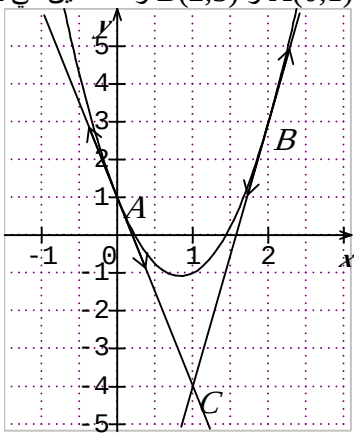
التمرين الأول :

f دالة معرفة على R حيث $f(x)=ax^2+bx+c$ (C)
تمثيلها البياني معطى في الشكل التالي :مع العلم أن (C) يشمل النقطتين A(0,1) و B(2,3) والمماسين في A و B يتقاطع في النقطة C(1,-4)



1. اكتب معادلتي المماسين عند A وB
2. أستنتج $f'(0)$ و $f'(2)$
3. اوجد قيم الأعداد الحقيقية a,b,c . عين عبارة $f(x)$
4. أدرس تغيرات الدالة f
5. أوجد المماسات لـ (C) التي تشمل المبدأ O .
6. بين أن المستقيم ذو المعادلة : $x=\frac{5}{6}$ محور تناظر للمنحنى (C)

التمرين الثاني :

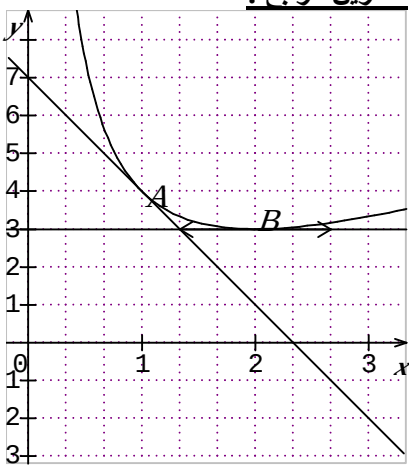
f دالة معرفة على R حيث : $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{7}{6}$

C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس
1. أدرست تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها .
2. بين أن النقطة $I(\frac{-1}{2},\frac{9}{4})$ هي نقطة انعطاف
3. بين أن $f(x)$ يمكن تحليلها على $(x-1)^2$
استنتج حلول المعادلة $f(x)=0$
4. أكتب معادلة المماس عند الفاصلة 0
5. أرسم المماس و (C)
6. بين النقطة I هي مركز تناظر لـ (C) .
7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=m$
8. $g(x)=|f(x)|$ بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C) ثم أنشئ (C_g).

التمرين الثالث :

f هي الدالة جذر تربيعي $f(x)=\sqrt{x}$ (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .نفرض النقطة A(2,0)
من أجل $x\in[0,+\infty[$ نفرض النقطة $M(x,\sqrt{x})$ من (C)
1. أكتب المسافة AM^2 بدلالة x نرمز لها $d(x)$
2. استنتج النقط M من (C) الأقرب إلى النقطة A .

التمرين الرابع :



f دالة معرفة على R^* حيث $f(x)=ax+b+\frac{c}{x}$ و (C)
البياني معطى في الشكل السابق علما أن $A(1,4)$ و $B(2;3)$
1. أحسب بيانيا $f'(1)$ و $f'(2)$
2. أحسب $f'(x)$ بدلالة a,b,c
3. أثبت أن : $\begin{cases} a+b+c=4 \\ a-c=-3 \\ 4a-c=0 \end{cases}$
4. أوجد عبارة f(x)
5. ادرس تغيرات الدالة f
6. أثبت أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين
7. أوجد النقط $M(x,y)$ من (C) التي تكون فيها المماسات موازية للمستقيم الذي معادلته : $y=-3x$
8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=-3x+m$
9. لتكن $h(x)=|x|-1+\frac{4}{|x|}$ بين أن h دالة زوجية ثم استنتج رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من (C)

