

تم تحميل هذا الملف بواسطة موقع بكالوريا الجزائر

Www.Bac-Alg.Com

عملا بقوله صلى الله عليه وسلم

'من لم يشكر الناس لم يشكر الله'

أتقدم بالشكر الجزيل والعرفان بالجميل لكل من ساهم في وصول هذه المجلة بهذا الشكل للطلبة وأن يجعلها الله في ميزان حسناتهم

كلمة الأستاذ

كنت طالب مثلكم ... وكانت دوما ما تجذبني الكتب العلمية المرفوقة بالحلول ، ليس لقراءة الحلول وإنما لمعرفة ما إذا كنت في الطريق الصحيح أم لا ، ولذلك أنصح طلبة الأعزاء بأخذ الوقت الكافي في المحاولة فهذا هو الوقت المخصص للمحاولة قبل الاطلاع على الحلول لكي تكون الفائدة عظيمة ، ومردود محاولتكم يأتيكم يوم البكالوريا عندما ترى كل الأفكار مرت عليك وأنت باستطاعتك تجاوزها بكل سهولة وهذا ما أتمناه لكل الطلبة وقد سعت جاهدا في طرح الحلول بشكل مبسط ودقيق آملا في تقديم فائدة للطلبة .
ولأن هذا العمل إنجازا بشريا فانه لا يخلو من النقصان ، وعليه فاني أرحب ، بكل اهتمام ، انتقادات القراء التي تهدف إلى إثراء وتحسين المجلة وهم مشكورون مسبقا على ذلك .

قف عند ناصية الحلم وقاتل

الأستاذ: محمد حاقتة

ثانوية عبد العزيز الشريف - الوادي -

نوفمبر 2015

دليل الدوال الأسية

/* تعريف: توجد دالة وحيدة قابلة للاشتقاق على IR وتحقق: $f'(x) = f(x)$

و $f(0) = 1$ تسمى هذه الدالة بالدالة الأسية ذات الأساس e ونرمز لها بالرمز: $f: x \rightarrow e^x$

حيث e عدد حقيقي ثابت قيمته التقريبية $e \approx 2,71$

/* خواص ونتائج: من أجل كل عددين حقيقيين x و y و n عدد صحيح كفي

$$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y} \quad /* \quad e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad /* \quad e^{x+y} = e^x \times e^y \quad /*$$

$$(e^x)' = e^x \quad /* \quad e^0 = 1 \quad /* \quad (e^x)^n = e^{nx} \quad /*$$

$e^x > 0$ من أجل كل عدد حقيقي x تعميم $e^x > 0$ معناه $(e^x \neq \text{سالب})$

$$x > y \text{ معناه } e^x > e^y \quad /* \quad x < y \text{ معناه } e^x < e^y \quad /* \quad x = y \text{ معناه } e^x = e^y \quad /*$$

$e^x = a$ يكافئ $x = \ln a$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما

/* النهايات الشهيرة

$$e^{+\infty} = +\infty \quad \text{تعميم} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \quad /*$$

$$e^{-\infty} = 0 \quad \text{تعميم} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad /*$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0 \quad \text{وأيا:} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \quad \text{تعميم} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \quad /*$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n \cdot e^x = 0 \quad \text{تعميم} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^x = 0^- \quad /*$$

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{e^u - 1}{u} = 1 \quad \text{تعميم} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad /*$$

/* قانون الاشتقاق: $f(x) = e^{g(x)}$

إذا كانت g قابلة للاشتقاق على مجال I فان: $f'(x) = (e^{g(x)})' = g'(x) \cdot e^{g(x)}$

/* ملاحظة: تبقى قواعد الاشتقاق المعروفة سابقا صحيحة حسب شكل الدالة المعطاة

/* دراسة إشارة بعض العبارات الأسية

/* أولا: $[\times e^{\Delta}]$ (دالة) هنا الإشارة من إشارة الدالة

/* ثانيا: في كل ما يلي ، ترمز a, b, c, α, β إلى أعداد حقيقية.

/* طريقة لدراسة إشارة عبارة من الشكل $a.e^{\alpha x + \beta} + b$ حيث $a.\alpha \neq 0$

- إذا كان a و b موجبان فإن $a.e^{\alpha x + \beta} + b > 0$
- إذا كان a و b سالبان فإن $a.e^{\alpha x + \beta} + b < 0$
- إذا كان a و b مختلفين في الإشارة أي $a.b < 0$ فإن للمعادلة حل والإشارة تستنتج بالكيفية التالية:

لدراسة إشارة العبارة $a.e^{\alpha x + \beta} + b$ على مجموعة تعريفها، نبحث عن القيمة التي تعدها ولتكن x_0 ، ثم نحدّد إشارتها كما في الجدول التالي:

x	x_0
$a.e^{\alpha x + \beta} + b$	حسب إشارة $a.\alpha$ \emptyset عكس إشارة $a.\alpha$

/* طريقة لدراسة إشارة عبارة من الشكل $ae^{2x} + be^x + c$ حيث $a.b.c \neq 0$

لدراسة إشارة العبارة $ae^{2x} + be^x + c$ على \mathbb{R} ، نقوم بما يلي:

الخطوة الأولى: نضع $e^x = X$ ، فتصبح العبارة $a.X^2 + b.X + c$

الخطوة الثانية: نعيّن قيم X التي تعدها - إن وجدت -

الخطوة الثالثة: نستنتج قيم x وفي الأخير، نشكّل جدولا ندرس فيه إشارة العبارة، مستخدمين

القواعد المعروفة لإشارة كثيرات الحدود من الدرجة الثانية.

/* ملاحظة: للعبارة $ae^{2x} + be^x + c$ تحليل من الشكل $a(e^x - X_1)(e^x - X_2)$ حيث X_1

و X_2 حلي المعادلة $a.X^2 + b.X + c$

تمارين مرفوعة

بحلول نموذجية

- في رحاب الدوال الأسية -

BAC : 2016

جمع وكتابة الأستاذ : محمد حاقة

للمتمرين الأول: بكالوريا تونس 2014

f الدالة العددية المعرفة على IR بـ: $f(x) = \frac{e^{-x}}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى هندسيا

°2 بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -\frac{(2 + e^{-x})}{(1 + e^x)^2}$

°3 استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

°4 / بيّن أن المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 له معادلة

من الشكل $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x) + \frac{3}{4}$	-	0	+

ب/ باستعمال جدول الإشارة التالي حدد الوضعية

النسبية لـ (C_f) مع (T) ماذا تستنتج؟

°5 ارسم (T) و (C_f) على المجال $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$

حل نموذجي

°1 حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{e^x + 1} = \frac{0}{+\infty} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x}}{e^x + 1} = \frac{+\infty}{1} = +\infty$

تفسر النتيجة الثانية: $y = 0$ مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	-	-

°2 تبيان أنه، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -\frac{(2 + e^{-x})}{(1 + e^x)^2}$

f قابلة للاشتقاق على IR ؛ ولدينا:

$$f'(x) = \frac{-e^{-x}(e^x + 1) - e^x \cdot e^{-x}}{(e^x + 1)^2} = \frac{-1 - e^{-x} - 1}{(e^x + 1)^2} = \frac{-2 - e^{-x}}{(e^x + 1)^2} = -\frac{(2 + e^{-x})}{(e^x + 1)^2}$$

°3 / استنتاج اتجاه تغير الدالة f : لدينا $2 + e^{-x} > 0$ مهما كان x من IR وأيضا المقام موجب تماما

ومنه $f'(x) < 0$

*/ جدول التغيرات

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	-	-
$f(x)$	$+\infty$	0

°4 / تبيان أن (T) : $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ عند $x_0 = 0$

لدينا: $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ و $f'(0) = -\frac{3}{4}$

$$f(0) = \frac{1}{2} \text{ و بالتالي } y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$$

ب/ تحديد الوضعية النسبية لـ (C_f) مع (T) : $f'(x) + \frac{3}{4}$ تمثل الفرق بين ميل المماس (T) وميل

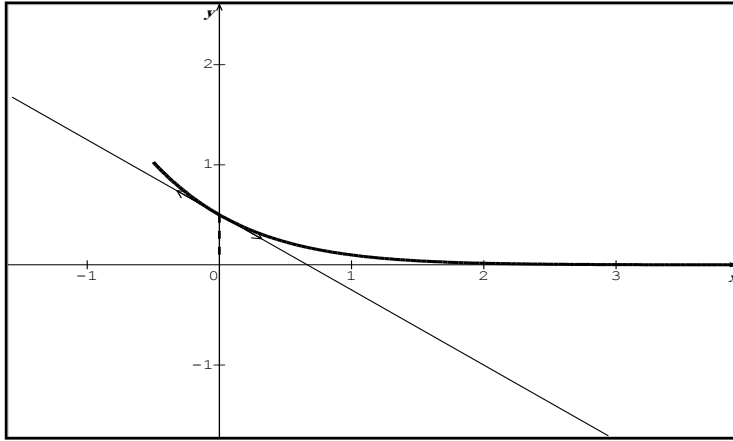
مماس المنحنى عند كل نقطة وعليه

$]/0; +\infty[$ على المجال (T) فوق (C_f) /*

$]-\infty; 0[$ على المجال (T) تحت (C_f) /*

$A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ عند النقطة (T) يقطع (C_f) /*

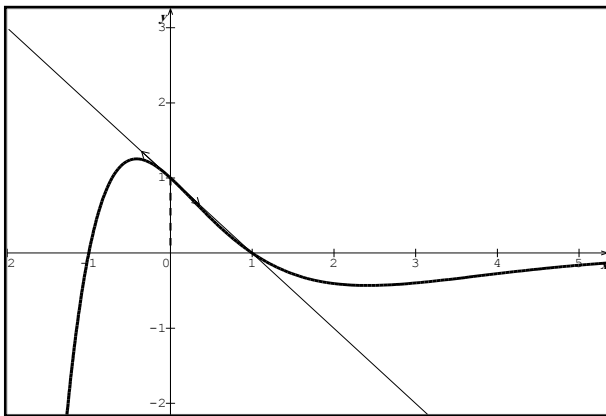
/* الاستنتاج: بما أن (C_f) يقطع (T) عند النقطة $A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ فإن النقطة $A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ هي نقطة انعطاف



°5 رسم (T) و (C_f) على المجال $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$

،،، انتهى ،،،

للمتمارين الثاني: الامتحان الأول ثانوية بوشوشة- الوادي- 2010 / 2011



المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

$-I$ (C_g) المنحنى الممثل للدالة g والمعرفة

على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$ كما يلي

بقراءة بيانية

°1 أحسب $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$

°2 جدّ معادلة المماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

°3 حل المعادلة: $g(x) = 0$ ثم شكل جدول إشارة الدالة g

°4 باستعمال المعطيات السابقة تحقق أن: $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

II- f دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

°1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم أثبت أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ وفسر هذه النتيجة هندسيا

