دراسة ظواهر كهربائية

الأستاذ : عايب كمال / بوسعادة

1- المكثفات و ثنائي القطب RC :

1-1-خصائص المكثفة :

أ- مبدأ المكثفة : تتكون أبسط المكثفات من لوحين متوازيين مفصولين بعازل (خشب ، خزف ، ميكا ، شمع ....) ، نـدعو كـل منها بـ : لبوس المكثفة رمزها الإصطلاحي : في الدارة —|| —

** المكثفة جهاز كهربائي قادر على تخزين الشحنات الكهربائية .

ب- علاقة الشحنة بالتيار : تعرف شدة التيار في أحد لبوسي مكثفة كمايلي : $\boxed{i(t)=\frac{dq(t)}{dt}}$

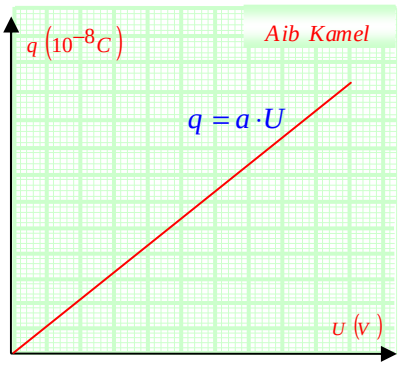
** عند شحن المكثفة بتيار مستمر تصبح العلاقة بالشكل : $q=I\cdot t$. وحدة الشحنة q هي الكولوم (C).

1-2- سعة المكثفة :

أ – شحن المكثفة بتيار مستمر : عند تطبيق توترمستمر U بين لبوسي مكثفة تقوم باختزان الشحنات الكهربائية q على لبوسيها أثناء عملية الشحن و نسجل القيم U بدلالة q فنحصل على $q=f(U)$.

$U_{AB}=(V)$	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$q(10^{-8}C)$	0,0	10,4	20,8	31,2	41,6	52,0

المنحنى من الشكل : $q=a\cdot U$ بحيث a ثابت التناسب : $a=\frac{q}{U}$.



يدعى هذا الثابت : سعة المكثفة C بحيث $C=\frac{q}{U}$ ، وحدتها الفاراد (F)

وحداتها الأساسية :

– ميكروفاراد μF : $1\mu F=10^{-6}F$ و هي المستعملة أكثر

– نانو فاراد ηF : $1\eta F=10^{-9}F$

– بيكوفاراد ρF : $1\rho F=10^{-12}F$

** من العلاقة $i(t)=\frac{dq(t)}{dt}$ نجد بأن : $\boxed{i(t)=C\frac{dU(t)}{dt}}$

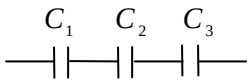
** تعرف سعة المكثفة حسب طبيعتها كمايلي : $C=\varepsilon\cdot\frac{S}{d}$ بحيث : $\varepsilon=\varepsilon_r\cdot\varepsilon_o$ ** ε_r : ثابت العزل النسبي يميز العازل .

** $\varepsilon_o=8,85\times10^{-12}Fm^{-1}$ ** (ثابت العزل المطلق). ** S : سطح أحد اللبوسين ** d : البعد بين اللبوسين .

جـ- تجميع المكثفات :

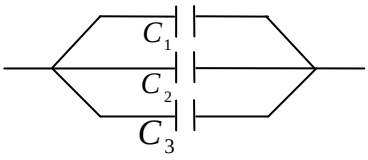
** على التسلسل : تصبح السعة المكافئة C_{eq} ضعيفة بحيث :

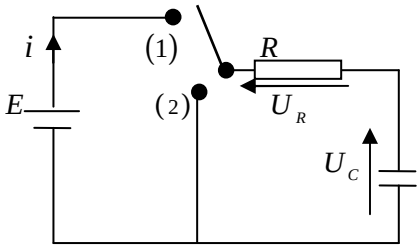
$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\cdots\cdots$$



** على التفرع : تصبح السعة المكافئة C_{eq} كبيرة بحيث :

$$C_{eq}=C_1+C_2+C_3+\cdots\cdots$$





1-3- تطور التوتر الكهربائي أثناء الشحن :

أ – الدراسة التجريبية : (عمل مخبري).

