

## الاختبار التجريبي (01) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$$A(0; 2; 2), B(1; 4; 3), C(2; -1; 4) \text{ و الشعاع } \vec{n}(1; -3; -2).$$

1. عين التمثيل الوسيطى للمستقيم  $(AB)$

2. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(p)$  الذي يشمل النقطة  $C$  و يعامد الشعاع  $\vec{n}$ .

3. عين تقاطع المستقيم  $(AB)$  و المستوي  $(p)$

4. ليكن المستوي  $(Q)$  ذو المعادلة الديكارتية :  $x + 2y + z = 0$

1. بين أن المستقيم  $(AB)$  عمودي على المستوي  $(Q)$

2. بين أن المستويين  $(p)$  و  $(Q)$  متقاطعان ثم حدد التمثيل الوسيطى لـ  $(\Delta)$  مستقيم تقاطعهما

## التمرين الثاني :

1. نعتبر النقط  $I, B, A$  ذات اللاحقات  $z_I = 1 - 2i, z_B = -3, z_A = 3 + 2i$

أ. علم النقط  $I, B, A$

ب. اكتب على الشكل الجبري العدد المركب  $\frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$  و استنتج طبيعة المثلث  $IAB$

ج. احسب  $z_C$  لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $I$  بالتحاكي الذي مركزه  $A$  و نسبته 2

د. لتكن  $D$  مرجح الجملة  $\{(A, 1), (B, -1), (C, 1)\}$  احسب  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$

هـ. بين أن الرباعي  $ABCD$  مربع

2. عين  $T_1$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي :  $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \frac{1}{2} \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$

3. نعتبر  $T_2$  النقط من  $M$  من المستوي حيث :  $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 4\sqrt{5}$

أ. بين أن النقطة  $B$  تنتمي إلى المجموعة  $T_2$

ب. عين  $T_2$  ; ثم أنشئ  $T_1$  و  $T_2$

## التمرين الثالث :

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بالحد الأول  $u_0$  و بالعلاقة  $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - \frac{3}{4}$  حيث  $n \in \mathbb{N}$

1./ عين  $u_0$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة ثم احسب  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

2/. فيما يلي نعتبر :  $u_0 = 0$

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n \geq -1$  ثم ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

2. استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة ثم احسب نهاية  $(u_n)$  عندما  $n$  يؤول إلى  $+\infty$

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_n = u_n + \alpha$

أ- عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول

ب- عبر عن  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج ثمانية، نهاية المتتالية  $(u_n)$

ج- احسب بدلالة المجموع :  $S_n = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$

د- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : p_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n(n+1)}$

التمرين الرابع:

I. لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $R$  بـ:  $h(x) = e^x + 2 - x$

1- احسب:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ .

2- ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$ . ثم شكل جدول تغيراتها.

3- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $h(x) > 0$

II. نعتبر الدالة المعرفة على المجال  $R$  بـ:  $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$

و  $(C_f)$  هو تمثيلها البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \bar{i}, \bar{j})$ .

1) احسب:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2) اثبت أن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f'(x) = e^{-x}h(x)$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ . ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حل وحيدا  $\alpha$  حيث:  $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ .

5) بين أن المستقيم  $y = x$  :  $(\Delta)$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$ .

6) ادرس الوضعية النسبية للمستقيم  $(\Delta)$  بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$ .

7) اثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $\omega$  يطلب تعيين إحداثياتها.

8) تحقق أن:  $(e^3 - 1)x - e^3y + 5 = 0$  هي معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $\omega$ .

9) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  و المماس  $(T)$ .

## الاختبار التجريبي (02) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط:

$A(-1; 2; 1)$ ،  $B(2; 1; 3)$  و  $C(0; -1; 2)$ ، و لتكن  $(p)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء حيث:  $AM = BM$

1- بين أن  $(p)$  هو المستوي الذي معادلته:  $3x - y + 2z - 4 = 0$

2- عين معادلة للمستوي  $(Q)$  الذي يشمل  $A$  و يوازي  $(p)$ .

3- أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(D)$  الذي يشمل  $C$  و يعامد  $(p)$

ب- عين إحداثيات  $E$  نقطة تقاطع  $(Q)$  و  $(D)$ .

ج- احسب المسافة بين النقط  $A$  و المستقيم  $(D)$ .

4- أ- عين تمثيلا وسيطيا للمستوي  $(\pi)$  الذي يحوي المستقيم  $(AC)$  و يعامد المستوي  $(p)$ .

ب- استنتج معادلة له.

## التمرين الثاني :

ليكن  $p$  كثير الحدود للمتغير المركب  $Z$  حيث:  $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + \sqrt{3}i)z - 8i$

1. بين أن المعادلة  $P(Z) = 0$  تقبل حلا تخيليا صرفا  $z_0$  يطلب تعيينه.

2. حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة  $P(z) = 0$ .

3. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر:  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$A, B, C$  نقط من المستوي لواحقها على الترتيب  $2i, \sqrt{3} + i, \sqrt{3} - i$

أ. اكتب  $\frac{z_B}{z_C}$  على الشكل الجبري ثم استنتج طبيعة المثلث  $OBC$

ب. بين أن:  $\overline{AB} = \overline{OC}$

ج. احسب الجداء  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC}$  ثم استنتج طبيعة الرباعي  $OABC$

4. نعتبر  $S$  التحويل النقطي للمستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحقة  $Z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $Z'$

حيث:  $Z' = (-1 + i)Z + 1 - 3i$

أ. عين طبيعة التحويل  $S$  وعناصره المميزة.