°2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $f'(x) = g(x)$ ؛

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

°3) أ/ عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ ، فسّر النتيجة هندسيا

ب/ استنتج معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند $x_0 = 0$

°4) أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T) على المجال $[-2; +\infty[$

°5) ناقش بياننا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = -m$

III- k دالة معرفة على IR بـ: $k(x) = f(x^2) - 1$

باستعمال مشتقة دالة مركبة ادرس اتجاه تغير الدالة k ، ثم شكل جدول تغيراتها

حل نموذجي

بقراءة بيانية

°1) حساب $g(-1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$

$g(-1) = 0$ ، $g(0) = 1$ ، أما $g'(0)$ تمثل ميل مماس المنحنى (C_g) عند $x_0 = 0$ وعليه نختار نقطتين من

المماس $A(0;1)$ و $B(1;0)$ وعليه $\frac{1-0}{0-1} = -1$ و $g'(0) = -1$ ومنه $g'(0) = -1$

°2) إيجاد معادلة المماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

$y = g'(0)(x - 0) + g(0)$ ومما سبق $g(0) = 1$ و $g'(0) = -1$ وبالتالي $y = -x + 1$

°3) $g(x) = 0$ معناه فواصل النقط التي يقطع فيها المنحنى حامل محور الفواصل وعليه للمعادلة حلين هما

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$g(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$x_1 = -1$ و $x_2 = 1$

*/ جدول إشارة الدالة g

°4) باستعمال المعطيات السابقة تحقق أن: $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

$g(-1) = (1 + a)e^{-b} = 0 \Rightarrow 1 + a = 0 \Rightarrow a = -1$

نحسب $g'(x)$ بدلالة a و b ؛ $g'(x) = 2ax \times e^{bx} \cdot b \times (1 + ax^2)e^{bx} = (b + 2ax + abx^2)e^{bx}$ ؛

ولدينا $-1 = g'(0) = be^0 = -1 \Rightarrow b = -1$ وبالتالي: $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

II- °1) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 1)^2 e^{-x} = +\infty$

*/ إثبات أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1)^2 e^{-x} = +\infty \times 0$ ح ع ت

إزالتها: النشر فقط $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0$ لان $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1)^2 e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x} 2xe^{-x} + e^{-x} = 0$

تفسر هندسيا: $y = 0$ مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

°2) أ/ تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $f'(x) = g(x)$ ؛ f قابلة للاشتقاق على IR ولدينا؛

$$f'(x) = 2(x+1).e^{-x} + (x+1)^2(-e^{-x}) = (2x+2-x^2-2x-1)e^{-x} = (1-x^2)e^{-x} = g(x)$$

ب/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f : إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ وعليه يكون جدول التغيرات كالتالي

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$4e^{-1}$		0

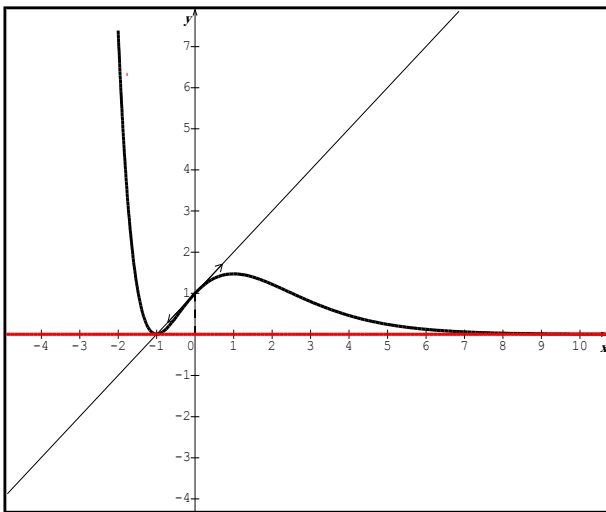
3°) / تعيين دون حساب $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = f'(0) = g(0) = 1$$

تفسر هندسيا: (C_f) يقبل مماسا أفقيا عند الفاصلة المعدومة

ميله (معامل توجيهه) : $y = 1$

ب/ استنتاج معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند $x_0 = 0$ مما سبق: $f(0) = 1$ و $f'(0) = 1$



$$(T): y = x + 1 \text{ ومنه } y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

4°) إنشاء المنحنى (C_f) والمماس (T) على المجال $[-1; +\infty[$

5°) مناقشة بيانية لحلول المعادلة: $f(x) = -m$

حلول هاته المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم

الأفقي ذا المعادلة $y = -m$ وعليه

$$m > 0 \Leftrightarrow -m < 0 \text{ لا يوجد حلول}$$

$$m = 0 \Leftrightarrow -m = 0 \text{ يوجد حل مضاعف سالب}$$

$$-1 < m < 0 \Leftrightarrow 0 < -m < 1 \text{ يوجد ثلاث حلول حلان}$$

سالبان والآخر موجب

$$-4e^{-1} < m < -1 \Leftrightarrow 1 < -m < 4e^{-1} \text{ يوجد ثلاث حلول حلان موجبان والآخر سالب}$$

$$m = -4e^{-1} \Leftrightarrow -m = 4e^{-1} \text{ يوجد حلان احدهما مضاعف موجب والآخر سالب}$$

$$m = -4e^{-1} \Leftrightarrow -m > 4e^{-1} \text{ يوجد حل وحيد سالب}$$

III- دالة معرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $k(x) = f(x^2) - 1$

* لدينا: $k'(x) = 2x.f'(x^2)$ وبالتالي إشارة $k'(x)$ من إشارة $f'(x^2)$ لان $2x$ موجب على $[0; +\infty[$

لدينا: $k(0) = f(0) - 1 = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x^2) - 1] = -1$ و $k'(1) = 2.f'(1) = 8e^{-1}$

/ جدول التغيرات

x	0	1	$+\infty$
$k'(x)$	$+$	0	$-$
$k(x)$	0	$8e^{-1}$	-1

،،، انتهى ،،،

للمتمرين الثالث: الامتحان الأول ثانوية بوشوشة- الوادي 2014/ 2015

I- نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (2x + 1)e^x - 1$

⁰¹ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

⁰² أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

⁰³ أحسب $g(0)$ وحدد إشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 1]$ بـ: $f(x) = x.(1 - e^x)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

⁰¹ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

⁰² أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)

ب/ أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f)

⁰³ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 1]$ فإن: $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$

⁰⁴ استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

⁰⁵ أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها

⁰⁶ أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1

⁰⁷ أنشئ المنحنى (C_f) و (Δ) و (T)

III- h دالة معرفة على $[-1; 1]$ بـ: $f(x) = x.(1 - e^{|x|})^2$

⁰¹ ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر، ماذا تستنتج؟

⁰² بين أن h دالة فردية، ثم استنتج طريقة لرسم منحناها دون دراسة تغيراتها

⁰³ أنشئ منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق

حل نموذجي

I- ⁰¹ حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

⁰² / (ح ع ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1)e^x - 1 = -\infty \times 0$

إزالتها: النشر؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1)e^x - 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2xe^x + e^x - 1 = -1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1)e^x - 1 = +\infty$ / *

⁰² دراسة اتجاه تغير الدالة g

⁰³ / نحسب $g'(x)$ ؛ g قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ولدينا: $g'(x) = 2e^x + (2x + 1)e^x = (2x + 3)e^x$

*/ إشارة $g'(x)$ من إشارة القوس $2x + 3$ لأن $e^x > 0$ مهما كان x من \mathbb{R} وبالتالي نحل

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

المعادلة $2x + 3 = 0$

$$2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

جدول التغيرات

$g(0) = 0$ ؛ حساب $g(0)$

تحديد إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1		$-2e^{-1,5} - 1$	$+\infty$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x.(1 - e^x)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

⁰¹ حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x.(1 - e^x)^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x.(1 - e^x)^2 = -\infty$$

⁰² أ/ تبين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

نبين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$ ، لدينا: $f(x) - x = x.(1 - e^x)^2 - x = -2xe^x + xe^{2x}$ ومنه

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2xe^x + xe^{2x}) = 0 \text{ وعليه } y = x \text{ مقارب مائل لـ } (C_f) \text{ بجوار } -\infty$$

ب/ دراسة الوضع النسبي لـ (Δ) مع (C_f)

ندرس إشارة الفرق: $f(x) - x$ لدينا: $f(x) - x = -2xe^x + xe^{2x} = xe^x(-2 + e^x) = 0$

x	$-\infty$	0	$\ln 2$	$+\infty$
xe^x	$-$	0	$+$	$+$
$-2 + e^x$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x) - x$	$+$	0	$-$	$+$

إما $xe^x = 0$ معناه $x = 0$ لأن: $e^x \neq 0$

وإما $-2 + e^x = 0 \Rightarrow e^x = 2$ أي $x = \ln 2$

والإشارة من إشارة الجداء كالتالي ومنه:

(C_f) فوق (Δ) على المجالين $]-\infty; 0[$ و $[\ln 2; +\infty[$

(C_f) تحت (Δ) على المجال $]0; \ln 2[$

(C_f) يقطع (Δ) عند النقطتين $A(0; 0)$ و $B(\ln 2; \ln 2)$

⁰³ تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} : $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (1 - e^x)^2 + 2x(1 - e^x)(-e^x) = (1 - e^x) \left[(1 - e^x) - 2xe^x \right] \\ &= (1 - e^x) \left[1 - (2x - 1)e^x \right] \\ &= (e^x - 1) \left[(2x + 1)e^x - 1 \right] \\ &= (e^x - 1) \cdot g(x) \end{aligned}$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$e^x - 1$	-	0	+
$g(x)$	-	0	+
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$

°4 استنتاج إشارة $f'(x)$ ؛ إشارة $f'(x)$ من إشارة جداء

$$e^x - 1 \text{ و } g(x)$$

$$e^x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } g(x) \text{ إشارتها مما سبق}$$

وعليه تكون الإشارة كالتالي

°5 إثبات أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة

انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها

لدينا المشتقة الأولى تنعدم عند 0 ولا تغير إشارتها وبالتالي النقطة $(0; f(0) = 0)$ هي نقطة انعطاف

للمنحنى (C_f)

°6 كتابة معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1

بصفة عامة: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ وبصفة خاصة $y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$

$$y = (-e^{-2} + 1)x - 2(e^{-2} - e^{-1}) \Leftarrow \begin{cases} f(-1) = -1 + 2e^{-1} - e^{-2} \\ f'(-1) = -e^{-2} + 1 \end{cases}$$

°7 إنشاء المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 1]$ و (Δ) و (T)

III- دالة معرفة على $[-1; 1]$ بـ: $h(x) = x.(1 - e^{|x|})^2$

°1 دراسة قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{h(x) - h(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x \cdot (1 - e^{-x})^2}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h(x) - h(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \cdot (1 - e^x)^2}{x} = 0$$

