

الأستاذ محمد الرقبة دراسة تحليلية للدائرة

(1) معادلة دائرة.

المستوى منسوب إلى M م (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1- الدائرة المعرفة بمركزها وشعاعها.

لتكن (ℓ) دائرة مركزها $\Omega(a, b)$ وشعاعها $r \in \mathbb{R}^{*+}$

لدينا $M \in \ell(\Omega, r) \Leftrightarrow \Omega M = r$

$$\Leftrightarrow \Omega M^2 = r^2$$

إذا كان (x, y) هو زوج إحداثيات النقطة M .

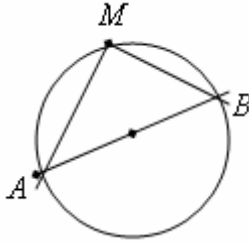
فإن $M(x, y) \in \ell \Leftrightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

خلاصة: معادلة الدائرة (ℓ) التي مركزها $\Omega(a, b)$ وشعاعها r هي $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

2- الدائرة المعرفة بأحد أقطارها.

لتكن A و B نقطتين مختلفتين من المستوى P .

ولتكن (ℓ) دائرة أحد أقطارها $[AB]$.



لتكن M نقطة من الدائرة حيث $A \neq M$ و $B \neq M$.

لدينا $M \in \ell$

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \quad \text{تكافئ}$$

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow \Omega M^2 = \frac{1}{4} AB^2 \quad \text{لأن}$$

حيث Ω هي منتصف القطعة $[a, b]$.

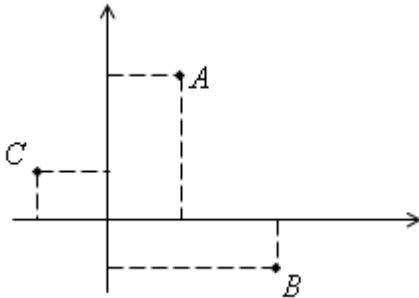
والدائرة ℓ مركزها هو Ω وشعاعها هو $\frac{1}{2} AB$.

خلاصة: A و B نقطتان مختلفتان من المستوى.

مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ هي الدائرة التي أحد أقطارها $[AB]$.

3- الدائرة المعرفة بثلاث نقط غير مستقيمة

لتكن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمة.



توجد دائرة وحيدة من المستوى تمر من النقط A و B و C .

هذه الدائرة هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

مركز هذه الدائرة هو Ω تقاطع **واسطات** المثلث ABC

الأستاذ محمد الرقبة

وشعاعها $\Omega A = \Omega B = \Omega C$ حيث

مثال : نعتبر النقط $A(1,2)$ و $B(2,-1)$ و $C(-1,1)$.

- (1) بين أن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمة.
- (2) أكتب معادلة للدائرة المارة من النقط A و B و C .

4- التمثيل البارامتري لدائرة

لتكن (ℓ) دائرة مركزها $\Omega(a,b)$ وشعاعها r .

إذن معادلتها الديكارتية هي $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

$$\left(\frac{x-a}{r}\right)^2 + \left(\frac{y-b}{r}\right)^2 = 1$$

يعني أن

إذن يوجد θ من $[0, 2\pi[$ بحيث :

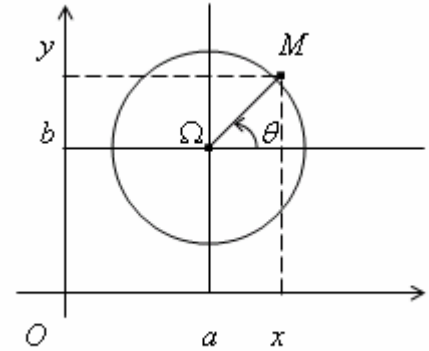
$$\sin \theta = \frac{y-b}{r} \quad \text{و} \quad \cos \theta = \frac{x-a}{r}$$

$$\begin{cases} x = a + r \cos \theta \\ y = b + r \sin \theta \end{cases}$$

يعني أن

خلاصة : تعريف ومبرهنة

الدائرة (ℓ) التي مركزها $\Omega(a,b)$ وشعاعها r .



$$(I) \begin{cases} x = a + r \cos \theta \\ y = b + r \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \in \mathbb{R}) \quad \text{بحيث } M(x, y)$$

النظمة (I) تسمى تمثيلا بارامتريا للدائرة (ℓ) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

5- دراسة المعادلة $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

- تمهيد

- مبرهنة.

- تطبيقات : حدد مجموعة النقط $M(x, y)$ المعرفة بـ :

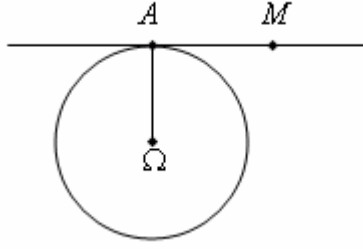
$$x^2 + y^2 - x - y - 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 2x + y - 3 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 + 3x + 5y + 1 = 0 \quad (3)$$

6- تقاطع دائرة ومستقيم

1-6- دراسة تحليلية للأوضاع النسبية لدائرة ومستقيم



6-2- المماس لدائرة.

تعريف ①

تعريف ② معادلة المماس لدائرة في إحدى نقطتها.

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$$

7- الحل المبياني لبعض نظمات مترجمات

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ 2x - y \leq 0 \end{cases} \quad \text{مثال ①}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 2y \leq 2 \\ x - y + 1 \geq 0 \end{cases} \quad \text{مثال ②}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 < 0 \\ x^2 + y^2 - 4 < 0 \end{cases} \quad \text{مثال ③}$$

الحل المبياني لبعض نظمات من مترجمات

مثال ① حل بطريقة مبيانية النظمة :

$$(x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 < 0 \\ 3x + y - 2 \leq 0 \end{cases}$$

مثال ② حل بطريقة مبيانية المترجمة :

$$(x^2 + y^2 - 2y)(3x + 2y - 1) > 0$$

حدد معادلة المماس لـ $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ (ℓ) في : $A(-1, 0)$

تمرين : نعتبر الدائرة $\ell : x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$

(1) لتكن $A(1, 3)$ نقطة من المستوى P

حدد معادلتى المماسين للدائرة (ℓ) والمارين من A .

$$\ell(\Omega(1, -1), 2) \quad D : x - 2y + 1 = 0 \quad (2)$$

حدد معادلتى المستقيمان الموازيان لـ D والمماسين للدائرة ℓ .