ب. عين طبيعة التحويل  $S_0S$  وعناصره المميزة.

### التمرين الثالث :

$$\begin{cases} u_1 = e^2 \\ u_{n+1} = \sqrt{e^{-1}u_n} \end{cases}$$

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  متتالية عددية حدودها موجبة معرفة كما يلي :

نعتبر المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  المعرفة كما يلي :  $v_n = \frac{1+\ln u_n}{2}$

1. أثبت أن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حدودها الأول

2. اكتب  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$ .

3. ادرس تقارب المتتالية  $(u_n)$ .

4. احسب الجداء  $S$  بدلالة  $n$  حيث :  $S = u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_n$

5. ما هي طبيعة المتتالية  $(t_n)$  حيث :  $t_n = \ln v_n$

### التمرين الرابع :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2 \ln x$$

(I) لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:

(1) احسب  $g(1)$  و ادرس تغيرات الدالة  $g$

(2) استنتج أن من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $g(x) > 0$ .

$$f(x) = x + \frac{2 \ln x}{x}$$

(II)  $f$  دالة عددية معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:

$(c_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  الوحدة  $(1cm)$ .

(1) ا- احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن المنحنى  $(c_f)$  يقلب المستقيم  $(D)$  ذا المعادلة  $y = x$  مقاربا مائلا له عند  $+\infty$ .

ج- حدد وضعية المنحنى  $(c_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(D)$ .

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، وشكل جدول تغيراتها.

(3) أ- بين أنه يوجد مماس وحيد  $(\Delta)$  للمنحنى  $(c_f)$ ، مواز للمستقيم  $(D)$ .

ب- اكتب معادلة  $(\Delta)$ .

ج- بين أن المنحنى  $(c_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $\frac{1}{2} < \alpha < 1$ .

د- أنشئ المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$  والمنحنى  $(c_f)$ .



## الاختبار التجريبي (03) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

$(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  مستقيمان من الفضاء معرفان بتمثيليهما الوسيطيين التاليين:

$$(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 - t' \\ z = 4 + 2t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}) \quad \text{و} \quad (\Delta_1): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

1- أ. عين إحداثيات النقطة  $B$  تقاطع المستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$ .

ب. عين تمثيلا وسيطيا للمستوي  $(p)$  المعين بالمستقيمين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$ .

2- أ. أثبت أن النقطة  $A(6; 4; 4)$  لا تنتمي إلى المستوي  $(p)$ .

ب. بين أن النقطة  $B$  هي المسقط العمودي للنقطة  $A$  على المستوي  $(p)$ .

3- أ. عين معادلة ديكرتية للمستوي  $(Q)$  الذي يشمل النقطة  $A$  و  $\vec{n}(5; 1; -7)$  شعاع ناظمي له.

ب. عين إحداثيات  $C$  و  $D$  نقطتي تقاطع  $(Q)$  مع كل من  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  على الترتيب.

4- أ. عين طبيعة المثلث  $BCD$ . ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$ .

ب. استنتج مساحة المثلث  $ACD$ .

## التمرين الثاني :

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  نعتبر المعادلة  $Z = \frac{3i(Z+2i)}{Z-2+3i}$

1. حل في المعادلة.

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  نعتبر النقط  $A, B$ . صور الأعداد

$$Z_B = 1 - i\sqrt{5}, \quad Z_A = 1 + i\sqrt{5}$$

2. تحقق أن النقطتين  $A, B$  ينتميان إلى نفس الدائرة التي مركزها  $O$  يطلب إيجاد نصف قطرها.

3. في المستوي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحقة  $Z$ ، النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $Z'$  حيث :

$$Z' = \frac{3i(Z+2i)}{Z-2+3i} \quad \text{النقط لواحقها } E, D, C \quad \text{على الترتيب } Z_C = -2i \quad \text{و} \quad Z_D = 2 - 3i \quad \text{و} \quad Z_E = 3i$$

و  $(\Delta)$  محور القطعة  $[CD]$ .

أ. عبر عن المسافة  $OM'$  بدلالة  $CM$  و  $DM$ . استنتج انه من اجل كل نقطة  $M$  من  $(\Delta)$  فان النقطة  $M'$  تنتمي الى الدائرة  $(C)$  (يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .  
تحقق أن  $E$  تنتمي الى الدائرة  $(C)$  .

### التمرين الثالث :

$$1. \text{ احسب } u_2, u_1. \quad \begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2 \end{cases}$$

2. اثبت بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن :  $u_n > 1$

3. نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة :  $v_n = \ln(u_n - 1)$

(أ) اثبت أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب إيجاد أساسها و حدها الأول

(ب) احسب بدلالة  $n$  كلا من  $u_n$  و  $v_n$

(ج) أوجد أصغر عدد طبيعي  $n$  بحيث يكون  $u_n > 955$

### التمرين الرابع :

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $R$  كما يلي :  $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

1. بين ان  $g$  متزايدة تماما على  $R$  (لا يطلب حساب النهايات).

2. بين أن للمعادلة  $g(x) = 0$  حلا وحيدا  $\alpha$  بحيث :  $0.35 < \alpha < 0.38$ . ثم استنتج إشارة الدالة  $g$ .