التمرين الخامس :

f دالة معرفة على $D=]-\infty,-1[\cup]-1,2[\cup]2,+\infty[$
$f(x)=1+\frac{1-2x}{x^2-x-2}$
1. احسب نهايات f عند أطراف D
2. عين الدالة المشتقة ادرس اتجاه تغيرات f وجدول تغيراتها
3. بين أن النقطة $I(\frac{1}{2},1)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C)
4. تحقق أن I هي مركز تناظر لـ (C)
4. أكتب معادلة المماس عند I
5. عين المستقيمات المقاربة ثم ارسم (C)
6. أحسب قيمة مقربة للعدد $f(9876854321)$
7. أحسب قيمة تقريبية للعد $f(0,499)$
7. ناقش بيانيا عدد حلول المعادلة : $\frac{2x-1}{x^2-x-2}=m$ حسب قيم الوسيط m .

التمرين السادس :

f دالة معرفة على $D=]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$ حيث

: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ و (C) تمثيلها البياني

1.أحسب قيم الأعداد الحقيقية a,b,c علما أن (C) يشمل النقطة $A(2,4)$ و (C) يقبل مماسا أفقي عند النقطة A و يقبل في النقطة ذات الفاصلة 3 مماسا يوازي المستقيم $x-y+4=0$

2.لتكن الدالة g المعرفة على D : $g(x)=\frac{4}{3}x-1+\frac{4}{3(x-1)}$ و (C_g) تمثيلها البياني .

أ. أدرس تغيرات الدالة g

ب.أحسب النهايات على أطراف D . عين المستقيمات المقاربة

ج.بين أن (C_g) يقبل مماسا مائل (T) يطلب تعيين معادلته و دراسة وضعيته مع (C_g)

د.أكتب معادلة المماس عند النقطة ذات الترتيب 0 لـ (C_g)

ه. أرسم (T) و (C_g)

3. هل $f(x)=g(x)$ ؟ استنتج إنشاء (C) .

التمرين السابع :

f دالة معرفة على $D=]-\infty,-2[\cup]-2,+\infty[$ حيث

$f(x)=|x+1|-\frac{1}{x+2}$ (C) تمثيلها البياني

1.أكتب $f(x)$ دون استعمال القيمة المطلقة حسب قيم العدد الحقيقي x في المجال D

2. أحسب نهايات f عند أطراف D وعين المستقيمات المقاربة

3. أدرس قابلية الاشتقاق عند القيمة 1- للدالة f

4.أدرس تغيرات f وأنشئ جدول تغيراتها

5.بين أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين

6. حل المعادلة $f(x)=0$ في D

7. أكتب معادلة المماس عند الفاصلة 0

8.أرسم المستقيمات المقاربة و المماس و(C)

9.أحسب قيمة تقريبية للعدد $f(-0,0004)$

10.ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعتدلة :

$$\frac{1+mx+2m}{x+2}=|x+1|$$

التمرين الثامن :

1. ليكن كثير الحدود $P(x)=x^3-3x^2+2$

أ. تحقق أن $P(x)=(x-1)(ax^2bx+c)$ حيث a,b,c أعداد يطلب تعيينها .

ب. أدرس إشارة $P(x)$

2. f دالة معرفة على $D=]-\infty,+2[\cup]+2,+\infty[$ حيث

$f(x)=\frac{x^3-3x+2}{x-2}$ (C) تمثيلها البياني

أ. أحسب نهايات f عند أطراف D وعين المستقيمات المقاربة

ب.تحقق أن: $f'(x)=\frac{2P(x)}{(x-2)^2}$

ج. أ أدرس تغيرات f وأنشئ جدول تغيراتها

د. . أكتب معادلة المماس عند الفاصلة 3

3.أ..أثبت أن $f(x)=(x+1)^2+\frac{4}{x-2}$

ب.ليكن (C_g) القطع المكافئ الذي معادلته $y=(x+1)^2$

أدرس وضعية (C) و (C_g)

ج. أحسب $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-g(x))$ و $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-g(x))$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنيين(C) و (C_g) ؟

4. حل المعادلة $f(x)=0$

5. أرسم (C_g) و المماس و (C) .