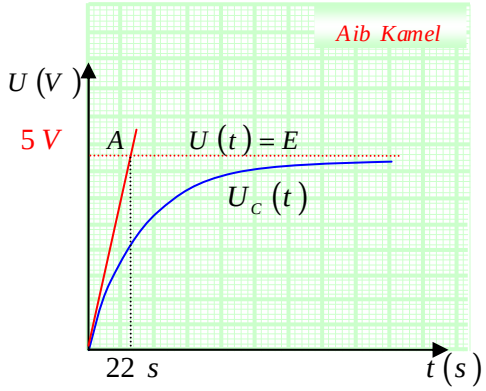
** نحقق التركيب التالي باستعمال مكثفة غير مشحونة مع أخذ القيم الموالية :

$E = 5\,V$, $R = 10^4\,\Omega$, $C = 2200\,\mu F$.

** نضع القاطعة في الوضع (1) فتبدأ المكثفة في الشحن تدريجيا و ليس أنيا .

و نقوم بتسجيل القيم $U_C(t)$ فنجد :

$t\,(s)$	0,0	5,0	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$U_C\,(V)$	0,0	1,0	1,8	2,5	3,0	3,4	3,7	4,0	4,2	4,4	4,5	4,6	4,7



** نقوم برسم المنحنى : $U_C = f(t)$ على ورق ميلمتري .

** نقوم برسم مماس المنحنى $U_C(t)$ عند المبدأ $(0,0)$

فنلاحظ أنه يقطع المستقيم $U(t) = E$ في النقطة A التي فاصلتها $t = 22\ s$.

هذه القيمة توافق الجداء $R \cdot C$ بحيث : $R \cdot C = 10^4 \times 2200 \times 10^{-6}$

ومنه : $R \cdot C = 22\ \Omega \cdot F$

** ثابت الزمن τ : نسمي الجداء $R \cdot C$ بثابت الزمن لثنائي القطب RC

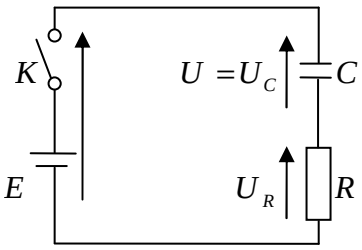
رمزه τ وحدته الثانية (s) بحيث $\tau = R \cdot C$

** تأثير C, R على ثابت الزمن : تزداد مدة شحن المكثفة المشكلة لثنائي

القطب RC بزيادة سعتها وقيم المقاومة R أي بزيادة ثابت الزمن $\tau = R \cdot C$

ب– الدراسة التحليلية :

** كتابة المعادلة التفاضلية : نحقق الدارة المقابلة



عند غلق الدارة وحسب قانون جمع التوترات : $E = U_R(t) + U_C(t)$

لدينا : $\left\{ \begin{array}{l} U_R(t) = Ri(t)\ ,\ U_C = \dfrac{q}{C} \\ i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt} \Rightarrow i(t) = C\dfrac{dU_C(t)}{dt} \end{array} \right\}$ ولدينا $\tau = R \cdot C$

و منه $E = Ri(t) + U_C(t) \Leftarrow E = RC\dfrac{dU(t)}{dt} + U(t) \Leftarrow$ $\boxed{\dfrac{dU(t)}{dt} + \dfrac{1}{\tau}U(t) = \dfrac{E}{\tau}}$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل : $U(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ .....(1)

** زمن نصف الشحن و ثابت الزمن :

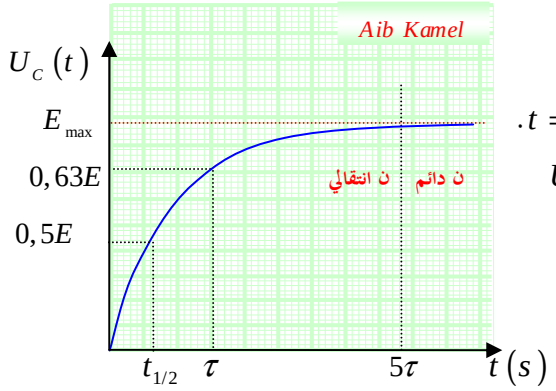
من العلاقة (1) لدينا $U(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

** لما $t = 0 \leftarrow U_C = E(1-1) \leftarrow U_C = 0$ المكثفة فارغة

** لما $t = \infty \leftarrow U_C = E\left(1 - e^{-\infty}\right) \leftarrow U_C = E$ المكثفة شحنت كليا (النظام الدائم) .

** لما $t = \tau \leftarrow U_C = E\left(1 - e^{-1}\right) \leftarrow U_C = 0,63 \cdot E$ اللحظة التي تشحن فيها المكثفة بنسبة 63% .

– لما $t = t_{1/2} \leftarrow U(t_{1/2}) = \dfrac{E}{2} \leftarrow U_C = \dfrac{E}{2} = E\left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}\right)$ نجد أن $\boxed{t_{1/2} = \tau \ln 2}$.