(II)  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $R$  كما يلي :  $f(x) = x - 2 + (x^2 + 2)e^{-x}$

$(C_f)$  هو المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2. أ. اثبت أن من اجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا :  $f'(x) = g(x)$

ب. ادرس إشارة  $f'$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته :  $y = x - 2$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  في جوار  $+\infty$ . ثم ادرس وضعيته.

4. جد معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5. بين أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلا وحيدا  $\beta$  بحيث :  $0.8 < \beta < 0.9$ .

6. أنشئ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و  $(T)$ . تأخذ  $f(\alpha) \approx -0.15$

7. لتكن  $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$  اوجد الأعداد الحقيقية  $a$  و  $b$  و  $c$  حتى تكون الدالة  $H$  أصلية لدالة  $k$

حيث  $k(x) = (x^2 + 2)e^{-x}$ . ثم استنتج أصلية الدالة  $f$

## الاختبار التجريبي (04) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$$A(1; -2; 5), B(2; 2; -1) \text{ و } C(-1; 3; 1) \text{ و المستوى } (p) \text{ الذي معادلته : } 14x + 16y + 13z - 47 = 0$$

1- أ. تحقق أن  $A$  و  $B$  و  $C$  ليست في استقامة .

ب. بين أن المستوى  $(ABC)$  هو المستوى  $(p)$ .

2 - ج. تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(AB)$  .

3 - أ. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري  $(Q)$  للقطعة  $[AB]$ .

ب. تحقق أن  $D(-1; -2; \frac{1}{4})$  تنتمي الى المستوي  $(Q)$ .

ج. احسب المسافة بين النقط  $D$  والمستقيم  $(AB)$  .

## التمرين الثاني :

ليكن  $p$  كثير الحدود للمتغير المركب  $Z$  حيث :  $P(z) = z^3 - 5z^2 + 12z - 8$

1. بين أن 1 حلا للمعادلة  $P(z) = 0$ .

2. أوجد العددين الحقيقيين  $a, b$  حيث من أجل كل  $Z$  من مجموعة الأعداد المركبة :  $P(Z) = (Z - 1)(Z^2 + az + b)$

3. استنتج حلول المعادلة  $P(Z) = 0$

4. المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر:  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  و  $A, B, C$  نقط من المستوى لواحها  $z_A = 2 + 2i, z_B = 2 - 2i, z_C = 1$  على الترتيب

أ. علم النقط  $A, B, C$

ب. اكتب  $Z_A$  و  $Z_B$  على الشكل الأسّي. ثم اوجد قيمة العدد طيعي  $n$  حتى يكون  $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$  تخيلي صرفا.

5. أ. عين لاحقة النقط  $D$  صورة النقط  $B$  بالتحاكي  $f_i$  الذي مركزه  $C$  ونسبته  $-3$

ب. عين لاحقة النقط  $E$  صورة النقط  $B$  بالدوران  $r$  الذي مركزه  $O$  وزاويته  $-\frac{\pi}{2}$

6. اكتب العدد المركب  $\frac{z_D - z_A}{z_E - z_A}$  على الشكل الجبري. استنتج طبيعة المثلث  $ADE$

7. أ. لتكن  $I$  منتصف القطعة  $[DE]$  و  $H$  نظيرة  $A$  بالنسبة الى  $I$ . عين طبيعة الرباعي  $ADHE$  مع التبرير

ب. عين  $(T)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي :  $\|\vec{MA} + \vec{MD} + \vec{MH} + \vec{ME}\| = 4\|\vec{MI} - \vec{MA}\|$

### التمرين الثالث :

1)  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية هندسية متزايدة حدها الأول  $u_1$  و أساسها  $r$ .

أ- عين  $u_2$  و  $r$  استنتج الحد الأول  $u_1$  علما أن :  $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1 \times u_2 \times u_3 = 216 \end{cases}$

ب- اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب المجموع :  $s_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

ثم عين قيمة العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون :  $s_n = 728$

2) لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_{n+1} = u_n + \frac{3}{2}v_n$

أ- احسب  $v_2, v_3$

ب- لتكن المتتالية  $(w_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ب :  $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$

- برهن أن  $(w_n)$  متتالية هندسية .

- عبر عن  $w_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $v_n$  بدلالة  $n$

### التمرين الرابع :

الجزء الأول:  $g$  دالة معرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = \frac{x}{x+1} - 2 \ln(x+1)$

1) احسب كلا من:  $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  بحيث:  $-0.72 < \alpha < -0.71$ .

4) احسب  $g(0)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]-1; +\infty[$ .

الجزء الثاني:  $f$  دالة معرفة على المجال  $]-1; 0[ \cup ]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$

وليكن  $(c_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  الوحدة  $(2cm)$

1) احسب النهايات على المجالين :  $]-1; 0[ \cup ]0; +\infty[$ .

2) بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]-1; 0[ \cup ]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{xg(x)}{x^4}$

3) استنتج إشارة الدالة  $f'$  و شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن  $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$  ثم عين حصرًا للعدد  $f(\alpha)$  سعته  $10^{-2}$ . ثم انشئ المنحنى  $(c_f)$

5) ناقش بيانًا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :  $mx^2 - \ln(x+1) = 0$

6) أ- احسب الدالة المشتقة لدالة  $h$  حيث:  $h(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$

ب- استنتج الدالة الأصلية لدالة  $g$  والتي تحقق الشرط  $G(0) = 1$ .



## الاختبار التجريبي (05) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

$A$  و  $B$  و  $C$  ثلاث نقط من الفضاء حيث :  $A(0; -1; 1)$  ،  $B(1; 3; 2)$  ،  $C(-1; 3; 4)$  .

