التحضير المتواصل لبكالوريا 2010

الموضـــوع : الهنـــدسة الفـــضائـــية

التمرين 01 :

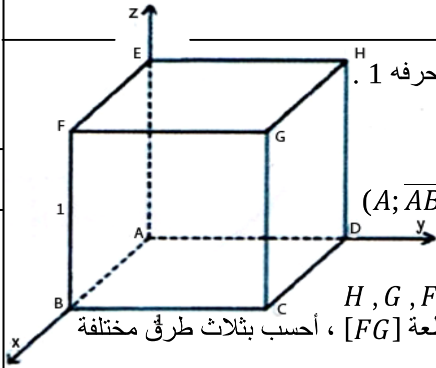
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ تعطى النقط $A(2;0)$ ، $B(0;2)$ ، $C(-2;0)$

1) أ- أنشئ النقط A ، B ، C
ب- أحسب الأطوال AB ، AC ، BC
ج- برهن أن الزاوية $\hat{B}$ تحقق $\hat{B}=\frac{\pi}{2}$
د- استنتج مما سبق طبيعة المثلث ABC .

2) أحسب بثلاث طرق مختلفة الجداء السلمي $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$

3) أ- عين مركز و نصف قطر الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC .
ب- أكتب معادلة ديكارتية لـ : (γ)
ج- لتكن النقطة $H(\sqrt{2};\sqrt{2})$
- بين أن H تنتمي إلى (γ)
- أكتب معادلة المماس T لـ (γ) في H
- أحسب المسافة بين النقطة C و المستقيم T .

التمرين 02 :



$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 1 .

الفضاء منسوب إلى معلم

متعامد و متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

1- عين إحداثيات النقط :
A , B , C , D , E , F , G , H

2- النقطة I منتصف القطعة $[FG]$ ، أحسب بثلاث طرق مختلفة الجداء $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BI}$

3- J منتصف القطعة [FH] ، S الكرة التي مركزها J و تشمل F
أكتب معادلة ديكارتية لـ S

4- أكتب تمثيلا وسيطيا و تمثيلا ديكارتيا لكل من المستقيمين (BH) و (BD) .

5- ضع تخمينا حول الوضع النسبي بين المستقيمين في الحالات التالية :
أ- (EH) و (BC)
ب- (BH) و (CG)
ج- (BH) و (BD)

6- أثبت أن الشعاع $\overrightarrow{BH}$ ناظمي على المستوي (CFA)
- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (CFA)

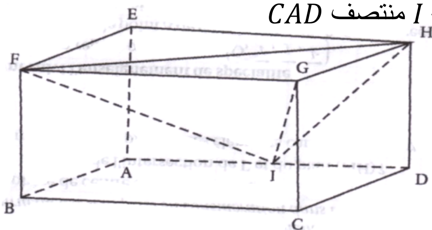
7- عين نقطة تقاطع المستقيم (BH) و المستوي (CFA)

8- عين تقاطع المستقيم (BH) و الكرة S

9- عين الوضع النسبي بين المستوي (CFA) و S

التمرين 03 :

نعتبر في الفضاء متوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ بحيث : $AB=1$ ، $AD=2$ ، $AE=1$ ، النقطة I منتصف CAD



الفضاء منسوب إلى معلم متعامد

و متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AE})$

1- عين إحداثيات
A , B , C , D , E , F , G , H ، I

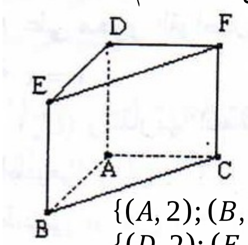
2- ليكن الشعاع $\vec{n}(2,1,-1)$
أ- برهن أن $\vec{n}$ ناظمي على المستوي (FIH)
ب- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (FIH)
ج- أحسب المسافة بين النقطة G و المستوي (FIH)
د- برهن أن المثلث FIH قائم في I
ه- برهن أن حجم الهرم $GFIH$ يساوي $\frac{1}{3}$

3- أ- هل المستقيم (AG) عمودي على المستوي (FIH) ؟
ب- عين تمثيلا وسيطيا لـ (AG)
ج- عين إحداثيات النقطة K نقطة تقاطع المستقيم (AG) و المستوي (FIH)

4- S سطح الكرة الذي مركزه G و يشمل K
عين الوضع النسبي بين S و المستوي (FIH)

التمرين 04 :

$ABCDEF$ موشـــور قائم ، قاعدته المثلث ABC القائم في A و متساوي الـــساقين ينـسب الفــــضاء إلى المـــعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$



1) عيـــن إحـــداثيات النقط :
A, B, C, D, E, F

2) عيـــن إحـــداثيات النـــقطتين G و H علما أن
G مـــرجح الجـــملة $\{(A,2);(B,1);(C,1)\}$
H مـــرجح الجـــملة $\{(D,2);(E,1);(F,1)\}$

3) عيـــن مجـــموعة النقط M من الفـــضاء بحيث
$$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=8$$
- أكتـــب معادلة ديكـــارتية لهـــذه المجموعة .