التمرين التاسع :

g دالة معرفة على R حيث $g(x)=\frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$ حيث

a,b عدديين حقيقيين (C_g) تمثيلها البياني

1.أحسب a,b حتى يكون (C_g) مماسا في النقطة $A(0,3)$ للمستقيم (T) $y=4x+3$

2.نفرض الدالة f معرفة على R حبث

$f(x)=\frac{3x^2+4x+3}{x^2+1}$ (C) تمثيلها البياني

أ.أدرس تغيرات الدالة f

ب. أحسب نهايات f على R

3.أكتب معادلة المماس عند الفاصلة0 للمنحنى (C) و أدرس وضعيته مع (C)

3.أثبت أن النقطة A هي مركز تناظر لـ (C)

4. أرسم المماس و (C) .

5.نفرض الدالة h معرفة على R حيث $h(x)=\frac{3x^2+4|x|+3}{x^2+1}$

بين أن h دالة زوجية ثم استنتج رسم المنحنى الممثل للدالة h .

/http://p39arabe.yoo7.com

تصحيح السلسلة 1 الدوال العددية

التمرين 1:

1.معادلة المستقيم (AC): $y=-5x+1$

معادلة المستقيم (BC): $y=7x-11$

2. $f'(0)=-5$ هو معامل توجيه (AC)

$f'(2)=7$ هو معامل توجيه (BC)

3. $f(x)=ax^2+bx+c$ و

$f(0)=1$ ... $a0^2+b0+c=1$. اذن. c=1

$f'(x)=2ax+b$ و $f'(0)=-5$ و منه $b=-5$

و $f'(2)=7$ و منه $4a-5=7$ و منه $a=3$ $a=3$

اذن $f(x)=3x^2-5x+1$

3.دراسة تغيرات f

$f'(x)=5x-6$

x	$-\infty$		$\frac{5}{6}$		$+\infty$
$f(x)$		-		+	
$f'(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{-13}{12}$	↗	$+\infty$

5.المماس يشمل المبدأ O(0;0) إذا كان معادلة المماس في النقطة ذات الفاصلة a محققة من أجل $x=0$ و $y=0$

$y=f'(a)(x-a)+f(a)$ معناها :

$0=f'(a)(0-a)+f(a)$ نجد : $0=f'(a)(-a)+f(a)$

معناها $f'(a)\times a=f(a)$ وبالتعويض نجد

$a(6a-5)=3a^2-5a+1$ نحل المعادلة نجد $a=\frac{1}{\sqrt{3}}$ أو

$a=\frac{-1}{\sqrt{3}}$ اذن الفاصلتين من (C) حيث يكون المماس يشمل المبدأ

هما $a=\frac{-1}{\sqrt{3}}$ و $a=\frac{1}{\sqrt{3}}$

6. $x=\frac{5}{6}$ محور تناظر : $f(2.\frac{5}{6}-x)=f(x)$ اذن :

$f(\frac{5}{3}-x)=f(x)$ وبالتعويض

$3(\frac{5}{3}-x)^2-5(\frac{5}{3}-x)+1=:$

$3(\frac{25}{9}-\frac{10}{3}x+x^2)-\frac{25}{3}x+5x^2+1$

$=3x^2-5x+1=f(x)$

التمرين2:

1.دراسة تغيرات f

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
f(x)		+		-		+	
f(x)	$-\infty$	↗	4,5	↘	0	↗	$+\infty$

2.نقطة الانعطاف : $f'(x)=x^2+x-2$ ومنه: $f''(x)=2x+1$

اذن : $f''(x)=0$: $2x+1=0\Rightarrow x=\frac{-1}{2}$ و $f''(x)$ بغير

الإشارة عند $x=\frac{-1}{2}$ ومه النقطة $I(\frac{-1}{2},f(\frac{-1}{2}))$ هي نقطة