1- أ. احسب الجداء السلمي  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ . ثم استنتج القيمة المدورة الى الوحدة ، بالدرجات للزاوية  $\widehat{BAC}$  .

ب. بين أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  تعين مستوي.

2- أ. بين أن الشعاع  $\vec{n}(2; -1; 2)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$ .

ب. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي  $(ABC)$ .

3- ليكن  $(S)$  سطح الكرة الذي معادلته :  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z + 5 = 0$

نسمي  $\Omega$  و  $R$  مركز ونصف قطر سطح الكرة  $(S)$ . احسب  $R$  وعين احداثيات  $\Omega$  .

4- أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين  $(p_1)$  و  $(p_2)$  مماسي سطح الكرة  $(S)$  والموازيين للمستوي  $(ABC)$

## التمرين الثاني :

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  ، النقط  $A, B, C, D$  التي لاحتقاتها على الترتيب :

$$z_D = \overline{z_C} \text{ و } z_C = -2i \text{ و } z_B = 2 - 2i \text{ و } z_A = 3 - i$$

1. أ. علم النقط  $A, B, C, D$  .

ب. نضع  $z = \frac{z_D - z_C}{z_B - z_C}$  اكتب  $z$  على الشكل الجبري و الشكل الأسّي. ثم استنتج طبيعة المثلث  $BCD$ .

ج. عين مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون العدد  $z^n$  حقيقيا سالبا تماما.

2. ليكن  $S$  التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحقة  $z$  ، النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$

$$z' = (1 - i)z + 2i \quad \text{حيث :}$$

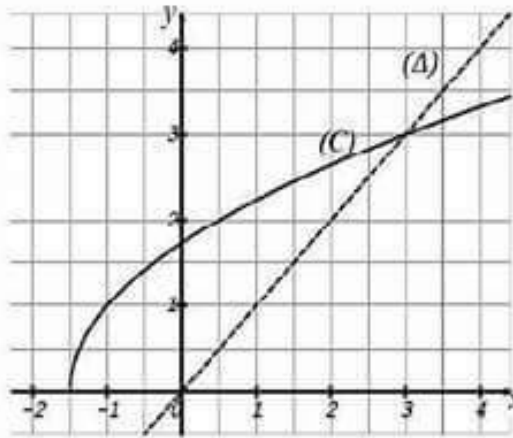
أ. عين طبيعة التحويل  $S$  وعناصره المميزة . النسبة والزاوية والمركز  $w$

ب. لتكن  $z_w$  لاحقة النقطة  $w$ . بين أن :  $z' - z = i(z_w - z)$

ج. استنتج طبيعة المثلث  $WMM'$

د. عين  $(E)$  مجموعة  $M$  النقط ذات اللاحقة  $z$  والتي تحقق :  $|z - z_A| = |\bar{z} - z_C|$

### التمرين الثالث :



لكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بحدّها الأول  $u_0 = 1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$

1. ليكن المنحنى البياني على المجال  $[-\frac{3}{2}; +\infty[$  كما يلي

$h(x) = \sqrt{2x+3}$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني و  $(\Delta)$

المستقيم الذي معادلته  $y = x$

أ. مثل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  على البيان

ب. ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها

2. برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < u_n < 3$

3. ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

4. استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

### التمرين الرابع :

المنحنى  $C$  المقابل هو التمثيل البياني لدالة  $g$  المعرفة على  $]-1, +\infty[$  كما يلي:

$$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$

2. شكل جدول تغيرات الدالة  $g$

3. بين أن الدالة  $g$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  من المجال  $]-1, +\infty[$

4. استنتج إشارة الدالة  $g$

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$$

II - دالة معرفة على  $]-1, +\infty[$

وليكن  $(C_f)$  منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \bar{i}, \bar{j})$ .

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D$  فإن  $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$

2. عين دون حساب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  وفسر النتيجة بيانياً.

3. ادرس تغيرات الدالة  $f$ .

4. بين أن  $f(\alpha) = \frac{3}{(\alpha+1)^2}$  استنتج حصراً  $f(\alpha)$ .

5. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$

ثم ادرس وضعيته بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$

6. اكتب  $f(x)$  على الشكل  $f(x) = x + a + \frac{b}{(x+1)^2}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان

7. عين  $F$  الدالة الأصلية لدالة  $f$  على المجال  $]-1, +\infty[$  والتي تحقق :  $F(1) = 2$

## اختبار تجريبي (06) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

نعتبر النقط من الفضاء  $A(1; 1; 1)$  ،  $B(3; 1; 0)$  و  $C(-1; 0; 1)$  و  $D(2; 0; 1)$

$$(t \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -5 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad \text{لدينا تمثيل وسيطي للمستقيم } (\Delta) \text{ هو :}$$

اجب بصحيح أو خطأ مع التبرير :

1. النقطة  $A$  تنتمي الى المستقيم  $(\Delta)$ .  
2. المستقيمان  $(\Delta)$  و  $(BC)$  متعامدان

3. المستوي  $ABC$  معادلته  $x - 2y + 2z - 1 = 0$

4. نظيرة النقطة  $D$  بالنسبة للمستوي  $(ABC)$  هي النقطة  $E(-1; 6; -5)$

5. إحداثيات مرجح الجملة  $\{(A, 2), (B, -1), (C, 1)\}$  هو النقطة  $G(-1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2})$

6. مجموعة النقط  $M$  من الفضاء  $\|\overrightarrow{2MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 6$  هي سطح كرة نصف قطرها  $R = 6$

## التمرين الثاني :

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة  $(z - i)(z^2 - 4z + 13) = 0$ .