ومنه h قابلة للاشتقاق عند الصفر

°2 أ/ بين أن h دالة فردية؛ نبين أن $h(-x) = -h(x)$

$$\text{لدينا } h(-x) = -x.(1 - e^{|-x|})^2 = -x.(1 - e^{|x|})^2 = -h(x)$$

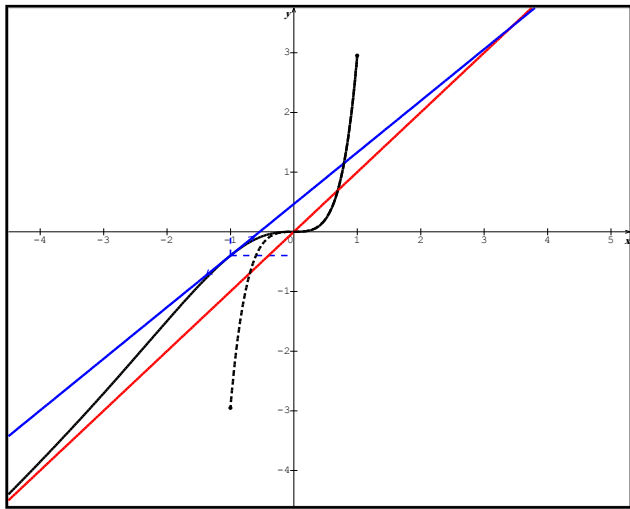
ب/ استنتاج طريقة لرسم منحناها دون دراسة تغيراتها؛ على المجال $[0; 1]$ لدينا $|x| = x$

ومنه $h(x) = f(x)$ على هذا المجال ومنه (C_h) منطبق على (C_f) ونكمل الرسم بالتناظر مع المبدأ O

لأن h دالة فردية

°3 إنشاء منحنى الدالة h في نفس المعلم السابق (الخط المتقطع)

،،، انتهى ،،،



للمتمرين الرابع:

f دالة معرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

°1 احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

°2 احسب: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ فسر النتيجةين بيانيا.

°3 أ/ برهن أن: $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) = 1$ ، (يمكنك وضع: $t = \frac{1}{x}$)

ب/ استنتج أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

°4 احسب $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

°5 ارسم (C_f)

°6 g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $g(x) = f(x^2)$.

باستعمال مشتق دالة مركبة أحسب: $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

°7 لتكن الدالة h المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $h(x) = |x|e^{\frac{1}{|x|}}$

باستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_h) .

°8 k دالة معرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $k(x) = |f(x)|$

باستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_k)

حل نموذجي

°1 حساب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{\frac{1}{x}} = +\infty \cdot e^{\frac{1}{+\infty}=0} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^{\frac{1}{x}} = -\infty \cdot e^{\frac{1}{-\infty}=0} = -\infty$$

°2 حساب: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} xe^{\frac{1}{x}} = 0 \cdot e^{\frac{1}{0^+}=+\infty} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} xe^{\frac{1}{x}} = 0 \cdot e^{\frac{1}{0^-}=-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} xe^{\frac{1}{x}} = 0 \cdot e^{\frac{1}{0^+}=+\infty} = 0 \cdot +\infty$$

إزالتها: $\lim_{x \rightarrow 0^+} xe^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}}$ نضع: $t = \frac{1}{x}$ لدينا $0^+ \leftarrow x$ فإن $+\infty \leftarrow t$ وتصبح النهاية كالتالي

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \frac{e^x}{\frac{1}{x}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$$

تفسر هندسياً؛ المستقيم ذا المعادلة $x = 0$ مقارب عمودي لـ (C_f)

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) = 1 \text{ : برهان أن}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^t - 1}{t} = 1 \text{ نجد؛ } t = \frac{1}{x} \text{ بوضع: } \lim_{|x| \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

بطريقة العدد المشتق

ب/ استنتاج أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0 \text{ : نبين أن}$$

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)] = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left[x e^{\frac{1}{x}} - x - 1 \right] = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \left[x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) - 1 \right] = 1 - 1 = 0$$

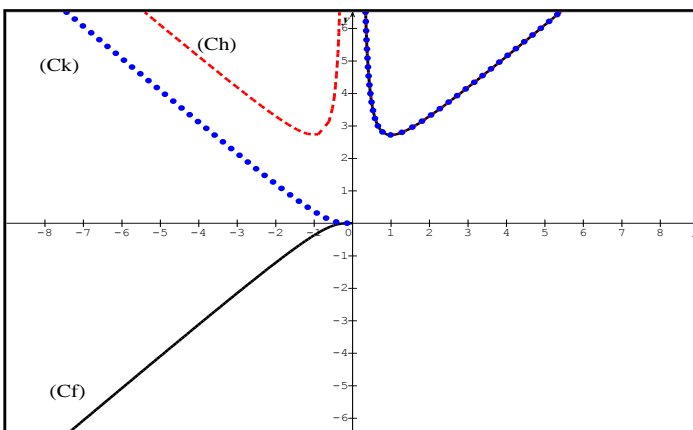
ولدينا؛ $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$

$$f'(x) = e^{\frac{1}{x}} + x \left(-\frac{1}{x^2} \right) e^{\frac{1}{x}} = \left(1 - \frac{1}{x} \right) e^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{x-1}{x} \right) e^{\frac{1}{x}} \text{ ولدينا؛ } f: f'(x) \text{ قابلة للاشتقاق على } \mathbb{R}$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $\frac{x-1}{x}$ لأن $e^{\frac{1}{x}} > 0$ وعليه نحل المعادلة $\frac{x-1}{x} = 0$ أي $x = 1$ ومنه $x = 1$

جدول إشارة المشتقة

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	—	0	+	+
$x - 1$	—	—	0	+
$f'(x)$	+	—	0	+



جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	—	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

(°5) رسم (C_f)

$$g'(x) = 2x \cdot f'(x^2) \text{ ولدينا } g: g'(x) \text{ قابلة للاشتقاق على } \mathbb{R}^*$$

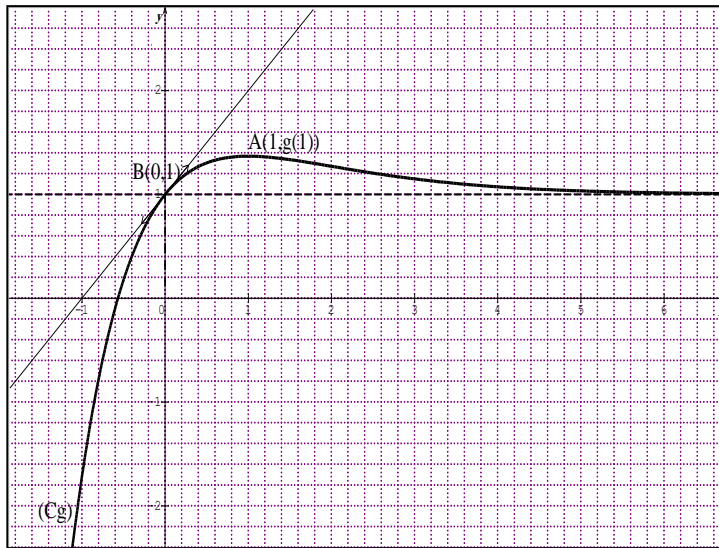
* / إشارة $g'(x)$ من إشارة جداء $2x$ و $f'(x^2)$ و x^2 ينتمي للمجال $[0; +\infty[$ وبالتالي تكون

إشارة $f'(x^2)$ من الشكل

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$2x$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$f'(x^2)$	$+$	0	$-$	$-$	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	$+$

،،، انتهى ،،،

للمتمارين الخامس:



المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

$-I$ (C_g) المنحنى الممثل للدالة g والمعرفة

على \mathbb{R} بـ: $g(x) = axe^{bx} + 1$ كما يلي

(C_g) يقبل مماسا أفقيا عند النقطة A

(T) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة B

1° بقراءة بيانية

أ/ جد: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب/ أحسب $g'(0)$ و $g'(1)$

ج/ علّل وجود عدد حقيقي وحيد α في المجال $]-0,57; -0,56[$ يحقق: $g(\alpha) = 0$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

2° باستعمال المعطيات السابقة بيّن أن: $f(x) = xe^{-x} + 1$

II- f دالة معرفة على $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - (x+1)e^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

1° أثبت أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

2° أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[-1; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f على $[-1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

3° أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ وفسر النتيجة هندسيا

ب/ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$

4° بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

5° أوجد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ)

6° أنشئ (C_f) ، (T) و (Δ) (نأخذ: $f(\alpha) \approx -1,3$)

7° ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $m + (x+1)e^{-x} = 0$

حل نموذجي

°1 بقراءة بيانية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$$

ب/ حساب $g'(1)$ ، عند $x = 1$ المماس للمنحنى أفقي معناه $g'(1) = 0$

$$\text{لحساب } g'(0) \text{ نختار نقطتين المماس لحساب ميله مثلا } B(0;1) \text{ و } C(-1;0) \text{ وعليه } g'(0) = \frac{1-0}{0-(-1)} = 1$$

ج/ لدينا من البيان: g مستمرة ورتيبة تماما (متزايدة تماما) و $g(-0,57) < 0$ و $g(-0,56) > 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α من المجال $[-0,57; -0,56]$ يحقق $g(\alpha) = 0$

*/ استنتاج إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

°2 باستعمال المعطيات السابقة بين أن: $g(x) = xe^{-x} + 1$

$$*/ \text{ نحسب أولا } g'(x) \text{ بدلالة } a \text{ و } b : g'(x) = ae^{bx} + abxe^{bx} = (a + abx)e^{bx}$$

$$*/ \text{ ثانيا : لدينا : } g'(1) = 0 \Rightarrow (a + ab)e^b = 0 \Rightarrow a + ab = 0$$

$$\text{و } g'(0) = 1 \Rightarrow (a + 0)e^0 = 1 \Rightarrow a = 1$$

ومنه $1 + b = 0$ معناه $b = -1$ وبالتالي $g(x) = xe^{-x} + 1$

$$II - °1 \text{ إثبات أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty : \lim_{x \rightarrow +\infty} x - (x+1)e^{-x} = +\infty.0 \text{ ح عت}$$

$$\text{إزالتها: } \lim_{x \rightarrow +\infty} x - (x+1)e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x - xe^{-x} - e^{-x} = +\infty$$

°2 / تبيان أن: $f'(x) = g(x)$ ؛ f قابلة للاشتقاق على $[-1; +\infty]$ ولدينا

$$f'(x) = 1 - [xe^{-x} - (x+1)e^{-x}] = 1 - [e^{-x} - xe^{-x} - e^{-x}] = 1 - +xe^{-x} = g(x)$$

ب/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f على $[-1; +\infty]$: إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ وعليه تكون الإشارة

