

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2017

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 06 نقاط )

نعتبر الأعداد الطبيعية  $a, b, c$  حيث  $a=2016$  ،  $b=1437$  و  $c=1954$ 

- (1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد  $a, b, c$  على 5.
- (2) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد  $a+b+c$  ،  $a \times b \times c$  و  $b^4$  على 5.
- (3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $b^{4n} \equiv 1[5]$  .  
ب) استنتج أن العدد  $b^{2016} - 1$  يقبل القسمة على 5.
- (4) أ) تحقق أن:  $c \equiv -1[5]$  .  
ب) بين أن:  $c^{2017} + c^{1438} \equiv 0[5]$  .

التمرين الثاني: ( 06 نقاط )

متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، معروفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $u_1 = 20$  و  $u_7 = 320$ .

- (1) بين أن أساس المتتالية  $(u_n)$  هو 4 وحدها الأول هو 5.
- (2) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية  $(u_n)$  بدلالة  $n$  ثم استنتج قيمة حدها السابع.
- (3) أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي  $n$  المجموع  $S$  حيث  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  .  
ب) استنتج قيمة المجموع  $S'$  حيث  $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_6$  .

التمرين الثالث: ( 08 نقاط )

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{4x-3}{2x-2}$  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- (1) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 ،  $f(x) = 2 + \frac{1}{2x-2}$
- (2) أ) احسب النهايات التالية :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  .  
 ب) استنتج معادلتني المستقيمين المقاربين للمنحنى  $(C_f)$ .
- (3) أ) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 ،  $f'(x) = \frac{-2}{(2x-2)^2}$   
 ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (4) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حائلي محوري الإحداثيات.
- (5) اكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الإحداثيات 2 .
- (6) ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

**التصحيح المفصل لموضوع الرياضيات بكالوريا 2017** شعبة الآداب و الفلسفة و اللغات  
**الموضوع الاول**

**التمرين الأول :**

لدينا  $a = 2016$   $b = 1437$   $c = 1954$  .

(1) تعيين بواقي الأعداد  $a$  و  $b$  و  $c$  على 5

لدينا  $2016 \equiv 1[5]$  و منه  $a \equiv 1[5]$  باقي قسمة  $a$  على 5 هو 1

لدينا  $1437 \equiv 2[5]$  و منه  $b \equiv 2[5]$  باقي قسمة  $b$  على 5 هو 2

لدينا  $1954 \equiv 4[5]$  و منه  $c \equiv 4[5]$  باقي قسمة  $c$  على 5 هو 4

(2) مما سبق لدينا (1).....  $\begin{cases} a \equiv 1[5] \\ b \equiv 2[5] \\ c \equiv 4[5] \end{cases}$  بالجمع الجملة (1). نجد  $a+b+c \equiv 7[5]$  و  $7 \equiv 2[5]$  و منه  $a+b+c \equiv 2[5]$  باقي

قسمة  $a+b+c$  على 5 هو 2 .

بضرب الجملة (1) نجد  $abc \equiv 8[5]$  و  $8 \equiv 3[5]$  و منه  $abc \equiv 3[5]$  باقي قسمة  $abc$  على 5 هو 3 .

لدينا  $b \equiv 2[5]$  و منه  $b^4 \equiv 2^4[5]$  أي  $b^4 \equiv 16[5]$  و  $16 \equiv 1[5]$  و منه  $b^4 \equiv 1[5]$  باقي قسمة  $b^4$  هو 1 .

(3) أ) لدينا مما سبق  $b^4 \equiv 1[5]$  و منه بالرفع الى قوى  $n$  نجد  $b^{4n} \equiv 1[5]$  محققة

ب) لدينا  $2016 = 4 \times 504$  و هو من الشكل  $4n$  و منه  $b^{2016} \equiv 1[5]$  إذن  $b^{2016} - 1 \equiv 0[5]$  و منه  $b^{2016} - 1$  يقبل القسمة على 5 .

(4) أ) لدينا  $c \equiv -1[5]$  يكافئ ان  $c - (-1) = 1954 + 1 = 1955$  مضاعف للعدد 5 إذن  $c \equiv -1[5]$  محققة .

ب) بما أن  $c \equiv -1[5]$  فإن  $c^{2017} \equiv (-1)^{2017}[5]$  و  $c^{1438} \equiv (-1)^{1438}[5]$  بما أن العدد 2017

عدد فردي و 1438 عدد زوجي فإن  $\begin{cases} c^{2017} \equiv -1[5] \\ c^{1438} \equiv 1[5] \end{cases}$  بالجمع نجد  $c^{1438} + c^{2017} \equiv 1 + (-1)[5]$

و منه  $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$  .

**التمرين الثاني :**

( $u_n$ ) متتالية هندسية حيث  $u_1 = 20$  و  $u_3 = 320$  .

(1) تبين أن أساس المتتالية هو  $q = 4$  و حدها الاول هو 5 لدينا  $u_3 = u_1 \cdot q^{3-1}$  أي ان  $u_3 = u_1 \cdot q^2$  و منه

$$q^2 = \frac{u_3}{u_1} = \frac{320}{20} = 16 \quad \text{بما حدود المتتالية موجبة يعني ان } q = 4 .$$

$$\text{الحدها الأول هو } u_0 = \frac{u_1}{q} = \frac{20}{4} = 5 .$$

(2) عبارة الحد العام هي  $u_n = u_0 \cdot q^n = 5 \times 4^n$  . الحد السابع هو  $u_6 = 5 \times 4^6 = 20480$  .

$$(3) \text{ أ-حساب المجموع : } S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_0 \left[ \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \right] = 5 \left[ \frac{4^{n+1} - 1}{4 - 1} \right] = \frac{5}{3} (4^{n+1} - 1)$$

$$\text{ب- من الجزء أ- نستنتج ان } S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_6 = \frac{5}{3} (4^7 - 1) = 27305$$