2-  $A, B, C, D$  نقط لواحقها  $z_A = i$   $z_B = 2 + 3i$   $z_C = 2 - 3i$   $z_D = 2 - i$  لي الترتيب

أ. اكتب العدد المركب  $a = \frac{z_D - z_B}{z_A - z_B}$  على الشكل الأسّي

ب. أوجد قيمة العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون من أجلها العدد المركب  $a^n$  تخيلي صرفا.

3. أ. اكتب العبارة المركبة لتشابه المباشر  $T$  الذي يترك النقطة  $B$  صامدة و يحول النقطة  $A$  إلى النقطة  $D$

ب. استنتج عناصره المميزة

ج. عين  $z_G$  لاحقة النقطة  $G$  صورة النقطة  $C$  بالتشابه المباشر  $T$

د. عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  بحيث:  $z - z_G = K\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$  حيث:  $K \in \mathbb{R}$

4. عين  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  والتي تحقق:  $z = z_D + 2e^{\theta i}$  عندما  $\theta$  يتغير على  $R$

ثم تحقق أن  $C$  النقطة تنتمي الى  $(\Gamma)$

5. عين  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة غير المعدومة  $z$  بحيث  $\arg\left(\frac{z}{2}\right) = 2k\pi$  حيث  $k \in \mathbb{Z}$

(العدد  $\bar{z}$  هو مرافق العدد  $z$ )

### التمرين الثالث :

$\alpha$  عدد حقيقي موجب تماما و يختلف عن 1 .

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة ب :  $u_0 = 6$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \alpha u_n + 1$

$(v_n)$  متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ب :  $v_n = u_n + \frac{1}{\alpha-1}$

1. أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\alpha$

ب- اكتب بدلالة  $n$  و  $\alpha$  ، عبارة  $v_n$  ثم استنتج بدلالة  $n$  و  $\alpha$  ، عبارة  $u_n$

ج- عين قيم العدد الحقيقي  $\alpha$  التي تكون من أجلها المتتالية  $(u_n)$  متقاربة

2. نضع  $\alpha = \frac{3}{2}$

- احسب بدلالة  $n$  ، المجموعين  $S_n$  و  $T_n$  حيث :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و

والمجموع  $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

### التمرين الرابع:

(I) لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $R$  كما يلي:  $f(x) = 2 + (2 - x)e^{2x}$

$(C_f)$  هو المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المعلم المتعامد  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 2cm$  و  $\|\vec{j}\| = 1cm$

1. احسب:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. أ. استنتج ان  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته

ب. ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم المقارب  $(\Delta)$

3. احسب  $f'$  ثم ادرس اشارة  $f'$  وشكل جدول تغيرات  $f$

4. أ. اكتب معادلة المماس  $T$  للمنحنى  $(C_f)$  عند الفاصلة 0

ب. بين أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلا وحيدا  $\alpha$  بحيث:  $2 < \alpha < 2.1$

ج. أنشئ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و  $(T)$ .

5. لتكن الدالة  $G$  المعرفة على  $R$  بـ  $G(x) = (ax + b)e^{2x}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان .

أ. عين  $a$  و  $b$  حتى تكون  $G$  أصلية لدالة  $g$  حيث  $g(x) = (2 - x)e^{2x}$

ب. استنتج الدالة الأصلية  $F$  لدالة  $f$  على  $R$  والتي تنعدم من أجل القيمة 0

ج. احسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $x = -2$  و محور الترتيب

والمستقيم المقارب  $(\Delta)$



## الاختبار التجريبي (07) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقطة  $A(-3; 4; 4)$  و المستويين  $(Q): 3x - 2y + z - 1 = 0$ 

$$\begin{matrix} \alpha \in \mathbb{R} \\ \beta \in \mathbb{R} \end{matrix} \quad \begin{cases} x = 1 + 3\alpha + \beta \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 4 + \alpha + \beta \end{cases} \quad (p) \text{ المستوي المعروف بتمثيله الوسيطى}$$

(1) أكتب معادلة المستوي  $(p)$ (2) بين ان المستويين  $(p)$  و  $(Q)$  متعامدان .(3) أ. أحسب المسافة بين النقطة  $A$  والمستوي  $(p)$  والمسافة بين النقطة  $A$  والمستوي  $(Q)$ ب. استنتج المسافة  $d$  بين النقطة  $A$  والمستقيم  $(\Delta)$ . تقاطع المستويين  $(p)$  و  $(Q)$ (4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  بدلالة  $t$  حيث أن  $t$  عدد حقيقي.(5). لتكن  $M(-2 + t; -7 + 4t; -7 + 5t)$  نقطة كيفية من المستقيم  $(\Delta)$ . و  $f(t) = AM^2$ أ. بين أن  $f$  تقبل قيمة حدية صغرى  $f(t_0)$  يطلب تعيين  $t_0$  و  $f(t_0)$ .ب. تحقق أن :  $d = \sqrt{f(t_0)}$ 

## التمرين الثاني :

1. أوجد العددين  $z_1, z_2$ 

$$\begin{cases} z_1 + 4z_2 = 2 - 2\sqrt{3} \\ z_1 + 4iz_2 = -(2 + 2\sqrt{3})i \end{cases}$$

