

التمرين الأول : 6 ن

في كل سؤال من الأسئلة الأربعة التالية أذكر صحة أم خطأ الإقتراحات المرفقة مع التبرير

1- من أجل n عدد طبيعي نعرف على IR الدالة f_n بـ : $f_n(x) = x^2 + \frac{x^2}{x^2+1} + \frac{x^2}{(x^2+1)^2} + \dots + \frac{x^2}{(x^2+1)^n}$

أ- f_n مستمرة على IR (0.5)

ب- من أجل x عدد حقيقي معطى $f_n(x)$ تقبل نهاية لما $n \rightarrow +\infty$ (0.5)

ج- من أجل $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)$ فإن f مستمرة عند (0) (1)

د- $\lim_{x \rightarrow 0} [\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} [\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x)]$ (1)

2- على $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ - IR نعرف الدالة f بـ : $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x-3} + \dots + \frac{n}{x-n}$

عدد حلول المعادلة : $f(x) = 0$ هو (1)

3- على $\{0\}$ - IR دالة معرفة بـ : $f(x) = x - 2 + \frac{xe^x}{e^x - 1}$

منحنيها البياني (C_f) يقبل المستقيم ذو المعادلة : $y = x - 2$ مقارب مائل جهة $(+\infty)$ (1)

4- من أجل f, g دالتان قابلتان للإشتقاق على IR و $g'(1) = 3$ و $f'(2) = 4$ و $(gof)'(2) = 12$ فإن : $f(2) = 5$ (1)

(تذكر أن : $1 + k + k^2 + \dots + k^n = \frac{1 - k^{n+1}}{1 - k}$)

التمرين الثاني : 8 ن

نعرف على $[0, +\infty)$ الدالة f بـ : $f(x) = \frac{\ln(e^{2x} - 1)}{e^x}$

الجزء الأول : 1- نعتبر الدالة g المعرفة على $[1, +\infty)$ بـ : $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$

أ- أدرس $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ (0.5)

ب- أحسب $g'(x)$ على $[1, +\infty)$ (0.5)

ج- حل المتراجحة $1 - \ln(x-1) > 0$ (0.5)

د- حدد إتجاه تغير g مشكلا جدولا للتغيرات (0.5) + (0.5)

هـ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[e^3 + 1; e^3 + 1]$ و أدرس إشارة $g(x)$ على $[1, +\infty)$ (1)

2- الدالة المعرفة على $[1, +\infty)$ كمايلي : $h(x) = \frac{\ln(x^2 - 1)}{x}$

أ- أدرس نهايتي h (0.5) + (0.5)

ب- أحسب $h'(x)$ وبين أن إشارة $h'(x)$ هي نفس إشارة $g(x^2)$ على $[1, +\infty)$ (0.5) + (0.5)

ج- حدد إتجاه تغير h مشكلا جدول لتغيرات h (1)

الجزء الثاني :

1- تحقق أن f هي مركب لدالتين إحداها الدالة $x \mapsto e^x$ (0.25)

2- استنتج :

أ- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (0.25) + (0.25)

ب- إتجاه تغير f (0.5)

ج- قيمة حدية عظيمة لـ f (0.25)