** ملاحظة هامة : نحصل على ثابت الزمن بيانيا بطريقتين

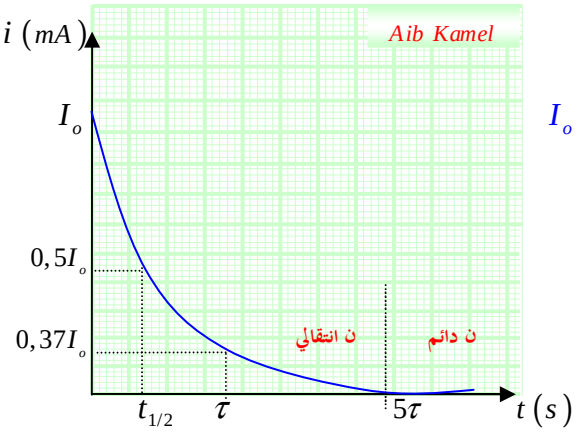
– بطريقة مماس المنحنى $U_C(t)$ في المبدأ حيث يحقق العلاقتين $U=E$ لما $t=\tau$.

– في عملية الشحن النقطة المعرفة بـــ : $0,63E_{max}$ تقابلها في البيان $U_C(t)$ ثابت الزمن τ على محور الأزمنة .

** تيار الشحن :

من العلاقة $i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=C\frac{dU_C(t)}{dt}$

ومن العلاقة (1) نجد $i(t)=C\frac{d\left(E\left(1-e^{-t/\tau}\right)\right)}{dt}$



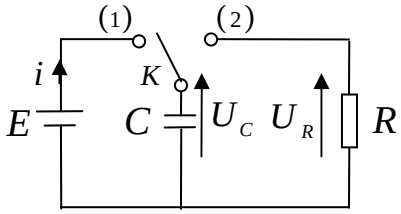
بالإشتقاق نجد : $i(t)=\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$ أو $i(t)=I_o e^{-t/\tau}$ بحيث : $I_o=\frac{E}{R}$

** لما : $t=0$ ← $i(0)=I_o$

** لما : $t=\tau$ ← $i(\tau)=\frac{I_o}{e}=0,37\cdot I_o$

** لما : $t=t_{1/2}$ ← $i(t_{1/2})=\frac{I_o}{2}$

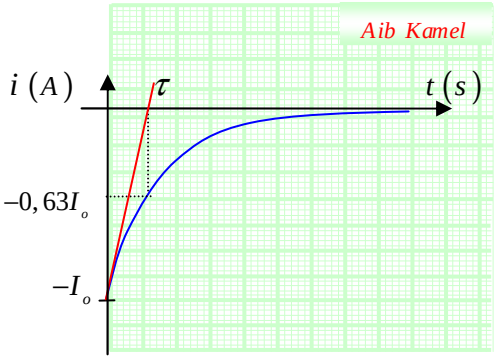
1–4–تطور التوتر الكهربائي أثناء التفريغ :

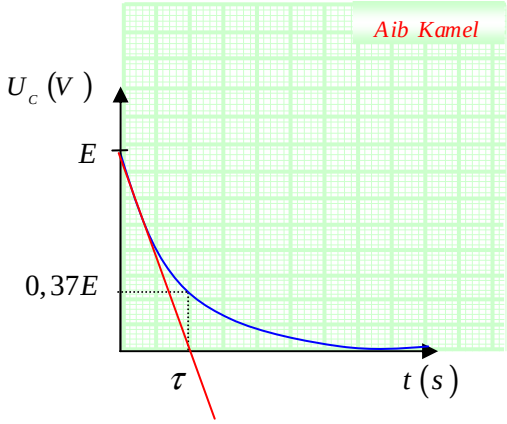


أ – الدراسة التجريبية : نحقق التركيب المقابل

** نضع القاطعة في الوضع (1) حتى تشحن المكثفة كليا

** نضع القاطعة في الوضع (2) ليتم تفريغها عبر المقاومة ونسجل النتائج التي تسمح لنا برسم المنحنيين $i(t)$ و $U_C(t)$:





ب– الدراسة التحليلية :

** كتابة المعادلة التفاضلية : من الدارة السابقة و القاطعة في الوضع (2) و حسب قانون جمع التوترات :

$U_R(t)+U_C(t)=0$ ولدينا $\left\{\tau=RC\ ,\ U_R(t)=Ri(t)\ ,\ i(t)=C\frac{dU_C(t)}{dt}\right\}$