2. نعتبر في المستوي المركب  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقط  $A, B, C$  لواحقها على الترتيب  $z_A = 2 - 2i$ ,

$$z_B = \frac{1}{2}(-\sqrt{3} + i) \text{ و } z_C = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$$

- اكتب  $z_A, z_B$  على الشكل المثلثي3. نعتبر الدوران  $R$  الذي مركزه  $O$  و زاويته  $\frac{5\pi}{6}$  الذي يرفق بكل  $M(z)$  النقطة  $M'(z')$ أ. بين أن الكتابة المركبة للدوران هي :  $z' = z_B z$ ب. تحقق من أن النقطة  $C$  هي صورة النقطة  $A$  بالدوران  $R$ ج. بين أن :  $\arg(z_C) = \arg(z_B) + \arg(z_A) + 2K\pi$  و استنتج عمدة العدد  $z_C$

### التمرين الثالث :

1/ نعرف  $(u_n)$  بالعلاقة  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{1}{2}$

لتكن  $f$  الدالة الممثلة بالعلاقة :  $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$

1. باستعمال  $y = x$  :  $(\Delta)$  مثل على محور الفواصل الحدود  $u_1, u_2, u_3$  و  $u_4$

2. أعط تخميناً حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية  $(u_n)$

2/ نعرف  $(v_n)$  بالعلاقة  $v_n = \ln\left(u_n + \frac{3}{2}\right)$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل  $n$  :  $u_n + \frac{3}{2} > 0$

2. استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

3. بين أن  $(v_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

4. اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

5. احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  و ماذا تستنتج ؟

### التمرين الرابع :

(I) دالة عددية معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  :  $g(x) = a + \frac{b}{x} - \ln x$  .  $(c_g)$  منحناها البياني

1- عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حيث المنحنى  $(c_g)$  يشمل النقطة  $A(1; -1)$  ويقبل مماساً عند النقطة

التي فاصلتها 2 موازي لمحور الفواصل

2- نفرض  $a = 1$  و  $b = -2$

أ. ادرس تغيرات الدالة على مجال  $]0; +\infty[$  ثم استنتج إشارتها على  $]0; +\infty[$ .

ب. تحقق أن :  $H(x) = x \ln x - x$  أصلية لدالة  $h(x) = \ln x$  على المجال  $]0; +\infty[$

ج. استنتج الدالة الأصلية لدالة  $g$  بحيث  $G(1) = 0$ .

(II)  $f$  دالة عددية معرفة على المجال  $]0; 2[ \cup ]2; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x-2}$

$(c_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  الوحدة  $(1cm)$ .

1 أ- أحسب النهايات على أطراف مجال التعريف ثم فسر النتائج بيانياً .

ب- بين أن المنحنى  $(c_f)$  يقبل المستقيم  $(D)$  ذا المعادلة  $y = x - 1$  مقارباً مائلاً له عند  $+\infty$ . ثم ادرس وضعيته.

2 أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; 2[ \cup ]2; +\infty[$  :  $f'(x) = 1 - \frac{g(x)}{(x-2)^2}$

ب- استنتج إشارة  $f'$  ثم شكل جدول التغيرات  $f$ .

3 أحسب  $f(1)$  ثم بين أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلاً وحيداً  $\alpha$  بحيث :  $2.5 < \alpha < 2.6$ .

4 انشئ  $(c_f)$  و  $(D)$ .

## الاختبار التجريبي (08) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط  $A(-1; 0; 2)$  ،  $B(1; 1; 1)$

$$(\alpha \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = 2 + \alpha \\ y = -2 \\ z = -1 - \alpha \end{cases} \quad \text{ليكن تمثيل وسيطي للمستقيم } (\Delta) \text{ هو :}$$

(1) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(AB)$ .

ب) بين أن المستقيمين  $(AB)$  و  $(\Delta)$  ليسا من نفس المستوي.

(2)  $(p)$  المستوي الذي يشمل  $(AB)$  ويوازي  $(\Delta)$ .

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي  $(p)$ .

ب) أثبت أن :  $x - y + z - 1 = 0$  معادلة ديكارتية للمستوي  $(p)$ .

(3) لنكن  $N$  نقطة من المستقيم  $(\Delta)$  و  $M$  نقطة من الفضاء إحداثياتها  $M(1 + 2\beta; 1 + \beta; 1 - \beta)$  مع  $\beta \in \mathbb{R}$

أ) بين أن  $M$  تنتمي الى المستقيم  $(AB)$ .

ب) جد إحداثيات النقطتين  $N$  و  $M$  حتى تكون  $M$  المسقط العمودي لنقطة  $N$  على المستوي  $(p)$ .

ج) تحقق أن المسافة بين  $N$  و  $(p)$  هي  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  ثم احسب مساحة المثلث  $ABN$ .

## التمرين الثاني :

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  صور الأعداد

$$\text{المركبة : } Z_C = \sqrt{3} + i, Z_B = -\sqrt{3} + i, Z_A = -2i$$

1. أ. اكتب  $Z_C, Z_B, Z_A$  على الشكل الأسّي

ب. استنتج مركز ونصف قطر الدائرة  $(C)$  التي تشمل النقط  $A, B, C$ .

