ثانوية : حسيبة بن بوعلي .القبة. التاريخ : 21. 12. 2009

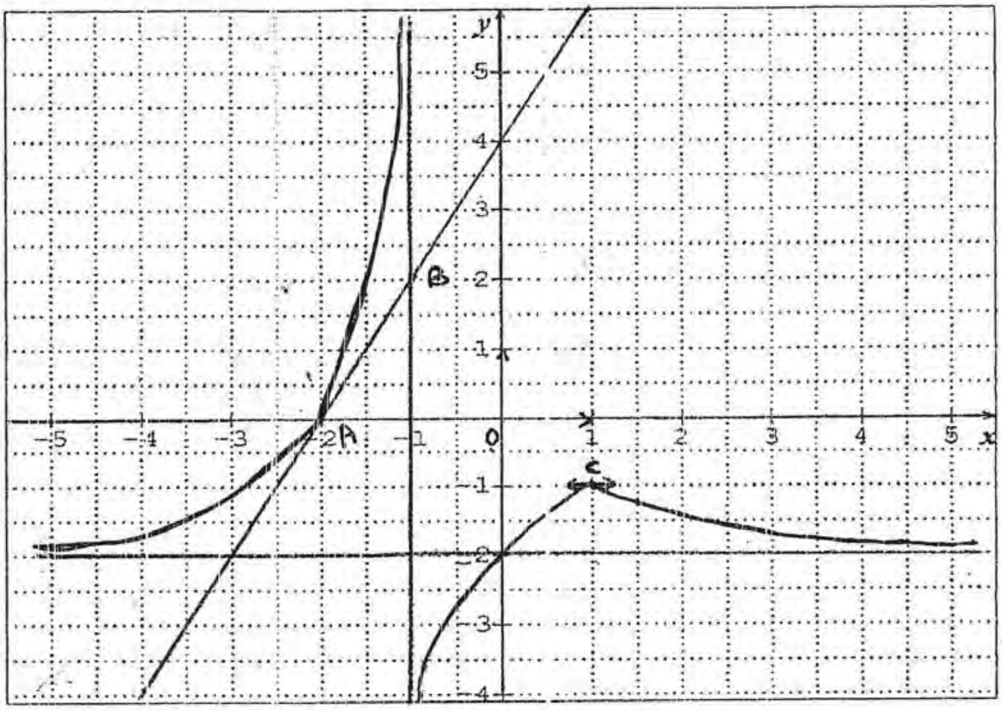
الأقسام : 3 ع . ت المدة: 3 ساعات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

في الشكل التالي لدينا التمثيل البياني (C) في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$.

(T') مماس للمنحنى (C) عند النقطة c , (AB) مماس للمنحنى (C) عند النقطة A .



1

1)- حددي القيم التالية : $f(-2)$; $f(0)$; $f(1)$; $f'(1)$; $f'(-2)$.

2)-أحسبي نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ثم استنتجي المستقيمات المقاربة للمنحنى (C).

3)- عيني إشارة الدالة f على $]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$.

/2

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي :

$$g(x)=|f(x)|$$

1)- اكتبي $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة حسب قيم x من D_g .

2)- أحسبي $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-2}\left(\frac{g(x)}{x+2}\right)$; $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2}\left(\frac{g(x)}{x+2}\right)$. مادا تستنجي ؟

فسري هندسيا إجابتك .

3)-اشرحي كيفية رسم المنحنى (C_g) التمثيل البياني لدالة g. انطلاقا من المنحنى (C), ثم ارسمي منحناها في المعلم السابق.

التمرين الثاني:

f' هي الدالة المشتقة للدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و تحقق الشروط الثلاثة التالية :

1) من أجل كل عدد حقيقي x , $\left(f'(x)\right)^2 - \left(f(x)\right)^2 = 1$.

2) $f'(0) = 1$.

3) الدالة f' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

1 . أ – أثبتي أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) \neq 0$.

ب – أحسبي $f(0)$.

2 . باشتقاق طرفي المساواة في الشرط (1) , بيني أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f''(x) = f(x)$.

3 . نضع : $v = f' - f$ و $u = f' + f$

أ – أحسبي $v(0)$ و $u(0)$.

ب– أثبتي أن : $u' = u$ و $v' = -v$.

ج– إستنتجي عبارة كل من الدالتين : u و v .

4 . إستنتجي أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

التمرين الثالث :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء 1 : h دالة معرفة على $[0, +\infty[$ ب : $h(x) = ln(x^2+1) - \frac{2x^2}{x^2+1}$.

1)- ادرسي تغيرات الدالة h .

2)- شكلي جدول تغيرات الدالة h .

3)- بيني أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1,9 < \alpha < 2$.

4)- إستنتجي إشارة الدالة h في المجال $[0, +\infty[$.

الجزء 2 : نعتبر الدالة f المعرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{x} & ; \quad x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1)- احسبي $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \left(\frac{f(x)-f(0)}{x}\right)$. مادا تستنتجي بالنسبة للدالة f ؟

2)- اكتبي معادلة المماس(Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0

3)- أثبتي أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f(x) = \frac{2\ln x}{x} + \frac{1}{x} ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$.

ثم إستنتجي $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ (نقبل أن : $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x}{x}\right) = 0$)

4)- بيني أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{-h(x)}{x^2}$.

ثم أعطي جدول تغيرات الدالة f .

5)- بيني أن $f(\alpha) = \frac{2\alpha}{\alpha^2+1}$ ثم عيني حصرا ل $f(\alpha)$.

6)- أرسمي (C_f) و (Δ) في المعلم السابق.

بالتوفيق للجميع