كالتالي؛

x	-1	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	-1		$+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - (x+1)e^{-x} - x] \quad \text{°3} \quad \text{و } \lim_{x \rightarrow +\infty} -(x+1)e^{-x} = 0$$

تفسر هندسيا: $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

ب/ ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$

مما سبق: $f(x) - y = -(x+1)e^{-x}$ وعليه إشارة الفرق من إشارة $-(x+1)$ لأن $e^x > 0$

$$*/ \text{ نحل المعادلة: } -x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

ومنه (C_f) تحت (Δ) على المجال $[-1; +\infty]$

$$°4 \quad */ \text{ نحسب } f''(x) : \text{ لدينا } f''(x) = g'(x) = (1-x)e^{-x}$$

x	-1	$+\infty$
الفرق	0	$-$

* / نحل المعادلة: $f''(x) = 0$ ؛ $(1-x)e^{-x} = 0$ معناه $1-x=0$ أي $x=1$

x	-1	1	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-

* / لدينا، $f''(x)$ تنعدم عند النقطة ذات الفاصلة 1 مغيرة إشارتها

وبالتالي النقطة $A(1; f(1) = 1 - 2e^{-1})$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f)

°5 نحل المعادلة: $f'(x_0) = 1$ ؛ لدينا $x_0 e^{-x_0} + 1 = 1 \Rightarrow x_0 e^{-x_0} = 0 \Rightarrow x_0 = 0$

نكتب معادلة المماس عند $x_0 = 0$: $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ و $f'(0) = 1$

و $f(0) = -1$ و عليه $y = x - 1$

°6 أنشئ (C_f) ، (T) و (Δ) (نأخذ: $f(\alpha) \approx -1,3$)

°7 المناقشة البيانية للمعادلة: $m + (x+1)e^{-x} = 0$

$$m + (x+1)e^{-x} = 0 \Rightarrow -(x+1)e^{-x} = m$$

$$\Rightarrow x - (x+1)e^{-x} = x + m$$

$$\Rightarrow f(x) = x + m$$

حلول هاته المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع

المستقيم المائل ذا المعادلة: $y = x + m$ الموازي لـ (T) و (Δ) و عليه نقارن m مع 0 و -1

* / $m < -1$ لا يوجد حلول

* / $m = -1$ يوجد حل وحيد معدوم

* / $-1 < m < 0$ يوجد حلان مختلفان في الإشارة

* / $m = 0$ يوجد حل وحيد سالب

* / $m > 0$ لا يوجد حلول (هذا الكلام حسب ما هو مرسوم لان الرسم ليس على \mathbb{R})

،، انتهى ،،

التمرين السادس:

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + e^{-|x|}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

°2 ادرس استمرارية الدالة f عند 0

°3 ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ، وفسر النتيجة هندسيا

°4 أكتب معادلة نصف المماسين للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

°5 أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

°6 أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

°7 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-2,3 < \alpha < -2,2$

°8) أرسم المنحنى (C_f)

°9) ليكن m وسيط حقيقي، ناقش بيانها، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m

عدد وإشارة حلول المعادلة: $1 - m + e^{-|x|} = 0$

حل نموذجي

°1) كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

كما نعلم أن: $|x| = x$ إذا كان $x \geq 0$ و $|x| = -x$ إذا كان $x \leq 0$ وعليه

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + e^x ; x \leq 0 \\ f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + e^{-x} ; x \geq 0 \end{cases}$$

°2) دراسة استمرارية الدالة f عند 0

/* أولا: $f(0) = 2$

/* ثانيا: نحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2}x + 1 + e^{-|x|} = 2$ ؛ ومنه f مستمرة عند 0

°3) دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند 0

$$\lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{\frac{1}{2}x + 1 + e^x - 2}{x} = \lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{\frac{1}{2}x + e^x - 1}{x} = \frac{0}{0} \text{ ح ع ت } /*$$

إزالتها: طريقة العدد المشتق؛ نأخذ $g(x) = \frac{1}{2}x + e^x$ لدينا $g(0) = 1$

$$\lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{\frac{1}{2}x + e^x - 1}{x} = \lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{g(x) - g(0)}{x} = g'(0) \text{ ومنه } /*$$

$$\lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{3}{2} \text{ وبالتالي } g'(0) = \frac{1}{2} + e^0 = \frac{3}{2} \text{ وعليه } g'(x) = \frac{1}{2} + e^x \text{ ومنه: } /*$$

$$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\frac{1}{2} \text{ بنفس الكيفية نجد } /*$$

/* الخلاصة: f غير قابلة للاشتقاق عند 0 لأن $\frac{3}{2} \neq -\frac{1}{2}$

/* تفسر هندسيا: (C_f) يقبل نصفي مماسين عند النقطة $(0, f(0) = 2)$ ميلهما $\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$

وتسمى النقطة $(0, 2)$ نقطة زاوية

°4) كتابة معادلة نصفي المماسين للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

$$y = f'_>(0)(x - 0) + f(0) /* ولدينا $f'_>(0) = -\frac{1}{2}$ و $f(0) = 2$ وعليه $y = -\frac{1}{2}x + 2$$$

$$y = \frac{3}{2}x + 2 \text{ عليه } f(0) = 2 \text{ و } f'(0) = \frac{3}{2} \text{ ولدينا } y = f'(0)(x - 0) + f(0) / *$$

°5 حساب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2}x + 1 + e^{-|x|} = +\infty + 1 + e^{-\infty} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2}x + 1 + e^{-|x|} = -\infty + 1 + e^{-\infty} = -\infty$$

°6 دراسة اتجاه تغير الدالة f

x	0	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

$$f'(x) = \frac{1}{2} - e^{-x} \text{ ومنه } f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + e^{-x} \text{ لدينا: } x \geq 0 / *$$

$$\frac{1}{2} - e^{-x} = 0 \Rightarrow e^{-x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \ln 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} + e^x > 0 \text{ ومنه } f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + e^x \text{ لدينا: } x \leq 0 / *$$

x	$-\infty$	0
$f'(x)$		+

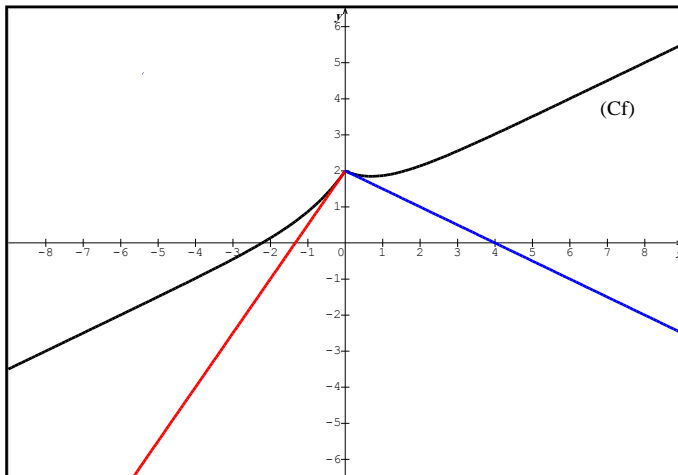
جدول التغيرات: نلصق جدول الإشارة الأول مع الثاني نجد

$$f(\ln 2) = \frac{3 + \ln 2}{2}$$

°7 واضح تطبيق لمبرهنة القيم المتوسطة

x	$-\infty$	0	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	$f(\ln 2)$	$+\infty$

°8 رسم المنحنى (C_f)



°9 المناقشة البيانية للمعادلة: $1 - m + e^{-|x|} = 0$

$$1 - m + e^{-|x|} = 0 \Rightarrow 1 + e^{-|x|} = m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x + 1 + e^{-|x|} = m$$

$$\Rightarrow f(x) = m$$

حلول هاته المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع

المستقيم الأفقي ذا المعادلة: $y = m$

$$m < \frac{3 + \ln 2}{2} / * \text{ يوجد حل وحيد سالب}$$

$$m = \frac{3 + \ln 2}{2} / * \text{ يوجد حلان أحدهما مضاعف موجب والآخر سالب}$$

$$m > \frac{3 + \ln 2}{2} / * \text{ يوجد ثلاث حلول حلان م وجبان والآخر سالب}$$

$m = 2$ / * يوجد حلان أحدهما مضاعف معدوم والآخر موجب

$m > 2$ / * يوجد حل وحيد موجب

،،، انتهى ،،،

التمرين السابع: بكالوريا أجنبية 2008

$I - f$ دالة عددية معرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

°2 أدرس تغيرات الدالة f

°3 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ ثم أثبت أن: $f'(\alpha) = 1 + \alpha + \alpha^2$

°4 أكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة $A(\alpha; f(\alpha))$

°5 أحسب: $f(-x) + f(x)$ ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة

°6 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x - 1]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

°7 أنشئ (T) و (C_f) نأخذ $\alpha \approx 0,8$

°8 هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) تعامد المستقيم ذا المعادلة $y = x$ ؟ برر إجابتك

°9 ناقش بياننا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1) = me^x$

$II - g$ دالة معرفة على \mathbb{R}^* بـ $g(x) = -x + \frac{e^x}{e^x + 1}$

بين أن $g(x) = f(-x)$ ثم أرسم (C_g)

حل نموذجي

$I -$ °1 حساب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x - \frac{1}{e^x - 1} = 0 - \frac{1}{0^+} = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^-} x - \frac{1}{e^x - 1} = 0 - \frac{1}{0^-} = +\infty$$

تفسير النهايتين: $x = 0$ مقارب عمودي لـ (C_f)

°2 دراسة تغيرات الدالة f

/* نكمل حساب النهايات عند $-\infty$ و $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \frac{1}{e^x - 1} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x - \frac{1}{e^x - 1} = -\infty + 1 = -\infty$$

/* نحسب $f'(x)$ ؛ f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R}^* ولدينا: $f'(x) = 1 + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2} > 0$

ومنه جدول التغيرات يكون كالتالي:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$

°3 واضح

/* إثبات أن: $f'(\alpha) = 1 + \alpha + \alpha^2$ لدينا (1)..... $f'(\alpha) = 1 + \frac{e^\alpha}{(e^\alpha - 1)^2}$ نبحثعن علاقة تعوض e^α لدينا (2).... $f(\alpha) = \alpha - \frac{1}{e^\alpha - 1} = 0 \Rightarrow e^\alpha = \frac{\alpha + 1}{\alpha}$ نعوض (2) في (1) نجد

$$f'(\alpha) = 1 + \frac{\frac{\alpha + 1}{\alpha}}{\left(\frac{\alpha + 1}{\alpha} - 1\right)^2} = 1 + \frac{\frac{\alpha + 1}{\alpha}}{\frac{1}{\alpha^2}} = 1 + \alpha + \alpha^2 \quad (\text{و هـ م})$$

