الموضوع الثاني

التمرين الأول : (5 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + \frac{6}{5} \end{cases}$

1) برهن بالتراجع أن : $U_n > 2$ ثم أثبت أن (U_n) متناقصة تماما .

2) (V_n)متتالية عددية معرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n :

$V_n = U_n + \alpha$ ؛ حيث α عدد حقيقي .

أ- عين قيمة α حتى تكون (V_n) هندسية .

ب- نضع $\alpha = -2$ و $S_n = {V_0}^2 + {V_1}^2 + \cdots + {V_n}^2$ ، أحسب V_n و S_n بدلالة n .

3) (W_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $W_n = \ln V_n$

- أحسب V_n بدلالة n ثم استنتج أن (W_n) متتالية حسابية .

4) نضع : $P = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_n$

- أكتب $\ln P$ بدلالة n ثم استنتج P بدلالة n .

التمرين الثاني : (3 نقاط)

يحتوي كيس على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها عند اللمس من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1، 2، 2 ، 4 ، 6 ، 8 ، و البقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 5 ، 5 ؛

نسحب ثلاثة قريصات من هذا الكيس واحدة تلو الأخرى دون إرجاع .

أحسب احتمال الحوادث التالية :

A: الحصول على ثلاث قريصات من نفس اللون

B: الحصول على ثلاث قريصات بلونين مختلفين .

C: الحصول على ثلاثة قريصات تحمل ثلاثة أرقام مجموعها 15 .

D: الحصول على ثلاثة قريصات مجموعها 15 علما أنها من نفس اللون .

التمرين الثالث : (6 نقاط)

من بين الإجابات المقترحة توجد واحدة فقط صحيحة ، عينها مع التبرير .

1) العدد الحقيقي : $\ln(e^2) - 2e + \ln 1$ يساوي :

أ- $2 - 2e$ ب- $e^2 - 2e$ ج- 0

2) مجموعة حلول المتراجحة : $1 - x\ln 2 \geq 0$ هي :

أ- $\left]-\infty; \frac{1}{\ln 2}\right]$ ب- $\left]\frac{1}{\ln 2}; +\infty\right]$ ج- $\left]0; \frac{1}{\ln 2}\right]$

3) التمثيل البياني للدالة $\ln x$ يقبل مماسا معامل توجيهه 3 في النقطة A ذات الإحداثيين :

أ- $(3; \ln e^3)$ ب- $(\frac{1}{3}; -\ln 3)$ ج- $(3; \ln 3)$

4) إذا كان $f(x) = \ln(x^2)$ فإن : $f'(x)$ تكتب

أ- $\frac{2}{x}$ ب- $2(\ln x + \frac{1}{x})$ ج- $\frac{2\ln x}{x}$

5) إذا كانت $f(x) = \frac{1}{3x-1}$ فإن دالة أصلية لـ f على $\left]\frac{1}{3}; +\infty\right[$ معرفة بـ :

أ- $F(x) = \ln(3x-1)$ ب- $F(x) = 3\ln 3x - 1)$ ج- $F(x) = \frac{1}{3}\ln(3x-1)$

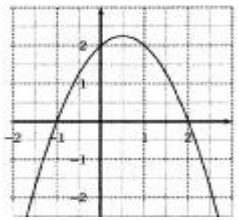
6) إذا كانت $f(x) = x\ln x$ فإن :

أ- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ب- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ج- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

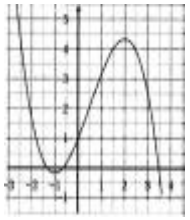
7) المعادلة : $\ln(x^2 - x)$ تقبل حلين هما :

أ- 0 و 1 ب- 1 و e^{-1} ج- $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

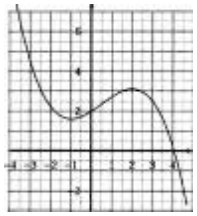
8) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بالمنحنى- 1- :



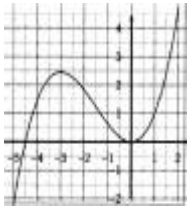
-1-



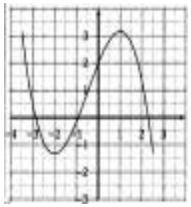
-2-



-3-



-4-



-5-

واحد من بين المنحنيات (-2- ، -3- ، -4- ، -5-) يمثل دالة أصلية لـ f بين من هو .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس ، الوحدة $2\,cm$

1) شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) برهن أن المنحنى (C) يقبل مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معرفين بالمعادلتين $y = x$ و $y = x + 1$ على التوالي .

3) برهن أن النقطة $\Omega(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر لـ C

4) أثبت أن (C) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha \in]\ln 2; 1[$

5) أنشئ المستقيمين (Δ) و (Δ') ثم أنشئ (C) من أجل $\alpha \approx 0.8$

6) أحسب بالسنتيمتر مربع المسافة $S(\alpha)$ للسطح المحصور بين (C) و المستقيمات (Δ) ، $x = \alpha$ و $x = 2$