4) عيـــن مجـــموعة النقط M من الفضاء بحـــيث
$$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|2\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}\|$$
- أكتب معادلة ديكارتية لهذه المجموعة .

التمرين 05 :

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس المستويين (P_1) و (P_2) حيث :

(P_1) معرف بالمعادلة : $x+2y-z-2=0$

و (P_2) معرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=1+2m+t \\ y=1+m \\ z=5+m+t \end{cases}$ $\quad t\in\mathbb{R}$ ، $m\in\mathbb{R}$

1- أكتب معادلة لـ (P_2)
2- عين شعاعا ناظميا لـ P_1 و شعاعا ناظميا لـ P_2
3- بين أن P_1 و P_2 متعامدان .
4- أ) $A(3,1,1)$ نقطة من الفضاء عين المسافة d_1 بين A و P_1 ثم عين المسافة d_2 بين A و P_2
ب) استنتج المسافة d_3 بين A و المستقيم (Δ) تقاطع P_1 و P_2
5- أ) عين تمثيلا وسيطيا بدلالة λ للمستقيم (Δ) حيث λ وسيط حقيقي
ب) M نقطة كيفية من (Δ) أحسب MA^2 بدلالة λ مستنتجا مرة أخرى d_3

التمرين 06 :

$A(-6,2,-1)$ ، (P) المستوي الذي معادلته
$-5x+y-z-6=0$

1) بين أن $B(-1,1,0)$ هـــي المسقط العمودي لـ (A) على (P)
2) أحـــسب بطريقتين المـــسافة بـــين A و (P)

التمرين 07 :

$(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معـــــلم متـــعامد و متجانس $A(1,0,-1)$ ، $B(3,-1,2)$ ، $C(2,-2,-1)$ ثلاث نقـــط .

1- بيـــن أن : A,B,C تشـــكل مســـتويا .
2- برهن أن الشعاع $\vec{n}(2,1,-1)$ ناظمي على المستوي (ABC)
- استنتج معادلة لـ (ABC)
- $E(4,-1,-2)$ أحسب المسافة بين E و (ABC)
- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AE) .

3- نفرض المستقيم (Δ) المعرف بـ : $\begin{cases} x=0 \\ y=2+k \\ z=-1+k \end{cases}$

عمـــــــاري

PREPARATION CONTINUE BAC 2010

أ) عين نقطة من (D) و شعاع توجيه له .
ب) اشرح لماذا (D) محتوى في (ABC)

التمرين 08 : $France - avril\ 2007$

$(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ معلم متعامد و متجانس .

(P)المستوي المعرف بـ: $2x+y-2z+4=0$

$A(3,2,6)$ ، $B(1,2,4)$ ، $C(4,-2,5)$

1) بين أن النقط C,B,A من (P)
2) بين أن المثلث ABC قائم .
3) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من o و عمودي على (P)
4) k المسقط العمودي لـ o على (P) ، أحسب ok
5) نعتبر الجملة المثقلة التالية :
$\{(O,3);(A,1);(B,1);(C,1)\}$
أ- بين لماذا تقبل مرجحا G .
ب- عين مجموعة النقط M من الفضاء بحيث
$\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=6$

التمرين 09 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

(Δ) مستقيم معرف بـ : $\begin{cases} x=\lambda-1 \\ y=\lambda+1 \\ z=2 \end{cases}$

لتكن $A(0,1,3)$
أ- بين أن A لا تنتمي إلى (Δ)
ب- q المستوي الذي يشمل A و يعامد (Δ)
أكتب معادلة ديكارتية لـ q
ج- عين إحداثيات النقطة B تقاطع q و (Δ) .
د- أحسب عندئذ المسافة بين A و (Δ) .