**الاستاذ : جواليل أجمد - ثانوية الشيخ أمود - تمنغست**

### التمرين الثالث :

$$f(x) = \frac{4x-3}{2x-2}$$

(1) التحقق انه من اجل كل عدد حقيقي يختلف عن 1 فإن  $f(x) = 2 + \frac{1}{2x-2}$  بتوحيد المقامات نجد

$$f(x) = \frac{4x-4}{2x-2} + \frac{1}{2x-2} = \frac{4x-3}{2x-2}$$

(2) أ) حساب النهايات  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x}{2x} = \frac{4}{2} = 2$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{2x} = \frac{4}{2} = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{2x-2} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{2x-2} = -\infty$$

ب) من النهايات السابقة نستنتج ان  $x=1$  معادلة المستقيم المقارب العمودي للمنحنى  $(C_f)$  و  $y=2$  معادلة المستقيم المقارب أفقي للمنحنى  $(C_f)$ .

(3) أ) المشتقة :  $f'(x) = \frac{4 \times (-2) - (-3)(2)}{(2x-2)^2} = \frac{-8+6}{(2x-2)^2} = \frac{-2}{(2x-2)^2}$  محققة .

ب) مما سبق المشتقة سالبة على المجالين  $]1; +\infty[$  و  $]-\infty; 1[$  و منه نستنتج ان الدالة  $f$  متناقصة على المجالين  $]1; +\infty[$  و  $]-\infty; 1[$ .

جدول تغيراتها

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		—	—
$f(x)$	2	$+\infty$	2

(4) ايجاد نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل : نحل المعادلة  $f(x)=0$  يكافئ  $\frac{4x-3}{2x-2}=0$  يكافئ  $4x-3=0$  و  $2x-2 \neq 0$

$$A \left( \frac{3}{4}; 0 \right) \text{ و منه نقطة التقاطع هي } \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ \text{و} \\ x \neq 1 \end{cases} \text{ أي ان}$$

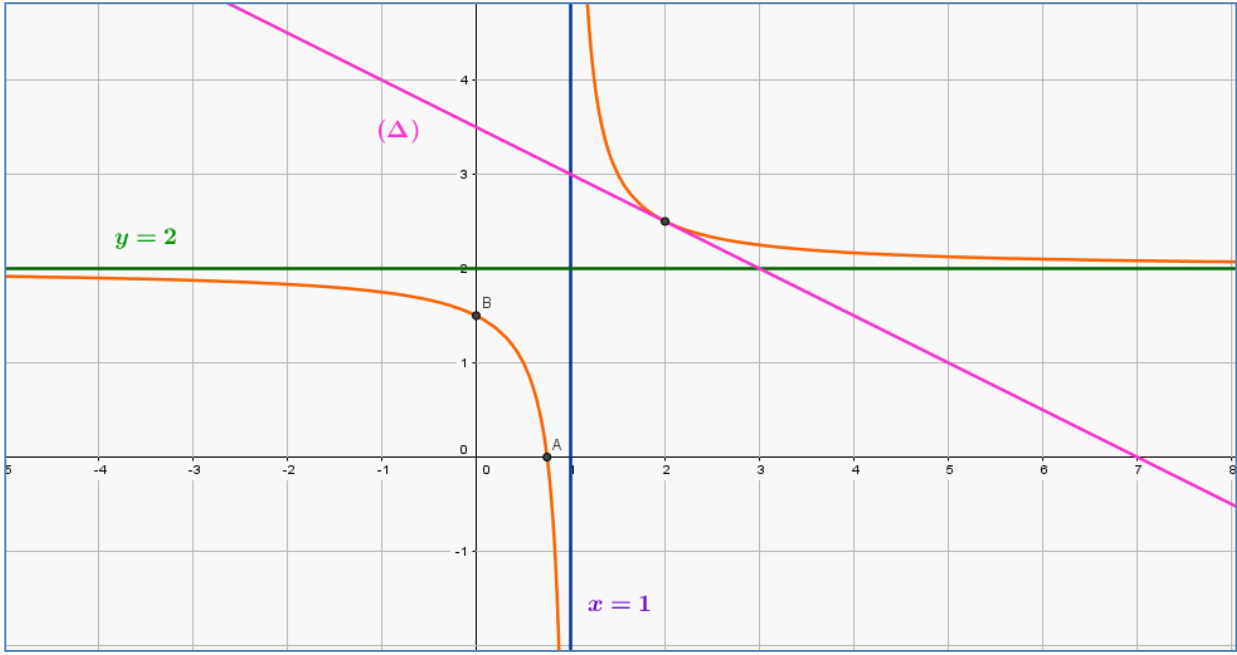
نقطة التقاطع مع حامل محور الترتيب يعني نحسب  $f(0) = \frac{4(0)-3}{2(0)-2} = \frac{3}{2}$  و منه نقطة التقاطع هي  $B \left( 0; \frac{3}{2} \right)$

(5) معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2 هي  $y = f'(2)(x-2) + f(2)$  و لدينا

$$f'(2) = \frac{-2}{(2(2)-2)^2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad f(2) = \frac{4(2)-3}{2(2)-2} = \frac{8-3}{4-2} = \frac{5}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \quad \text{أي} \quad y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{2} + \frac{5}{2} \quad \text{و منه} \quad y = -\frac{1}{2}(x-2) + \frac{5}{2}$$

الاستاذ : جواليل أجمد - ثانوية الشيخ أمود - تمنغست



الاستاذ : جواليل أحمد- ثانوية الشيخ أمود – تمنغست