ج. علم النقط  $A, B, C$  ثم ارسم الدائرة  $(C)$

د. اكتب العدد  $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$  على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي. ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

2. ليكن  $r$  الدوران الذي مركزه  $A$  وزاويته  $\frac{\pi}{3}$

أ. بين أن  $O'$  ذات اللاحقة  $-\sqrt{3} - i$  صورة النقطة  $O$  بالدوران  $r$

ب. بين أن  $[O'C]$  قطرا للدائرة  $(C)$

ج. انشئ  $(C')$  صورة الدائرة  $(C)$  بالدوران  $r$

3. أ. عين (E) مجموعة النقط M صورة Z بحيث :  $|Z| = |Z + \sqrt{3} + i|$

ب. بين أن النقطتين A و B تنتميان إلى (E)

### التمرين الثالث :

$(u_n)$  متتالية معرفة على N كما يلي :  $u_0 = 1$  ,  $u_1 = 2$  و من أجل كل عدد طبيعي n

$v_n = u_{n+1} - u_n$  : معرفة على N كما يلي :  $2u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n$

1. بين أن :  $S_n = u_n - 1$  علما أن :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

2. أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها

ب- أكتب  $v_n$  بدلالة n ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

ج- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n :  $u_n = 2 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) + 1$ . ثم بين أن  $(u_n)$  متقاربة

3. المتتالية  $(w_n)$  معرفة على N كما يلي :  $w_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

أ- بين أن المتتالية  $(w_n)$  ثابتة يطلب تعيين قيمتها .

ب- بين مرة ثانية أنه من أجل كل عدد طبيعي n :  $u_n = 2 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) + 1$

### التمرين الرابع :

(I) f الدالة العددية المعرفة على R بالعلاقة :  $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \bar{i}, \bar{j})$ .

1- ادرس تغيرات الدالة f.

2- أ) بين أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $\omega$  وأكتب المعادلة لمماس  $(C_f)$  عند النقطة  $\omega$ .

ب) أثبت أن  $\omega$  مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

3- أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$

ب) استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب اعطاء معادلة لكل منهما.

4- أ) بين أن  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $x_0$  من المجال  $[-2.76, -2.77]$ .

ب) أرسم  $(C_f)$  ومستقيمي المقاربين

ج) ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة :  $\frac{4}{m+1} = e^x + 1$ .

(II) g الدالة العددية المعرفة على R بالعلاقة :  $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$  .  $(C_g)$  منحنى الدالة g.

1- بين أنه من أجل عدد حقيقي x فان :  $g(x) = f(-x)$

2- استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول  $(C_f)$  إلى  $(C_g)$ .

3- أنشئ في نفس المعلم السابق  $(C_g)$  (دون دراسة g).



## الاختبار التجريبي (09) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

- (I) صندوق به 12 كرة 3 حمراء و 5 صفراء و 4 سوداء نسحب 3 كريات في آن واحد
1. ماهو عدد السحبات الممكنة.
  2. ماهو احتمال ظهور 3 كريات صفراء فقط .
  3. ماهو احتمال ظهور كرة سوداء واحدة على الأقل.
  4. ماهو احتمال ظهور كرتين حمراء على الأكثر.
  5. ماهو احتمال ظهور كرتين صفراء وكرة سوداء.
- (II) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات الصفراء.
1. حدد القيم التي يأخذها  $X$ .
  2. حدد قانون الاحتمال.
  3. احسب الأمل الرياضي.

## التمرين الثاني :

- (I) نعتبر النقطتان  $A$  و  $D$  من الفضاء ولتكن  $I$  منتصف القطعة  $[AD]$  .
1. برهن انه من اجل كل نقطة  $M$  من الفضاء فان :  $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MA} = MI^2 - AI^2$
  2. استنتج المجموعة  $(E)$  مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق :  $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MA} = 0$
- (II) الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط :
- $A(3; 0; 0)$  ،  $B(0; 6; 0)$  و  $C(0; 0; 4)$  و  $D(-5; 0; 1)$
1. تحقق أن  $\vec{n}(4; 2; 3)$  شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ثم استنتج معادلة  $(ABC)$
  2. اوجد التمثيل الوسيطى للمستقيم  $(\Delta)$  العمودي على المستوي  $(ABC)$  ويشمل النقطة  $D$
  3. عين إحداثيات  $H$  المسقط العمودي لنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$  .
  4. احسب بعد النقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$
  5. برهن ان النقطة  $H$  تنتمي الى المجموعة  $(E)$  المعرفة في الجزء (I)

## التمرين الثالث:

- (I) المتتالية  $(v_n)$  معرفة على  $N$  ب :  $v_n = 2^{-n+3}$
1. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد اساسها وحدها الاول
  2. احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .

(II) المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ  $u_0 = 0$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$

1. برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq u_n < 8$

2. ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

3. أ. برهن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$

ب. بين انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < 8 - u_n \leq v_n$

استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الرابع:

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $R$  كما يلي:

$$g(x) = 1 - xe^x$$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $[-1, +\infty[$

تحقق أن  $0.5 < \alpha < 0.6$ . ثم استنتج إشارة  $g$  على  $R$ .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty, 2]$  بـ:  $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$

و  $(C_f)$  هو تمثيلها البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O, \bar{i}, \bar{j})$ .

(1) احسب:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بين أنه من كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty, 2]$  :  $f'(x) = -g(x)$

استنتج إشارة  $f'$  على المجال  $]-\infty, 2]$  ثم شكل جدول التغيرات الدالة  $f$ .

(3) اثبت أن:  $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$  ثم استنتج حصر لـ  $f(\alpha)$  , (تدور النتائج الى  $10^{-2}$ ).

