

تمرين 16:

(u_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول $u_1 = -2$.

(1) اكتب عبارة الحد العام بدلالة n .

(2) احسب المجموع بدلالة n . $s_7 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_7$.

(3) لتكن (v_n) متتالية بحيث $v_n = u_{2n} \forall n \in \mathbb{N}$;

(أ) عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

احسب المجموع بدلالة n . $s'_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$.

$$u_n = -2 \times 3^{n-1}; s_7 = (1-3^7); v_1 = -6; v_n = -\frac{2}{3} \times 9^n; s'_n = \frac{3}{4}(1-3^{2n})$$

تمرين 17:

لتكن u_1, u_2, u_3 حدود متعاقبة لمتتالية هندسية متزايدة بحيث .

$$1) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_1 + 2u_2 + 3u_3 = 26 \end{cases}$$

(1) عين أساس المتتالية و الحدود u_1, u_2, u_3 ..

$$q = -1 / u_2 = -13; u_3 = 13; u_1 = 13; ; q = 1 / u_2 = u_3 = u_1 = 13$$

تمرين 18:

لتكن (u_n) المتتالية هندسية متزايدة ، حدها الأول u_0 وأساسها q حيث :

$$\begin{cases} u_1 \times u_2 \times u_3 = 216 \\ u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \end{cases}$$

(1) احسب u_2 و q ثم استنتج u_1 .

(2) اكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n .

(3) احسب المجموع : $s_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

$$(4) \text{ عين بحيث } s_n = \frac{728}{3}$$

$$q = 3; u_0 = \frac{2}{3}; u_1 = 2; u_2 = 2; u_3 = 18; u_n = 2 \times 3^{n-1}; n = 5$$

تمرين (BAC2014):

(1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) معرفة على بعدها العام : $u_n = e^{\frac{1}{2-n}}$ و e أساس اللوغاريتم النبري

(أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساس و حدها الأول.

(ب) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(ت) احسب بدلالة المجموع s_n حيث $s_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(2) نضع ، من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln(u_n)$ حيث \ln يرمز إلى اللوغاريتم النبري

(أ) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج نوع المتتالية (v_n)

(ب) احسب بدلالة n العدد p_n حيث : $p_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n)$

(ت) عين مجموعة قيم اعداد الطبيعي بحث : $p_n + 4n > 0$.

(1) احسب u_1 ، u_2 و u_3

(2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بحدها العام كمايلي :

$$v_n = u_n + 1$$

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

(3) عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(4) احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n$

(5) احسب بدلالة n المجموع :

(أ) s_n حيث: $s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

(ب) ثم s'_n حيث $s'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(ج) ثم p_n حيث $p_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

$$u_1 = \frac{21}{2^2}; u_2 = \frac{125}{2^3}; v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = \frac{5+5u_n}{2} = \frac{5}{2}(1+u_n) = \frac{5}{2}v_n; q = \frac{5}{2}; v_0 = 2; v_n = 2 \times \left(\frac{5}{2}\right)^n;$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = +\infty; s_n = \frac{-4}{3} \left(1 - \left(\frac{5}{2}\right)^n\right);$$

$$s'_n = (v_0 - 1) + (v_1 - 1) + \dots + (v_n - 1) = ((v_0) - 1) + ((v_1) - 1) + \dots + ((v_n) - 1)$$

$$s'_n = s_n + (-1) + (-1) + \dots + (-1) = \frac{-4}{3} \left(1 - \left(\frac{5}{2}\right)^n\right) + (n+1)(-1);$$

$$p_n = 2 \left(\frac{5}{2}\right)^0 + 2 \left(\frac{5}{2}\right)^1 + \dots + 2 \left(\frac{5}{2}\right)^n = (2)^{(n+1)} \times \left(\frac{5}{2}\right)^{0+1+2+3+\dots+n} = (2)^{(n+1)} \times \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{(n+1)(0+n)}{2}}$$

تمرين 21:

$$u_{n+1} = e^{-1}v_n; q = e^{-1}; u_0 = e^{\frac{1}{2}}; \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{1}{2}} \times e^{-n}\right) = \sqrt{e} \lim_{n \rightarrow +\infty} (e^{-n}) = 0; s_n = \sqrt{e} \left(\frac{1 - e^{-n-1}}{1 - e^{-1}}\right);$$

$$v_n = \ln \left(e^{\frac{1}{2-n}}\right) = \ln \left(e^{\frac{1}{2}} \times e^{-n}\right) = \ln(e^{\frac{1}{2}}) + \ln(e^{-n}) = \frac{1}{2} - nr = -1; v_0 = \frac{1}{2};$$

$$p_n = \ln u_0 + \ln u_1 + \dots + \ln u_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n = \left(\frac{n+1}{2}\right)(1-n) = \frac{-n^2+1}{2};$$

$$p_{n+4} = \frac{-n^2+1+8n}{2}, -n^2+1+8n > 0 \quad n \in [0, 8]$$

3-المتتالية المعرفة بالتراجع

تمرين 19:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \square بـ : $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

نضع : $v_n = u_n - 3$

(1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

(2) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) احسب بدلالة n المجموع : s_n حيث: $s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n$

$$v_{n+1} = \frac{1}{3}(v_n - 3); q = \frac{1}{3}; v_0 = 3; v_n = 3^{1-n}; \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0; \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n + 3) = 3; s_n = \frac{9}{2}(1 - 3^{-n-1}); \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{9}{2}$$

تمرين 20:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \square بـ : $u_0 = 1$ و $2u_{n+1} - 5u_n = 3$