°4 كتابة معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة $A(\alpha; f(\alpha))$ فان $f(\alpha) = 0$ و $f'(\alpha) = 1 + \alpha + \alpha^2$ وبما أن $y = f'(\alpha)(x - \alpha) + f(\alpha)$

$$y = (1 + \alpha + \alpha^2)(x - \alpha) = (1 + \alpha + \alpha^2)x - (\alpha + \alpha^2 + \alpha^3)$$

$$f(-x) + f(x) = -\frac{1}{e^{-x} - 1} + \frac{1}{e^x - 1} = \frac{e^x}{e^x - 1} - \frac{1}{e^x - 1} : f(-x) + f(x) \text{ حساب} \quad (5^\circ)$$

$$\frac{e^x - 1}{e^x - 1} = 1$$

/* التفسير الهندسي: نطابق أولا $f(-x) + f(x) = 1$ مع $f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$

$$\text{نجد } \alpha = 0 \text{ و } \beta = \frac{1}{2}$$

ومنه النقطة $A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر لـ (C_f)

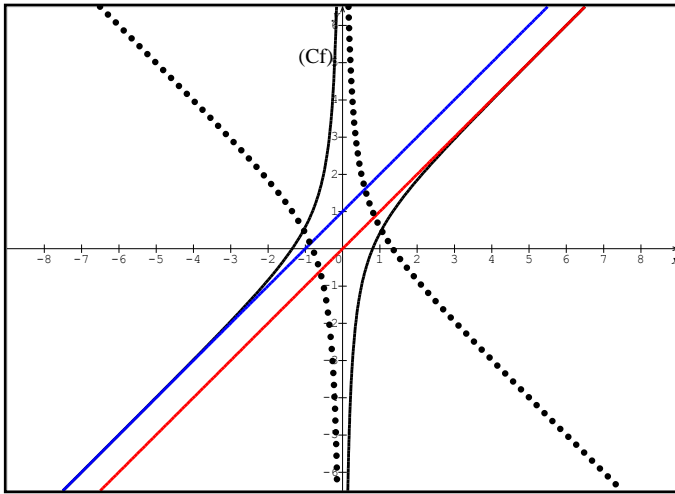
$$(6^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x - 1] = 0$$

/* تفسر هندسيا: $y = x + 1$ و $y = x$ مقاربان مائلان لـ بجوار $-\infty$ و $+\infty$ على التوالي°7 إنشاء (T) و (C_f) نأخذ $\alpha \approx 0,8$

°8 لا توجد

/* التبرير: المعادلة $f'(x_0) \times 1 = -1$ لا تقبل حلول

$$1 + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2} = 1 \Rightarrow \frac{e^x}{(e^x - 1)^2} = 0 \text{ مستحيلة}$$



$$(m-1) = me^x \Rightarrow -1 = m(e^x - 1) \quad (^\circ 9)$$

$$\Rightarrow m = -\frac{1}{e^x - 1}$$

$$\Rightarrow x + m = x - \frac{1}{e^x - 1}$$

$$\Rightarrow f(x) = x + m$$

حلول هاته المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم

المائل ذا المعادلة؛ $y = x + m$ الموازي

لـ (Δ') و (Δ) وعليه نقارن m مع 0 و 1

$m < 0$ / * يوجد حل وحيد موجب

$1 \leq m \leq 0$ / * لا توجد حلول

$m > 1$ / * يوجد حل وحيد سالب

$$g(x) = -x + \frac{e^x}{e^x + 1} \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R}^* \text{ بـ } II$$

$$f(-x) = -x - \frac{1}{e^{-x} - 1} = -x - \frac{1 \times e^x}{(e^{-x} - 1) \times e^x} = -x + \frac{e^x}{e^x - 1} = g(x) \quad g(x) = f(-x) \text{ / * تبيان أن:}$$

رسم: (C_g) هو نظير (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل

،،، انتهى ،،،

التمرين الثامن:

I - نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 2 - xe^x$

$$^01 \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$$

02 ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

03 أ/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $[0; +\infty[$

ب/ تحقق أن: $0,8 < \alpha < 0,9$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

II - نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني (وحدة الطول $2cm$)

$$^01 \text{ أحسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ وبرهن أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \text{ مفسراً النتيجة هندسيا}$$

$$^02 \text{ أ/ لتكن } f' \text{ مشتقة الدالة } f \text{ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } \mathbb{R}: f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 2)^2}$$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} ، ثم شكل جدول تغيراتها

03 بين أن $f(\alpha) = \alpha$

04 بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

⁰⁵ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

⁰⁶ أنشئ (Δ) و (C_f)

⁰⁷ عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $me^x + 2(m-1) - 2x = 0$ حلان موجبان

حل نموذجي

^{1-I} حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - xe^x = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \cancel{xe^x} = 2$$

⁰² دراسة اتجاه تغير الدالة g : قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ولدينا؛ $g'(x) = -e^x - xe^x = (-1-x)e^x$

^{*} / نحل المعادلة: $(-1-x)e^x = 0$ معناه $-1-x = 0$ ومنه $x = -1$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $-1-x$ لأن $e^x > 0$

^{*} / جدول التغيرات

x	$-\infty$	-1	α	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$2 - e^{-1}$		$-\infty$

⁰³ g مستمرة ورتيبة تماما (متناقصة تماما) على $[0; +\infty[$

$$g(0) \times \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g(0) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \end{cases}$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد حل وحيد α في المجال $[0; +\infty[$ يحقق $g(\alpha) = 0$

ب/ التحقق من أن: $0,8 < \alpha < 0,9$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

ومنه $0,8 < \alpha < 0,9$ و $g(0,9) \approx \dots < 0$ و $g(0,8) \approx \dots > 0$

^{*} / استنتاج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

^{1-II} حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+2}{e^x+2} = -\infty$

^{*} / برهان أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$: ح ع ت $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2}{e^x+2} = \frac{+\infty}{+\infty}$

إزالتها: نستخرج x أو e^x (تقي بالغرض) عامل مشترك من البسط والمقام

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2}{e^x+2} = \frac{\cancel{x} \left(2 + \frac{2}{\cancel{x}} \right)}{\cancel{x} \left(\frac{e^x}{\cancel{x}} + \frac{2}{\cancel{x}} \right)} = \frac{2}{+\infty} = 0$$

تفسير هندسيا: $y = 0$ مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

⁰² / تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$

f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ؛ ولدينا

$$f'(x) = \frac{2 \times (e^x + 2) - e^x (2x + 2)}{(e^x + 2)^2} = \frac{2(e^x + 2 - xe^x - e^x)}{(e^x + 2)^2} = \frac{2(2 - xe^x)}{(e^x + 2)^2} = \frac{2.g(x)}{(e^x + 2)^2}$$

ب/ استنتاج إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} ، إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ لان المقام موجب دوما ومنه جدول التغيرات يكون كالتالي:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	0

$$f(\alpha) = \frac{2\alpha + 2}{e^\alpha + 2} \text{ لدينا (1) } f(\alpha) = \alpha$$

$$g(\alpha) = 2 - \alpha e^\alpha = 0 \Rightarrow e^\alpha = \frac{2}{\alpha} \text{ (2) ومن جهة أخرى}$$

$$f(\alpha) = \frac{2\alpha + 2}{\frac{2}{\alpha} + 2} = \frac{\cancel{2\alpha} + 2}{\frac{2\alpha + 2}{\alpha}} = \alpha \text{ نجد: (1) في (2) نعوض}$$

$$f(x) - (x + 1) \text{ الفرق } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0 \text{ } ^\circ 4 \text{ ثبين أن:}$$

$$f(x) - (x + 1) = \frac{2x + 2}{e^x + 2} - (x + 1) = \frac{2x + 2 - xe^x - e^x - 2x - 2}{e^x + 2} = \frac{(-x - 1)e^x}{e^x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-x - 1)e^x}{e^x + 2} = 0 \text{ ومنه}$$

$$f(x) - (x + 1) \text{ إشارة الفرق } (C_f) \text{ بالنسبة للمستقيم } (\Delta): \text{ ندرس إشارة الفرق } ^\circ 5 \text{ دراسة وضعيّة المنحنى}$$

$$f(x) - (x + 1) = \frac{(-x - 1)e^x}{e^x + 2} = 0 \Rightarrow (-x - 1)e^x = 0 \Rightarrow -x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ لدينا:}$$

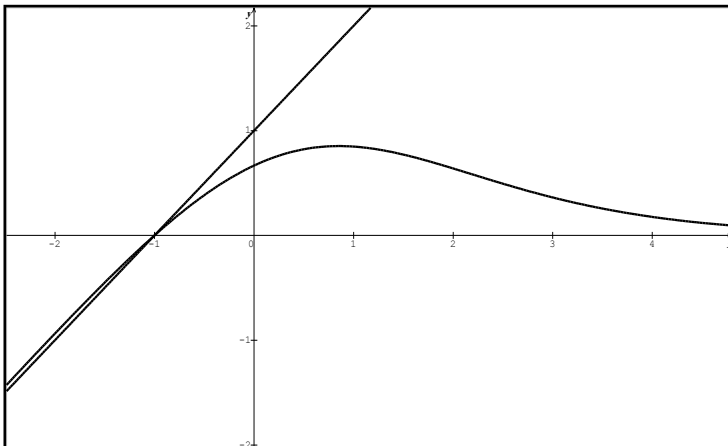
وإشارة الفرق من إشارة $-x - 1$ لان $e^x > 0$ والمقام موجب دوما ومنه:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x) - x$	+	0	-

$$] -\infty; -1[\text{ على المجالين } (\Delta) \text{ فوق } (C_f) \text{ } ^*$$

$$]-1; +\infty[\text{ على المجال } (\Delta) \text{ تحت } (C_f) \text{ } ^*$$

$$A(-1; 0) \text{ عند النقطة } (\Delta) \text{ يقطع } (C_f) \text{ } ^*$$



$$^{\circ 6} \text{ إنشاء } (\Delta) \text{ و } (C_f)$$

$$f(0) = \frac{2}{3}$$

$$(C_f) \cap (yy') = \left\{ \left(0; \frac{2}{3} \right) \right\} \text{ معناه}$$

$$me^x + 2(m-1) - 2x = 0 \Rightarrow (e^x + 2)m = 2x + 2 \Rightarrow \frac{2x+2}{e^x+2} = m \Rightarrow f(x) = m \quad (^\circ 7)$$

يكون لهذه المعادلة حلان موجبان إذا كان: $\frac{2}{3} < m < f(\alpha)$

،،، انتهى ،،،

التمرين التاسع:

I- لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = ae^{2x} + be^x + c$ ، حيث a, b و c أعداد حقيقية

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

عين a, b و c بحيث المنحنى (C_f) يشمل النقطة O و الدالة المشتقة f' تتعدم من أجل $x = \ln \frac{3}{4}$ و المستقيم

الذي معادلته $y = 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) . بجوار $-\infty$

II- نأخذ فيما يلي: $a = 2$ و $b = -3$ و $c = 1$

1° احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

2° احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3° ادرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.

4° حدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5° عين معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

6° احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، فسّر النتيجة هندسيا (هذا السؤال خاص بشعبي رياضيات والتقني رياضي فقط)

7° أنشئ على (C_f)

حل نموذجي

I- تعيين a, b و c

(C_f) يشمل النقطة O معناه $f(0) = 0 \Rightarrow a + b + c = 0 \dots (1)$

* / f' تتعدم من أجل $x = \ln \frac{3}{4}$ معناه $f'\left(\ln \frac{3}{4}\right) = 0$ نحسب $f'(x) = 2ae^{2x} + be^x$:

$$f'\left(\ln \frac{3}{4}\right) = 2ae^{2\ln \frac{3}{4}} + be^{\ln \frac{3}{4}} = 2ae^{\ln \left(\frac{3}{4}\right)^2} + \frac{3}{4}b = \frac{9}{8}a + \frac{3}{4}b = 0 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}a \dots (2)$$

* / $y = 1$ مقارب للمنحنى (C_f) . بجوار $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} ae^{2x} + be^x + c = 1 \Rightarrow c = 1 \text{ معناه}$$

نعوض قيمة c في (1) وأيضا (2) في (1) نجد $a = 2$ ثم نعوض قيمة a في (2) نجد $b = -3$

II- نأخذ فيما يلي: $a = 2$ و $b = -3$ و $c = 1$: $f(x) = 2e^{2x} - 3e^x + 1$

°1 حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$: ح ع ت $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^{2x} - 3e^x + 1 = +\infty - \infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^{2x} - 3e^x + 1 = e^{2x} \left(2 - \frac{3}{e^x} + \frac{1}{e^{2x}} \right) = +\infty \times 2 = +\infty \text{ إزالتها؛}$$

°3 دراسة اتجاه تغير f ، مما سبق: $f'(x) = 2ae^{2x} + be^x \Rightarrow f'(x) = 4e^{2x} - 3e^x$

/* نحل المعادلة: $4e^{2x} - 3e^x = 0 \Rightarrow e^x (4e^x - 3) = 0 \Rightarrow 4e^x - 3 = 0 \Rightarrow x = \ln \frac{3}{4}$

x	$-\infty$	$\ln \frac{3}{4}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	1	$-\frac{1}{8}$	$+\infty$

/* إشارة $f'(x)$ من إشارة $4e^x - 3$ لأن $e^x > 0$

وجداول التغيرات يكون كالتالي:

°4 تحديد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل، نحل المعادلة: $f(x) = 0$

/* لحل هاته المعادلة $2e^{2x} - 3e^x + 1 = 0$ نضع $e^x = t$ نجد $2t^2 - 3t + 1 = 0$

$e^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\ln 2$ و $e^x = 1 \Rightarrow x = 0$ نحل المعادلتين: $\Delta = 1 > 0 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = \frac{1}{2}$

/* الخلاصة: $(C_f) \cap (xx') = \{(0; 0), (-\ln 2; 0)\}$

°5 تعيين معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

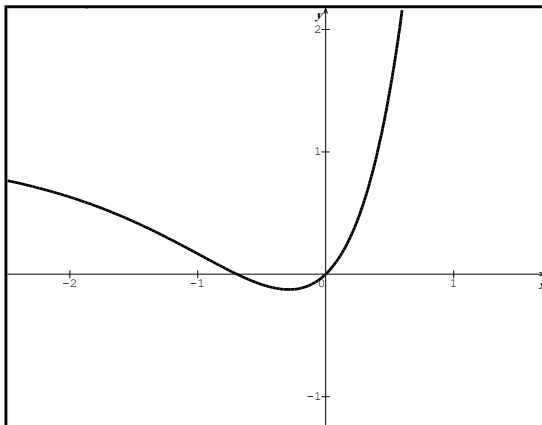
$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ و $f'(0) = 1$ و $f(0) = 0$ ومنه $y = x$

°6 حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$: ح ع ت $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^{2x} - 3e^x + 1}{x} = \frac{+\infty}{+\infty}$

إزالتها: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^{2x} - 3e^x + 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x} \left(2 - \frac{3}{e^x} + \frac{1}{e^{2x}} \right) = +\infty$

تفسر هندسيا: (C_f) يقبل فرع لانهائي باتجاه محور الترتيب (yy')

°7 إنشاء (C_f)



،،، انتهى ،،،

تمارين للممارسة المنزلية

- في رحاب الدوال الأسية -

BAC : 2016

التمرين الأول: بكالوريا المغرب 2014

f دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x-2)^2 \cdot e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

(°1) بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا

(°2) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من \mathbb{R} ؛ $f'(x) = x(x-2)e^x$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

(°3) أ/ بيّن أنه من أجل كل x من \mathbb{R} ؛ $f''(x) = (x^2 - 2)e^x$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي

انعطاف (لا يطلب تعيين إحداثييهما)

ب/ أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $\left] -\infty; \frac{5}{2} \right]$

(°5) ناقش بيانها، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(x-2)^2 = m^2 \cdot e^{-x}$

التمرين الثاني: الامتحان الأول ثانوية شنوف حمزة- الوادي 2014/ 2015

I نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = x - e^x - 2$

(°1) أحسب نهاية الدالة h عند $+\infty$ و $-\infty$

(°2) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(°3) استنتج إشارة الدالة h

II نعتبر الدالة f المعرفة على $\left] -1; +\infty \right[$ بـ: $f(x) = (1-x)e^{-x} - x - 2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

(°1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(°2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\left] -1; +\infty \right[$ فإن: $f'(x) = e^{-x}h(x)$

(°3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

(°4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,2 < \alpha < -0,3$

(°5) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -x - 2$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)

(°6) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f)

(°7) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها

(°8) بيّن أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين معادلته

(°9) أحسب $f(0)$ ، ثم أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمماس (T)

(°10) نعتبر الدالة g المعرفة على $\left] -1; +\infty \right[$ كما يلي: $g(x) = |f(x)|$

BAC 2016

أ/ أنشئ (C_g) منحنى الدالة g انطلاقا من منحنى الدالة f

ب/ m وسيط حقيقي ، عيّن قيم m بحيث تقبل المعادلة: $g(x) = |m|$ حلين سالبين

التمرين الثالث: بكالوريا المغرب بتصرف 2006/2005

$-I$ الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = e^{-x} + x - 1$

⁰¹ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

⁰² أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

⁰³ بيّن أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $e^{-x} + x \geq 1$

$-II$ الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) (وحدة الطول $2cm$)

⁰¹ أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب/ بيّن أنه من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

⁰² أ/ بيّن أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها

⁰³ أ/ أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة

ب/ تحقق من أن: $x - f(x) = \frac{x.g(x)}{g(x) + 1}$ واستنتج الوضع النسبي لـ (T) مع (C_f) ، ماذا تستنتج؟ (C_f)

⁰⁴ أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T)

⁰⁵ نعتبر المستقيمات (d_m) المعرفة بـ: $y = mx$ حيث m وسيط حقيقي

أ/ بيّن أن جميع المستقيمات (d_m) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها

ب/ ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x[(x + e^{-x})m - 1] = 0$

التمرين الرابع: بكالوريا جوان 2006 النظام القديم

$-I$ نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

⁰¹ احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا

⁰² ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

⁰³ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,68 < \alpha < 1,69$

⁰⁴ استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من \mathbb{R}

II- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

⁰¹ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

⁰² أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$.

⁰³ بين أن $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم أعط حصراً للعدد $f(\alpha)$

⁰⁴ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

⁰⁵ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

⁰⁶ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

⁰⁷ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

⁰⁸ ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

⁰⁹ ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $me^x - 4x + m + 2 = 0$

للتمرين الخامس:

I- لتكن الدالة h المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = x - e^{\frac{1}{2}x}$

⁰¹ ادرس تغيرات الدالة h

⁰² بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $0,70 < \alpha < 0,71$

⁰³ استنتج إشارة $h(x)$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (2x - 4)e^{\frac{1}{2}x} + 2 - x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 1cm)

⁰¹ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

⁰² بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = (2 - x) \left(1 - 2e^{\frac{1}{2}x} \right)$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

⁰³ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{\frac{1}{2}x} h(x)$.

⁰⁴ أ/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

ب/ بين أن $f(\alpha) = 4 - \alpha - \frac{4}{\alpha}$ ثم أعط حصراً للعدد $f(\alpha)$

⁰⁵ دون حساب عين: $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة هندسياً

⁰⁶ أ/ أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2 - x)]$ ثم فسر النتيجة هندسياً

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم $(\Delta): y = -x + 2$

BAC 2016

°7 أ/ أوجد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

ب/ حدد النقطة E نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الترتيب.

°8 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة E

°9 أ/ ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

ب/ ليكن m وسيط حقيقي، ناقش بيانها، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول

$$\text{المعادلة التالية: } (2x - 4)e^{\frac{1}{2}x} - m + 2 = 0$$

°10 k هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $k(x) = [f(x)]^2$

أ/ أحسب $k'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $k'(x)$

ب/ شكّل جدول تغيرات الدالة h .

التمرين السادس:

$-I$ دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أدرس تغيرات الدالة f

°2 عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

°3 أحسب: $f(-x) + f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بياناً.

°4 بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ، ثم أكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

$-II$ لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = f(x) - x$

°1 أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

°2 بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $g'(x) = \frac{-(e^x - 1)}{(e^x + 1)^2}$

°3 أدرس إشارة $g'(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات g

°4 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $2,7 < \alpha < 2,8$

ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

°5 أ/ حل في \mathbb{R} المعادلة: $f(x) = 0$ ، وفسر النتيجة هندسياً

ب/ ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$ والمنحنى (C_f) .

التمرين السابع: بكالوريا أجنبية 2001

$-I$ نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{-x} + 1$

°1 بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$ وفسر النتيجة هندسياً، ثم أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$

⁰² أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

⁰³ أ/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث $-2,4 < \alpha < -2,3$

ب/ استنتج إشارة الدالة g

II- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - (x^2 + 4x + 3)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

⁰¹ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

⁰² بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} فإن $f'(x) = g(x)$

⁰³ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

⁰⁴ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,3 < \alpha < -0,2$

⁰⁵ أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

ب/ بين أن المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) يتقاطعان في نقطتين A و B يطلب تعيينهما

ج/ أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) بالنسبة للمنحنى (C_f)

⁰⁶ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

التمرين الثامن: بكالوريا أجنبية 2004

f دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

⁰¹ تحقق أنه من أجل كل x من \mathbb{R} ؛ $\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$ ثم استنتج أن الدالة f فردية

⁰² أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

⁰³ بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $g'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ وشكل جدول تغيرات الدالة f على $[0; +\infty[$

⁰⁴ استنتج أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$ ؛ $1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$

⁰⁵ بين أن؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - 1 + \frac{1}{2}x \right] = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا

⁰⁶ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 1 - \frac{1}{2}x$

التمرين التاسع:

I- نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 2e^x + 2x - 7$

⁰¹ احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

⁰² ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

⁰³ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha \in]0,94; 0,941[$

⁰⁴ استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

II- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (2x - 5)(1 - e^{-x})$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

⁰¹ أدرس إشارة $f(x)$ على \mathbb{R}

⁰² أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

⁰² أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} : $f'(x) = e^{-x} \cdot g(x)$.