الانعطاف و $f(\frac{-1}{2})=\frac{9}{4}$

3.تحليل $f(x)$ على $(x-1)^2$ نكتب

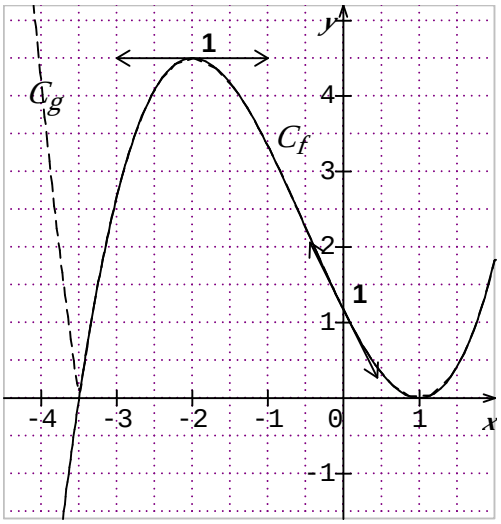
$f(x)=(x-1)^2(ax+b)$ وبعد النشر والترتيب:

$f(x)=ax^3+(b-2a)x^2+(-2b+a)x+b$ بالمطابقة مع

عبارة $f(x)$ نجد : $f(x)=(x-1)^2(\frac{1}{3}x+\frac{7}{6})$

حل المعادلة : $f(x)=0$ نجد : $x=1$ أو $x=\frac{-7}{2}$

4.معادلة المماس : $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ نجد $y=-2x+\frac{7}{6}$



5. $I(\frac{-1}{2},\frac{9}{4})$ مركز تناظر اذا تحقق :

$f(-1-x)+f(x)=2\times\frac{9}{4}=\frac{9}{2}$

$f(-1-x)=\frac{1}{3}(-1-x)^3+\frac{1}{2}(-1-x)^2-2(-1-x)+\frac{7}{6}=$

$\frac{-1}{3}-x-x^2-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}+x+\frac{1}{2}x^2+2+2x+\frac{7}{6}=$

$\frac{-1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{10}{3}$

$f(-1-x)+f(x)=\frac{-1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{10}{3}+f(x)=\frac{9}{2}$

اذن المساواة محققة .

7. المناقشة ا لبيانية للمعادلة $f(x)=m$

نفرض مستقيم (D) معادلته $y=m$ حبث m عدد حقيقي

نلاحظ أن (D) يوازي محور التراتيب .حلول المعادلة هيي فواصل نفط تقاطع (C) مع (D)

إذا كان $m\prec 0$ المعادلة تقبل حل واحد سالب .

إذا كان $m=0$ المعادلة تقبل حلين واحد موجب وواحد سالب

إذا كان $0 \prec m \prec 1$ المعادلة تقبل 3 حلول .حلين موجبين وواحد سالب
إذا كان $1 \prec m \prec 4,5$ المعادلة تقبل3 حلول حلين سالبين وواحد موجب
إذا كان $m = 4,5$ المعادلة تقبل حلين واحد سالب و واحد موجب
إذا كان $m \succ 4,5$ المعادلة تقبل حل واحد موجب

8. $g(x) = |f(x)|$ إذن $g(x) = f(x)$ إذا كان $f(x) \geq 0$ أي (C) و (C_g) متطابقان عندما يكون (C) فوق محور الفواصل
$g(x) = -f(x)$ اذا كان $f(x) \leq 0$ أي (C) و(C_g) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل عندما يكون (C) تحت محور الفواصل
(C_g) مرسوم بالتنقيط

التمرين 3 :

1. $d(x) = AM^2 = (2-x)^2 + (0-\sqrt{x})^2 = x^2 - 3x + 4$
2. اصغر مسافة بين A و M هي القيمة الحدية الصغرى للدالة d(x)
$d'(x) = 2x - 3$ و $2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ و هي قيمة حدية صغرى اذن أصغر مسافة هي من أجل $x = \frac{3}{2}$ و النقط هي
$M(\frac{3}{2}, f(\frac{3}{2}))$