(4) بين أن المستقيم  $y = -x - 1$  :  $(\Delta)$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $-\infty$ .

(5) ادرس الوضعية النسبية للمستقيم  $(\Delta)$  بالنسبة للمنحنى  $(C_f)$ .

(6) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين حيث نرسم  $x_1$  و  $x_2$  لهذين الحلين حيث ان

$$-1.5 < x_1 < -1.6 \text{ وأن } 1.5 < x_2 < 1.6$$

7. أنشئ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ .

8- أ. باستخدام المكاملة بالتجزئة احسب  $\int (x-1)e^x dx$ .

ب. احسب التكامل  $S = \int_{-4}^{-3} f(x) dx$  . وفسر النتيجة هندسيا

## الاختبار التجريبي (10) في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$$A(1; 0; 2), B(1; 1; 4) \text{ و } C(-1; 1; 1)$$

1- بين أن  $A$  و  $B$  و  $C$  ليست على استقامة واحدة .

2- أثبت أن  $\vec{n}(3; 4; -2)$  شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ثم اكتب معادلة المستوي  $(ABC)$

3- ليكن المستويان  $(p): 2x + y + 2z + 1 = 0$  و  $(Q): x - 2y + 6z = 0$

أ. بين أن المستويين  $(p)$  و  $(Q)$  متقاطعان وفق مستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين تمثيل وسيطي له .

ب. هل المستقيم  $(\Delta)$  والمستوي  $(ABC)$  متقاطعان أو متوازيان . علل إجابتك

ج. هل المستقيمان  $(\Delta)$  و  $(AB)$  من نفس المستوي ؟ علل إجابتك

4- ليكن  $I$  مرجح الجملة  $\{(A, 1), (B, 2)\}$  وليكن  $G$  مرجح الجملة  $\{(A, 1), (B, 2), (C, t)\}$

أ. اكتب الشعاع  $\vec{IG}$  بدلالة الشعاع  $\vec{IC}$

ب. عين قيمة  $t$  حتى يكون  $G$  منتصف القطعة  $[IC]$ .

## التمرين الثاني :

لكل سؤال إجابة واحدة صحيحة . اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1. ليكن العدد المركب  $Z$  حيث  $|Z| + \bar{Z} = 6 - 2i$ . الشكل الجبري ل  $Z$  هو :

$$\left( \frac{8}{3} - 2i \right) \text{ ; } \left( -\frac{8}{3} - 2i \right) \text{ ; } \left( -\frac{8}{3} + 2i \right) \text{ ; } \left( \frac{8}{3} + 2i \right)$$

2. في المستوي المركب. مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $Z$  والتي تحقق هي  $|Z - 1| = |Z + i|$

$$\left( y = x - 1 \right) \text{ ; } \left( y = -x \right) \text{ ; } \left( y = -x + 1 \right) \text{ ; } \left( y = x \right)$$

3. ليكن  $n$  العدد الطبيعي العدد  $(1 + i\sqrt{3})^n$  يكون حقيقيا اذا كان  $n$  يكتب على الشكل :  $K \in \mathbb{Z}$

$$\left( 3k + 1 \right) \text{ ; } \left( 3k + 2 \right) \text{ ; } \left( 3k \right) \text{ ; } \left( 6k \right)$$

4. لنكن المعادلة  $(E) : Z = \frac{6-Z}{3-Z} \dots$  احد حلول المعادلة  $(E)$  هو :

$$\left( 2 - \sqrt{2}i \right) \text{ ; } \left( 2i \right) \text{ ; } \left( 1 - i \right) \text{ ; } \left( -1 - i \right)$$

### التمرين الثالث :

$(u_n)$  المتتالية المعرفة بحددها الأول  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$  -أحسب :  $u_3, u_2, u_1$

1.  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ب :  $v_n = u_n + \left(\frac{2}{3}\right)^n$

أ - برهن بالتراجع أن المتتالية  $(v_n)$  ثابتة

ب-استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

ج- احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

2.  $(w_n)$  المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ب :  $w_n = \frac{2}{3}u_n - \left(\frac{2}{3}\right)^n$

أحسب المجموع :  $s = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

### التمرين الرابع:

لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 + 2x + \ln|x+1|$

(1) احسب  $g(0)$ ،  $g(-2)$ .

(2) ادرس تغيرات الدالة  $g$ .

(3) استنتج إشارة  $g(x)$ .

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  بـ :  $f(x) = x + 1 - \frac{\ln|x+1|}{x+1}$

وليكن  $(c)$  المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس.

(1) اثبت أن من أجل كل :  $x \in (c) \Rightarrow f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ . ثم

(2) ادرس تغيرات الدالة  $f$ .

(3) أ. برهن أن المنحنى  $(c)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(D)$  يطلب تعيينه.

ب. ادرس وضعية المنحنى  $(c)$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$ . ثم أنشئ المنحنى  $(c)$ .

(4) أ. اثبت أن من أجل كل  $x \in \mathbb{R}$  فإن  $f(-2-x) + f(x) = 0$

ب. ماذا تستنتج؟

(5) أ. اثبت أنه توجد نقطتان من المنحنى  $(c)$  يكون فيهما المماس موازيا للمستقيم  $(D)$ .

ب. عين إحداثيات هاتين النقطتين و اكتب معادلة المماسين للمنحنى  $(c)$  عندهما.

(6) ارسم  $(D)$  و المنحنى  $(C_f)$ .

## ناجحون في باك 2017 بإذن الله