التمرين 10 : $BAC\ 2009$ ع.ت

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط :

$A(2;3;-1)$ ، $B(1;-2;4)$ ، $C(3;0;-2)$ ، $D(1;-1;-2)$

و ليكن (π) المستوي المعرف بمعادلته الديكارتية :

$$2x-y+2z+1=0$$

أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية :

1. النقط A , B , C في استقامية .
2. (ABD) مستوي معادلة ديكارتية له :
$25x-6y-z-33=0$
3. المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π) .
4. المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1;1;-1)$

التمرين 11 : $BAC\ 2008$ رياضي

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
لتكن النقط $A(0,2,1)$ ، $B(-1,1,-3)$ ، $C(1,0,-1)$

1) أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C و تشمل النقطة A .
2) (D) مستقيم معرف بـ : $\begin{cases} x=-1-\lambda \\ y=1+2\lambda \\ z=-3+2\lambda \end{cases}$

أ- أكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل النقطة C و يعامد المستقيم (D) .
ب- أحسب المسافة بين C و المستقيم (D) .
ت- ماذا تستنتج فيما يتعلق بالوضع النسبي بين (D) و سطح الكرة S .

التمرين 12 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس نعتبر النقط $A(1,0,1)$ ، $B(0,2,1)$ ، $C(2,1,3)$

1) عين شعاع ناظمي على المستوي (ABC) بمركبات صحيحة
2) استنتج معادلة للمستوي (ABC) .
3) (S) سطح الكرة المعرف بالمعادلة $x^2+y^2-z^2-4x=0$
أ- عين المركز H و نصف القطر r لهذا السطح .
ب- أحسب المسافة بين H و المستوي (ABC) .
ت- استنتج الوضع النسبي للمستوي (ABC) و السطح (S) .
4) بين أن المستقيم المعرف بـ : $\begin{cases} y=\sqrt{2} \\ x-1=\frac{z+1}{2} \end{cases}$
يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين يطلب تحديدهما .

التمرين 13 :

في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ من الفضاء نعتبر المستوي (P) و سطح الكرة (S) المعرفين بـ :
$x-2y+2z-2=0$ و $x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$
-1 حدد مركز و نصف قطر سطح الكرة (S) .
-2 بين أن المستوي (P) مماس لسطح الكرة (S) .
-3 حدد نقطة تماس المستوي (P) و (S) .

التمرين 14 :

(P) و (q) مستويان حيث :
$(P): x+y=-1$ ، $(q): 2x+y+2z=0$

1) تحقق أن (P) و (q) يتقاطعان وفق مستقيم (D) يشمل النقطة $A(1,-2,0)$ و يوازي $\vec{V}(-2,2,1)$.
2) بين أن المستقيم (D) و المستوي (P') الذي معادلته : $4x+4y+z+3=0$ يتقاطعان .
3) استنتج حل الجملة : $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+y+2z=0 \\ 4x+4y+z+3=0 \end{cases}$

التمرين 15 : $BAC\ 2009$ ت.ر

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

(Δ) مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطي معطى بالجملة التالية : $t\in\mathbb{R}$

$\begin{cases} x=2t-1 \\ y=-t+2 \\ z=t+1 \end{cases}$ P مستو معرف بالمعادلة $x+3y+z+1=0$

عين في كل حالة الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التبرير .

1	A_1: النقطة $A(1,1,2)$ تنتمي إلى (Δ)	B_1: النقطة $B(-1,0,2)$ تنتمي إلى (Δ)	C_1: النقطة $C\left(0,\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (Δ)
2	A_2: $\vec{u}\left(-1,\frac{1}{2},\frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه (Δ)	B_2: $\vec{u'}(1,3,1)$ شعاع توجيه (Δ)	C_2: $\vec{u''}(3,1,0)$ شعاع توجيه (Δ)
3	A_3: (Δ) محتوى في P	B_3: (Δ) يقطع P	C_3: (Δ) يوازي P
4	A_4: المستوي Q_1 ذو المعادلة $x+3y+z-3=0$ يعامد P	B_4: المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x-y+\frac{1}{2}z=0$ يعامد P	C_4: المستوي Q_3 ذو المعادلة $x-y+2z+5=0$ يعامد P
5	A_5: المسافة بين النقطة $D(1,1,1)$ والمستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	B_5: المسافة بين النقطة $O(0,0,0)$ والمستوي P هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	C_5: المسافة بين النقطة $E(1,3,0)$ والمستوي P هي $\sqrt{11}$