⁰³ أ/ بين أن $f(\alpha) = \frac{(2\alpha - 5)^2}{2\alpha - 7}$ ثم أعط حصرًا للعدد $f(\alpha)$

ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة بـ $h(x) = \frac{(2x - 5)^2}{2x - 7}$ على المجال $]-\infty; \frac{5}{2}[$

ج/ استنتج حصرًا للعدد $f(\alpha)$ بتقريب 0,01

⁰⁴ بين أن المستقيم (d) ذا المعادلة $y = 2x - 5$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

⁰⁵ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (d)

⁰⁶ أنشئ (d) و (C_f) على المجال $[\frac{1}{2}; +\infty[$

التمرين العاشر:

f دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{(x+1)e^x + x + 2}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

⁰¹ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

⁰² بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{e^{2x} + e^x + 1}{(e^x + 1)^2}$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

⁰³ بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-2 < \alpha < -1$

⁰⁴ أ/ بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f(x) = x + 1 + \frac{1}{e^x + 1}$ وأن: $f(x) = x + 2 - \frac{e^x}{e^x + 1}$

ب/ استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (d) و (d') يطلب تعيين معادلتيهما

°5 أثبت أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(-x) + f(x) = 3$ وفسّر النتيجة هندسيا

°6 أنشئ (d) ، (d') و (C_f)

التمرين الحادي عشر:

I- نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 2x - 5 + 2e^{2x}$

°1 احسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

°2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

°3 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha \in]0, 3; 0, 4[$

°4 استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

II- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (x - 2)(2 - e^{-2x})$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

°2 أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = e^{-2x} \cdot g(x)$

°3 أ/ بين أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha - 2)^2}{2\alpha - 5}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

°4 شكل جدول تغيرات الدالة f

°5 حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$ واستنتج إشارة $f(x)$ على \mathbb{R}

°6 أ/ بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 4)] = 0$ وفسّر النتيجة هندسيا

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (d) ذا المعادلة $y = 2x - 4$

°7 أنشئ (d) و (C_f) على المجال $[0; +\infty[$

°8 ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $\ln \left(\frac{(x-2)(2e^{2x}-1)}{-3x+m} \right) - 2x = 0$

III- h الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = [f(x)]^3$

°1 أحسب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$

°2 شكل جدول تغيرات الدالة h

التمرين الثاني عشر:

I- g دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 - (ax + b)e^{x-2}$ حيث a و b عدنان حقيقيان

°1 أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b

°2 عيّن قيمتي a و b إذا علمت أن منحنى الدالة g يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند

النقطة $A(-3; 1 + 2e^{-5})$

BAC 2016

نأخذ فيما يلي: $a = 2$ و $b = 4$

°3 أ/ ادرس تغيرات الدالة g

ب/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,4 < \alpha < 0,5$ واستنتج إشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x^2 e^{x-2} - \frac{1}{4} x^2$ (C_f) تمثيلها البياني (وحدة الطول $2cm$)

°1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

°2 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} : $f'(x) = -\frac{1}{2} x.g(x)$

°3 استنتج إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} ، ثم شكل جدول تغيراتها

°4 عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

°5 أنشئ (C_f) على المجال $[-5; 2]$ (نأخذ $f(\alpha) \approx -0,2$)

III- نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ $h(x) = e^{1-f(x)}$

أحسب $h'(x)$ واستنتج إشارتها ثم شكل جدول تغيراتها (دون حساب عبارة $h(x)$)

التمرين الثالث عشر:

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: (C_f) $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1}$ و $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

ب/ احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

ج/ بين أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) اللذين معادلتاهما على الترتيب $y = x + 1$ و $y = x - 1$

مقاربان لـ (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$ على الترتيب.

د/ حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ_1) و (Δ_2) .

°2 أ/ بين أن الدالة f فردية.

ب/ ادرس تغيرات الدالة f على $[0; +\infty[$.

°3 أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

°4 ارسم (Δ_1) ، (Δ_2) ، ثم المنحنى (C_f)

التمرين الرابع عشر:

f دالة معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = (x - 1)(2 - e^{-x})$

(C_f) التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم و متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) (وحدة الطول $2cm$)

°1 أ/ احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب/ بين أن المستقيم (D) ذا المعادلة: $y = 2x - 2$ مقارب للمنحنى (C_f)

ج/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D) .

°2 أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب؛ $f'(x) = xe^{-x} + 2(1 - e^{-x})$

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب، $f'(x) > 0$

ج/ حدّد $f'(0)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

°3 ارسم (D) و المنحنى (C_f)

°4 عين النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم (D) .

°5 ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = 2x + m$

التمرين الخامس عشر:

$I-$ نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{4e^x + 2}{e^x + 1}$

°1 احسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجةين بيانيا

°2 ادرس اتجاه تغير الدالة f

°3 أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(0, 3)$

°4 ارسم (C_f) و (Δ) .

$II-$ نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = e^x + 5 - 2\sqrt{2}$ (C_g) تمثيلها البياني.

°1 ادرس تغيرات الدالة g (لا يطلب رسم (C_g))

°2 أدرس تقاطع المنحنيين (C_f) و (C_g)

°3 برهن أن للمنحنيين نقطة مشتركة وحيدة B يطلب إيجاد إحداثياتها

°4 أوجد معادلتى المماسين للمنحنيين (C_f) و (C_g) في النقطة B ماذا تلاحظ ؟

التمرين السادس عشر:

$I-$ نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = e^x + x + 1$

المنحنى (C_g) المقابل هو تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

بقراءة بيانية

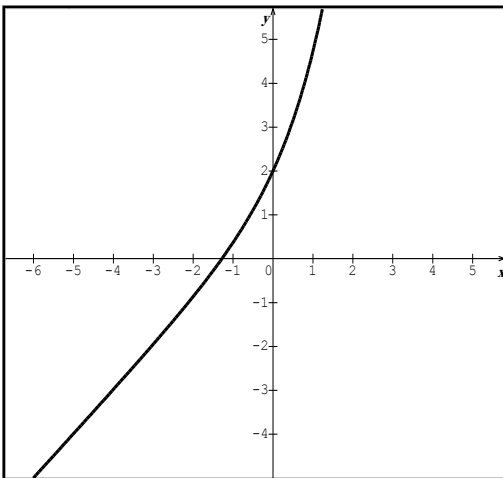
°1 شكل جدول تغيرات الدالة g

°2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث: $-1, 3 < \alpha < -1, 2$

°3 استنتج إشارة $g(x)$

$II-$ نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$ ،



(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

⁰¹ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجة الثانية هندسيا

⁰² بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

⁰³ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$.

⁰⁴ بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1$ ثم أعط حصراً للعدد $f(\alpha)$.

⁰⁵ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

⁰⁶ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

⁰⁷ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة

⁰⁸ ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

⁰⁹ عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $f(-x) = m$ حلان

التمرين السابع عشر:

f دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = -x + 1 + e^{-2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

⁰¹ أدرس تغيرات الدالة f

⁰² أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) عند $+\infty$ ، يطلب تحديد معادلته

⁰³ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

⁰⁴ بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $1 < x_0 < 2$

⁰⁵ أرسم (Δ) و (C_f)

⁰⁶ أثبت أن للمنحنى (C_f) مماس وحيد معامل توجيهه يساوي -3 ، أكتب معادلته.

⁰⁷ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = -3x + m$

قف عند ناصية الحلم وقاتل

بكالوريات الشعب

العلمية المشتركة

-في رحاب الدوال الأسية-

BAC : 2008-2015

جمع وكتابة الأستاذ : محمد حاقة

BAC : 2015

شعبة علوم تجريبية

- (I) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$
- °1 ادرس اتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R}
- °2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في \mathbb{R} ، ثم تحقق أن: $0,36 < \alpha < 0,37$
- °3 استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}
- (II) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})
- °1 أ/ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$
- ب/ استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[-\alpha; +\infty[$
- °2 أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ ، ثم شكل جدول تغيراتها
- °3 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم فسّر النتيجة هندسيا
- °4 أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) الذي معادلته: $y = -x + 1$
- °5 أنشئ (C_f) و (Δ) على المجال $]-\infty; -\frac{1}{2}]$ ، نأخذ $f(-\alpha) \approx 0,1$

شعبة تقني رياضي

- (I) الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (x+2)e^x - 2$
- °1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$
- °2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- °3 أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$
- (II) الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$
- (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})
- °1 بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- °2 أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$ ؛ ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
- ج/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$
- ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
- °3 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0,92 < \alpha < 0,93$ و $-1,56 < \beta < -1,55$
- °4 أرسم المستقيم (Δ) ، ثم أنشئ المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; \frac{3}{2}]$

BAC 2016

شعبة رياضيات

f الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0[$ ، $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}$ ، (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار

°2 أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

°3 أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

°4 أ/ بيّن أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$

ب/ استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) بجوار $-\infty$ ، يطلب تعيين معادلة له

°5 g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ: $g(x) = \frac{f(x)}{x}$

أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

°6 أ/ بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty; 0[$ ، $f(x) > x$

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

ج/ أنشئ المنحنى (C_f)

BAC = 2014

شعبة تقني رياضي

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x-1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

°2 أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

°3 بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α في \mathbb{R} ثم تحقق أن $1,27 < \alpha < 1,28$

°4 أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

وحدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

°5 أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T)

°6 عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x - (m-1)e^m = -1$

تقبل حلا واحدا في \mathbb{R}

°7 h هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ $h(x) = (|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني

أ/ بيّن أن h دالة زوجية

ب/ ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

°8 g دالة معرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (ax+b)e^x$ حيث a و b عدنان حقيقيان

■ عيّن a و b حتى يكون: من أجل كل x من \mathbb{R} ، $g'(x) = f(x)$

📌 **شعبة رياضيات**

I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (2-x)e^x - 1$

°1 أدرس تغيرات الدالة g

°2 بيّن أن للمعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$

°3 استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

II) f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا

°2 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول

تغيراتها

°3 بيّن أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

°4 احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f)

BAC = 2013

x	$f(x)$
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

📌 **شعبة علوم تجريبية**

I) f الدالة المعرفة على $]-\infty, 1[$ بـ: $f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)

°2 أحسب $f'(x)$. بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty, 1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

°3 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $]-\infty, 1[$ حلا وحيدا α . باستعمال جدول القيم أعلاه

جد حصراً للعدد α

°4 ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C) ، ثم ارسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

°5 عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)| = m$ حلان مختلفان في الإشارة.