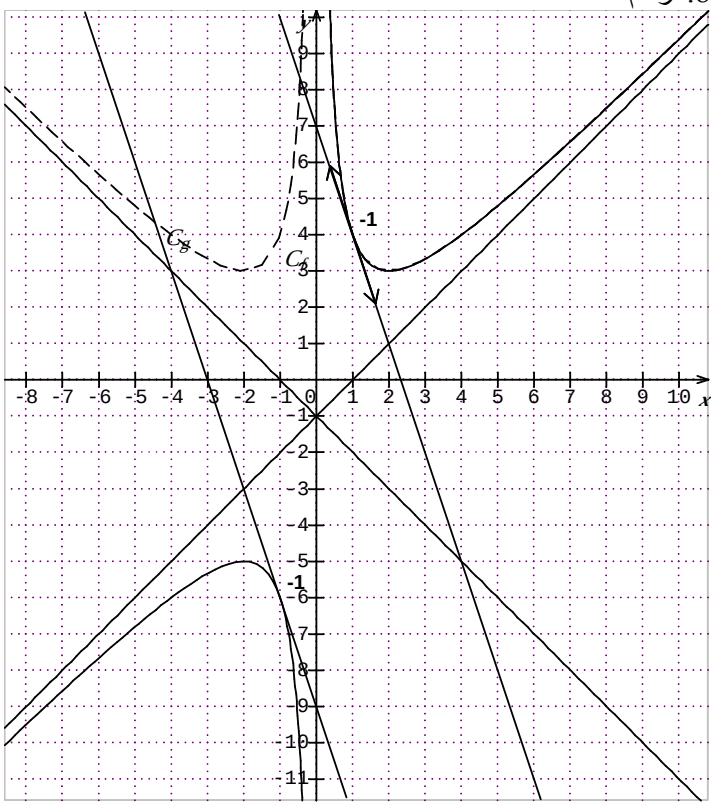
التمرين4 :

1. حساب: $f'(1) = \frac{4-7}{1-0} = -3$ و $f'(2) = 0$ لأنها قيمة حدية
المماس يوازي محور الفواصل
2. $f'(x) = a - \frac{c}{x^2}$
3. لدينا: $f(1) = 4$ و $f'(1) = -3$ و $f'(2) = 0$ بالتعويض نجد :
اذن $a + b + c = 4$ و $a - c = -3$ و $a - \frac{c}{4} = 0$ ومنه :
$\begin{cases} a+b+c=4 \\ a-c=-3 \\ 4a-c=0 \end{cases}$ وبعد حل الجملة نجد: $a = 1$ و $b = -1$ ز $c = 4$
4. $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x}$
5. دراسة تغيرات f
$f'x) = 1 - \frac{4}{x^2}$ .... $1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{x^2-4}{x^2} = 0$ و منه
$x = 2$ أو $x = -2$
جدول التغيرات :

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
f '(x)		+		-	‖	-		+	
f(x)	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

6. المستقيمات المقاربة معادلاتها: $x = 0$ مقارب عمودي و
$y = x - 1$ ستقيم مقارب مائل .لأن
$\lim_{x \to +-\infty} (f(x) - (x-1)) = 0$:
7. المماس يوازي المستقيم $y = -3x$ اذا كان $f'(x) = -3$

و منه: $1 - \frac{4}{x^2} = -3$ إذن : $\frac{4}{x^2} = 4$ أي $x^2 = 1$ أي
$x = 1$ أو $x = -1$
8. الرسم



:
5. مناقشة المعادلة بيانيا: $f(x) = -3x + m$ $y = -3x + 7$
المستقيم ك $y = -3x + m$ يوازي المماسين عند النقطتين 1 و -1
معادلاتهما: $y = -3x + 7$ و $y = -3x - 9$ اذن
$m \prec -9$ المعادلة تقبل حلين سالبين
$-9 \prec m \prec 7$ المعادلة لا تقبل حلا
$m \succ 7$ المعادلة تقبل حلين موجبين
$m = -9$ او $m = 7$ المعادلة تقبل حل واحد سالب أو موجب
h.10 دالة زوجية لأن

$$h(-x) = |-x| - 1 + \frac{4}{|-x|} = |x| - 1 + \frac{4}{|x|} = h(x)$$

من اجل $x \succ 0$ $h(x) = f(x)$ معناها (C) و(C_h) متطابقان في المجال $]0,+\infty[$
من اجل $x \prec 0$ يكون (C_h) نضير(C) بالنسبة لمحور التراتيب .لأن h دالة زوجية .

http://p39arabe.yoo7.com

التمرين5:

.1

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty}(1+\frac{-2x}{x^2}) = \lim_{x\to\pm\infty}(1+\frac{-2}{x}) = 1+0 = 1$$

$$\lim_{x\to -1^+} f(x) = 1+\frac{3}{0^-} = -\infty \quad \lim_{x\to -1^-} f(x) = 1+\frac{3}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = 1+\frac{-3}{0+} = -\infty \quad \lim_{x\to 2^{--}} f(x) = 1+\frac{-3}{0^-} = +\infty$$

.2 $f'(x) = \frac{2x^2-2x+5}{(x^2-x-2)^2}$ اشارة $f'(x)$ هي اشارة

البسط $2x^2-2x+5$. $\Delta = -36$ معناها البسط له اشارة $a = 2$ اذن

موجب مهما كان x من D

جدول تغيرات f

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'(x)		+	‖	+	‖	+	
f(x)	1 ↗	$+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	1

.3نقطة الانعطاف : $f''(x) = \frac{-2(2x-1)(x^2-x+7)}{(x^2-x-2)^3}$

$f''(x) = 0 \Rightarrow 2x-1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ و $x^2-x+7 \neq 0$ لأن

المميز $\Delta = 1-28 = -27 \prec 0$ و $f''(x)$ بغير الإشارة

عند $x = \frac{1}{2}$ ومنه النقطة $I(\frac{1}{2},1)$ نقطة الانعطاف و $f(\frac{1}{2}) = 1$

.4 $I(\frac{1}{2},1)$ مركز تناظر

$$f(2\times\frac{1}{2}-x) = f(1-x) = 1+\frac{1-2(1-x)}{(1-x)^2-(1-x)-2} =$$

$$1-\frac{1-2x}{x^2-x-2}$$

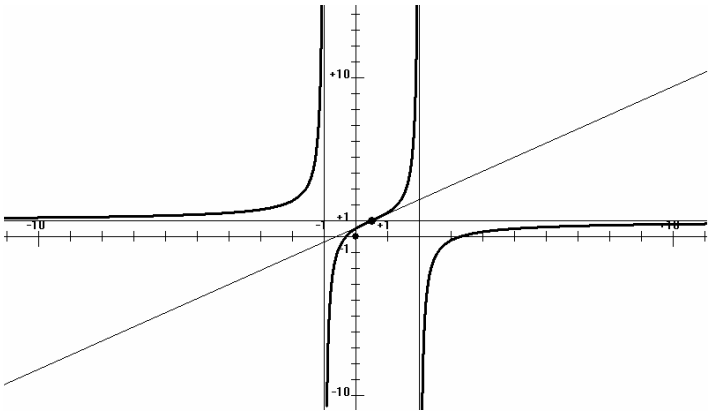
$$2\times 1 - f(x) = 2-1-\frac{1-2x}{(x^2-x-2)} = 1-\frac{1-2x}{x^2-x-2}$$

معناها $f(1-x) = 2-f(x)$

.5معادلة المماس عند $I(\frac{1}{2},1)$ هي : $y = \frac{8}{9}x+\frac{5}{9}$

.6المستقيمات المقاربة معادلاتها : $x = 0; x = 2; y = 1$

.7الرسم :



.8 $\frac{2x-1}{x^2-x-2} = m \Rightarrow -\frac{2x-1}{x^2-x-2} = -m$

$1+\frac{1-2x}{x^2-x-2} = 1-m$ أي $f(x) = 1-m$

نفرض المستقيم ذو المعادلة $y = 1-m$ هو مستقيم يوازي محور الفواصل :

$1-m \leq 0$ أي $m \succ 1$ يوجد حلين واحد موجب و واحد سالب

$1-m = 1$ أي $m = 0$ يوجد حل واحد موجب

$1-m \succ 1$ أي $m \prec 1$ يوجد حلين واحد موجب و واحد سالب

.8 $f(987654321 = 1$ لأن العدد كبير جدا يمكن اعتباره في جوار $+\infty$ و $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$

$$f(-0,499) = f(0,5-0.001) = f'(0,5)(-0,001)+f(0;5)$$

$$f(0,499) = \frac{8}{9}(-0,001)+1 = 0,999 \approx 1$$

http://p39arabe.yoo7.com