ثانوية عبد المجيد عبد الصمد — السنة الدراسية: 2010.2009

المعذر — المستوى: 3 علوم تجريبية

المدة: 3 ساعات

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول(4 ن)

1- حل في R المعادلة ذات المجهول x: $x^4 + 3x^2 - 700 = 0$

2- حل في R المعادلة ذات المجهول x: $2\ln x + \ln(x^2+3) = \ln 700$

3- حل في R المعادلة ذات المجهول x: $e^{3x-4} + 3e^{x-2} = \frac{700}{e^x}$

التمرين الثاني (4ن)

f دالة عددية معرفة على R كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}\ ; < 0 \\ f(x) = 2x^3 + x - 1; \quad x \geq 0 \end{cases}$$

1/ أدرس إستمرارية الدالة f عند 0.

2/ أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند 0، فسر النتيجة هندسيا.

3/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < 1$، ثم عين حصرا للعدد α سعته 25×10^{-2}

التمرين الثالث: (4 نقاط)

نعتبر المعادلة التفاضلية: $\grave{y} + y = x^2 + 1 \ldots\ldots\ldots(1)$

1/ حل في R المعادلة التفاضلية: $\grave{y} + y = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$

2/ بين من أن الدالة U المعرفة بـ: $U(x) = x^2 - 2x + 3$

هي حل للمعادلة (1).

3/ لتكن V دالة قابلة للاشتقاق على R.

- برهن أن V حل للمعادلة (1) إذا وفقط إذا كان: $V - U$ حلا للمعادلة (2).

4/ استنتج حلول المعادلة (1).

5/ عين الحل F للمعادلة (1) الذي يحقق: $F(0) = 0$.

التمرين الرابع: (8 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على R كما يلي:

$$g(x) = e^{x} - x - 1$$

1/ أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2/ أدرس إتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3/ استنتج إشارة g(x) على R .

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي:

$$f(x) = x + (x+2)e^{-x}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2/ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x:

$$f'(x) = g(x) \times e^{-x}$$

3/ أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4/ أكتب معادلة المماس (T_1) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

6/ بين أنه توجد نقطة وحيدة من المنحنى (C_f) يكون عندها المماس (T_2) موازي للمستقيم المقارب (Δ).

- أكتب معادلة المماس (T_2).

7/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-2,-1]$.

8/ أرسم كلا من (T_1)، (T_2) و (C_f).

9/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

بالتوفيق