II g الدالة المعرفة على $]-\infty, 1[$ بـ: $g(x) = f(2x - 1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

°1 ادرس تغيرات الدالة g على $]-\infty, 1[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

°2 أ/ تحقق من أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بين أن: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$

ب/ استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$

ج/ تحقق من أن: $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T)

شعبة تقني رياضي

I الدالة g معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (x-1)e^x$

°1 ادرس تغيرات g

°2 بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $1 + (x-1)e^x \geq 0$

II الدالة f معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - 1}{x} & ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

°1 أ/ بيّن أن f مستمرة على $[0; +\infty[$

ب/ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

°2 أ/ تحقق أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1 + (x-1)e^x}{x^2}$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

III n عدد طبيعي حيث $n \geq 1$ ؛ f_n الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$

(C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $]0; +\infty[$

°2 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_n(x)$

°3 ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1})

°4 بين أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثياتها

°5 أ/ بين أنه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0, 3; 0, 4[$ بحيث: $f_1(\alpha_1) = 0$

ب/ بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإن: $f_n(\alpha_1) < 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي

وحيد α_n من $]\alpha_n; 1[$ بحيث: $f_n(\alpha_n) = 0$

شعبة رياضيات

(I) نعتبر الدالة u المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي: $u(x) = e^x - 3x + 4 - e$

أ/ ادرس اتجاه تغير الدالة u

ب/ بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$ ، $e^x - e > 3x - 4$ ،

°2 الدالة v معرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $v(x) = -3x^3 + 4x^2 - 1 + \ln x$

أ/ بين أن: $v'(1) = 0$. (يرمز v' الى الدالة المشتقة للدالة v)

ب/ أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$ ، $v(x) \leq 0$ ،

ج/ استنتج، أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$ ، $\frac{-1 + \ln x}{x^2} \leq 3x - 4$ ،

°3 أثبت أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$ ، $e^x - e + \frac{1 - \ln x}{x^2} > 0$:

(II) الدالة f معرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = e^x - ex + \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

°2 بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0, +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

°3 احسب $f(1)$ ، ثم مثل المنحنى (C_f) على المجال $]0, \frac{5}{2}[$.

(نأخذ: $f(2) \approx 2,3$ ، $f(1,64) \approx 1$ ، و $f(\frac{5}{2}) \approx 5,75$)

BAC : 2012

شعبة علوم تجريبية

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 1 - xe^x$

⁰¹ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

⁰² ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

⁰³ أ/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $[-1; +\infty[$

ب/ تحقق أن: $0,5 < \alpha < 0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 2]$ كما يلي: $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$ و (C_f) تمثيلها البياني.

⁰¹ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

⁰² أ/ لتكن f' مشتقة الدالة f بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$: $f'(x) = -g(x)$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ على $]-\infty; 2]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

⁰³ بين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}\right)$ ثم جد حصرًا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2})

⁰⁴ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

⁰⁵ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

⁰⁶ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $-1,6 < \alpha < -1,5$ و $1,5 < \beta < 1,6$

⁰⁷ أنشئ (Δ) و (C_f)

شعبة تقني رياضي

(I) g هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$.

⁰¹ ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

⁰² بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $1,59 < \alpha < 1,60$.

⁰³ استنتج إشارة إشارة $g(x)$

(II) f هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) . (وحدة الطول $2cm$)

⁰¹ بين أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2} : x \text{ برهن انه من أجل كل عدد حقيقي } x$$

ب/ استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج/ احسب $f(1)$ ثم استنتج، حسب قيم x إشارة $f(x)$

$$f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1} \text{ بين أن: } I$$

ب/ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

ج/ ارسم (C_f)

$$2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1) \text{ ناقش بيانها، حسب قيم الوسيط الحقيقي } m \text{ عدد وإشارة حلول المعادلة:}$$

$$h(x) = [f(x)]^2 \text{ كما يلي: } h(x)$$

أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة h .

شعبة رياضيات

$$g(x) = 2 - xe^x \text{ كما يلي: } I$$

⁰¹ ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

$$g(x) = 0 \text{ بين أن المعادلة } g(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ حيث: } 0,8 < \alpha < 0,9$$

⁰³ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

$$f(x) = \frac{2x + 2}{e^x + 2} \text{ كما يلي: } II$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \text{ ، ثم فسر النتيجة بيانيا}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ أحسب}$$

ب/ بين أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب لـ (C_f)

⁰³ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) و (Δ') حيث (Δ) هو المستقيم ذا المعادلة $y = x$

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 2)^2} \text{ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة } f$$

⁰⁵ بين أن $f(\alpha) = \alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

⁰⁶ ارسم (Δ') و (Δ) و (C_f)

⁰⁷ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = f(m)$

BAC 2016

BAC : 2011

شعبة علوم تجريبية

الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = e^x - ex - 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب/ احسب $f'(x)$ ، ثم ادرس إشارتها

ج/ شكل جدول تغيرات الدالة f

أ² بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب/ أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

أ³ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $]1, 75; 1, 76[$

أ⁴ ارسم المستقيمين (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) في المجال $]-\infty; 2[$

شعبة تقني رياضي

f دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

أ¹ أدرس تغيرات الدالة f وعين المستقيمات المقاربة لـ (C_f)

أ² بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها، ثم أكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

أ³ لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = f(x) - x$

أ/ أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب/ بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $g'(x) = \frac{-(e^x - 1)}{(e^x + 1)^2}$

ج/ أدرس إشارة $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات g

د/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $2, 7 < \alpha < 2, 8$

أ⁴ أ/ حل في \mathbb{R} المعادلة: $f(x) = 0$

ب/ ارسم المماس والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$ والمنحنى (C_f) .

شعبة رياضيات

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (3x + 4)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

°1 أ/ احسب f' و f'' ، ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم؛ فإن $e^x (3x + 3n + 4) = f^{(n)}(x)$ حيث: $f', f'', \dots, f^{(n)}$ المشتقات المتتالية للدالة f

ب/ استنتج حل المعادلة التفاضلية: $y'' = (3x + 16)e^x$

°2 أ/ بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسيا

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

°3 أ/ أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ω التي فاصلتها $\frac{-10}{3}$

ب/ برهن أن النقطة ω هي نقطة انعطاف المنحنى (C_f)

°4 ارسـم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty; 0]$

BAC = 2010

شعبة علوم تجريبية

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

°1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

°2 أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$. وفسر هندسيا النتيجة.

°3 ادرس اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R}^* ثم شكل جدول تغيراتها.

°4 أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على

الترتيب: $y = x$ و $y = x + 1$

ب/ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

°5 أثبت أن النقطة $\omega(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

°6 أ/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1,4 < \beta < -1,3$

ب/ هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

ج/ ارسـم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

د/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x} = m$

شعبة تقني رياضي

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

⁰¹ عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث؛ $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم

⁰² أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

⁰³ أثبت أن f متزايدة تماما على مجموعة تعريفها

⁰⁴ أ/ (d) و (d') مستقيمان اللذان معادلتهما على الترتيب $y = x + \frac{4}{3}$ و $y = x$ بيّن أن مقاربان لـ (C_f)

ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما

ب/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $0,91 < x_1 < 0,9$ و $-1,65 < x_2 < -1,66$

ج/ أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم؛ $f(-x) + f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا
⁰⁵ ارسم (d) و (d') و (C_f)

⁰⁶ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

⁰⁷ g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = [f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

شعبة رياضيات

I الدالة g معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (3 - x)e^x - 3$

⁰¹ ادرس تغيرات الدالة g

⁰² بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين أحدهما معدوم والآخر $\alpha \in]2,82 ; 2,83[$

⁰³ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II الدالة f معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1} ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ تمثيلها البياني (C_f)

⁰¹ أ/ بيّن أن f قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 0$ وأكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند 0

⁰² أ/ بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0$ ثم جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب/ بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم: $f'(x) = \frac{x^2}{(e^x - 1)^2} g(x)$

ج/ تحقق أن: $f(\alpha) = \alpha^2(3 - \alpha)$ ، ثم عيّن حصره له

د/ أنشئ جدول تغيرات f

⁰³ احسب $f(x) + x^3$ واستنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $-x^3$

°4 بيّن أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x^3] = 0$ وفسر النتيجة هندسيا

°5 أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و (C) و (C_f)

BAC = 2009

شعبة تقني رياضي

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x + \frac{2}{1+e^x}$.

(C_f) لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

°1 أحسب $f(-x) + f(x)$ وماذا تستنتج؟

°2 ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ، ثم استنتج جدول تغيراتها على \mathbb{R}

°3 بيّن أن المستقيم $y = x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

°4 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

°5 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,7 < \alpha < -1,6$

°6 بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها

°7 بيّن أن (C_f) يقع في شريط حداه المستقيمان المقاربان، ثم ارسم المنحنى (C_f)

°8 انطلاقا من المنحنى (C_f) اشرح كيفية الحصول على رسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g

حيث $g(x) = f(|x|)$

ارسم عندئذ المنحنى (C_g)

BAC = 2008

شعبة علوم تجريبية

I- نعتبر الدالة f العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$

كما يلي: $f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$

حيث a و b عدنان حقيقيان، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

عَيّن قيمتي a و b بحيث تكون النقطة $A(-1; 1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$

II- نعتبر الدالة g العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$

كما يلي: $f(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق

°1 بيّن أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1$ وفسر النتيجة هندسيا ($\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)

BAC 2016

°2 ادرس تغيرات الدالة g ، ثم أنشئ جدول تغيراتها

°3 بين أن (C_g) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيينها

°4 أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة I

°5 ارسم (C_g)

III - k دالة معرفة على المجال $[-2; +\infty[$ بـ: $k(x) = g(x^2)$

باستعمال مشتقة دالة مركبة، عيّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها

⚡ شعبة رياضيات

(I) f هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

°1 ادرس تغيرات الدالة f

°2 بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω واكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ω

°3 اثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى (C_f)

°4 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$ ، ماذا تستنتج؟

°5 بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $[-2,77 ; -2,76]$

°6 احسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) ومستقيميته المقاربتين.

II) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$ (C_g) منحنى الدالة g

°1 بين أن من اجل كل عدد حقيقي x فان: $g(x) = f(-x)$

°2 أنشئ في نفس المعلم السابق (C_g) (دون دراسة الدالة g)

وفي الأخير، أسأل الله أن ينفع بما كتبت، هو الموفق والهادي إلى سواء السبيل

أستاذكم محمد حاقتة يتمنى لكم النجاح والتوفيق في البكالوريا وغيرها