

* اذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مستقيميتين نبحث عن حل للنظمة : $\begin{cases} x_a+ta=x_b+\lambda a \\ y_a+tb=y_b+\lambda b \\ z_a+tc=z_b+\lambda c \end{cases}$

اذا كان للنظمة حل وحيد فان (D) و (Δ) يتقاطعان في نقطة واحدة I (الشكل2)



الشكل رقم2



الشكل رقم1

اذا كانت ا لنظمة لا تقبل أي حل فان (D) و (Δ) غير مستوائيين(الشكل1)

3) المستوى في الفضاء

لتكن $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$ متجهتين غير مستقيميتين نرمزللمستوى المار من $A\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$

والموجه بالمتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ كما يلي $P(A,\vec{u},\vec{v})$:

$$M(x,y,z)\in P(A,\vec{u},\vec{v}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v} \quad (\alpha,\beta)\in IR^2$$

ومنه P يقبل تمثيلا بارا متريا كالتالي: $(\alpha,\beta)\in IR^2$ $(P):\begin{cases} x=x_0+\alpha a+\beta a' \\ y=y_0+\alpha b+\beta b' \\ z=z_0+\alpha c+\beta c' \end{cases}$

ولدينا $M(x,y,z)\in P(A,\vec{u},\vec{v}) \Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM},\vec{u},\vec{v})=0$

وبعد نشر المحددة نحصل على معادلة ديكارتية للمستوى(P)على الشكل :

$ax+by+cz+d=0$ بحيث $a\neq 0$ أو $b\neq 0$ أو $c\neq 0$

B) تحليلية الجداء السلمي وتطبيقا ته

الفضا ء الأ قليدي منسو ب الى معلم متعامد وممنظم $R=(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

$(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=\|\vec{k}\|=1$ و $\vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{j}\cdot\vec{k}=\vec{k}\cdot\vec{i}=0)$

لتكن $\vec{u}(x,y,z)$ و $\vec{v}(x',y',z')$ متجهتين من V_3

** $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'+zz'$ و $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

** $\vec{u}\cdot\vec{v}=0\Leftrightarrow\vec{u}\perp\vec{v}$

اذاكانت $A(x_A,y_A,z_A)$ و $B(x_b,y_b,z_b)$ نقطتين من E فان

$$AB=\sqrt{(x_b-x_a)^2+(y_b-y_a)^2+(z_b-z_a)^2}$$

$\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ تعتبر متجة منظمية علىالمستوى (P) $\Leftrightarrow$ $(P):ax+by+cz+d=0$

** لتكن $A(x_A,y_A,z_A)$ من الفضاء E

مسا فة النقطة A عن المستوى (P) ذي المعادلة $ax+by+cz+d=0$ هي:

$$d(A,(P))=\frac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

اذا كانت النقطة H هي المسقط العمودي ل A على (P) فان $d(A,(P))=AH$

**الأوضاع النسبية للمستقيما ت والمستويات في الفضاء

- نعتبر مستقيمين $D(A,\vec{u})$ و $\Delta(B,\vec{V})$ لدينا $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow(\Delta)\perp(D)$
- اذا كان $D(A,\vec{u})$ مستقيما و $P(A,\vec{u},\vec{v})$ مستوى في الفضاء E فان
  $(D)\perp(P)\Leftrightarrow\vec{u}\perp\vec{v}$ و $\vec{u}\perp\vec{w}$
- اذا كان (P) و (Q) مستويان بحيث $\vec{n}$ و $\vec{n}'$ على التوالي متجهتين منظميتين على (P) و (Q) فان : $(P)\parallel(Q)\Leftrightarrow\vec{n}$ و $\vec{n}'$ مستقيميتان

و لدينا $\vec{n}\perp\vec{n}'\Leftrightarrow(P)\perp(Q)$

ملا حظة : *المجموعة F المعرفة بما يلي :* $F=\{M\in E/\vec{u}\cdot\overrightarrow{AM}=0\}$ حيث $A\in E$

و $\vec{u}\in V_3$ *هي المستوى المار A من و العمودي علىالمستقيم* $D(A,\vec{u})$