ومنه : $\boxed{\frac{dU(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}U(t)=0}$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل : $U(t)=E\cdot e^{-t/\tau}$ .....(2)

** لما $t=0$ ← $U(0)=E$ ** لما $t=\tau$ ← $U(\tau)=\frac{E}{e}$ ← $U(\tau)=0,37\cdot E$

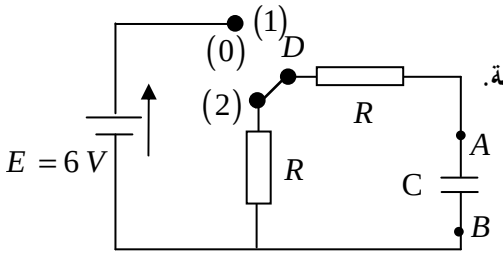
** تيار التفريغ : من العلاقة $U(t)=E\cdot e^{-t/\tau}$:(2) من العلاقة $i(t)=C\frac{dU_C(t)}{dt}$

بالإشتقاق نجد: $i(t)=-\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$ أو $i(t)=-I_o\,e^{-t/\tau}$ بحيث $I_o=\frac{E}{R}$

** لما $t=0$ ← $i(0)=-\frac{E}{R}$ ← $i(0)=-I_o$

** لما $t=\tau$ ← $i(\tau)=-0,63\frac{E}{R}$ ← $i(\tau)=-0,63\cdot I_o$.

** تمرين : يسمح التركيب الموضح في الشكل بدراسة تطور التوتر $u=u_{AB}$ بين طرفي مكثفة سعتها C موصلة على التسلسل مع مقاومتين متماثلتين R .

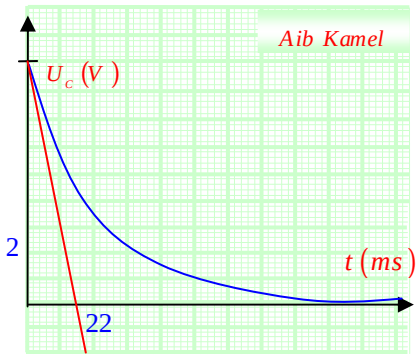


في البداية توضع المبدلة على الوضع (2) لمدة طويلة للتأكد من أن المكثفة فارغة.

1– بين كيف يمكن توصيل راسم الاهتزاز المهبطي بغرض تسجيل المنحنى البياني الذي يمثل التوتر u ؟

2– كيف يجب إذن التعامل مع المبدلة للحصول على المنحنى البياني التالي الممثل لتغيرات التوتر u بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t ؟

3– أ/ باحترام مصطلحات التوجيه على الدارة. حدد إشارة شدة التيار أثناء التفريغ و الاتجاه الحقيقي للتيار الكهربائي.



ب/ أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C هي من الشكل : $\frac{du}{dt}+\frac{1}{\tau}u=0$

– أكتب عبارة ثابت الزمن τ بدلالة عناصر الدارة .

4– عين بيانيا القيمة التجريبية لسعة المكثفة C علما أن: $R=5,0k\Omega$.

** حل التمرين :

1– للحصول على تسجيل المنحنى البياني الممثل للتوتر u بين طرفي المكثفة، يوصل أحد المدخلين للجهاز بالنقطة A و توصل النقطة B بالأرض (⏚) .

2–حسب المنحنى البياني، نلاحظ أن التوتر بين طرفي المكثفة يتناقص .

و بالتالي يجب شحن المكثفة بوضع المبدلة على الوضع (1) لبضعة لحظات. تنتقل المبدلة بعد ذلك إلى الوضع (0) لمدة ربط راسم الإهتزاز المهبطي، بعد ذلك مباشرة ، تنتقل المبدلة على الوضع (2) لتسجيل منحنى التوتر.

3–أ/ عندما تتفرغ المكثفة، تتناقص الشحنة q للبوس A ، و تكون شدة التيار $i=\frac{dq}{dt}$ سالبة.

إذن الاتجاه الحقيقي للتيار يكون من المربط A نحو المربط D عبر المقاومة.

ب/ بتطبيق قانون جمع التوترات، نكتب: $u_{AB}+u_{BD}+u_{DA}=0$

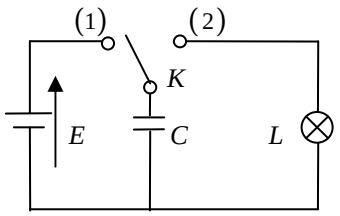
و يسمح قانون أوم بكتابة: $u_{BD}=R\cdot i$, $u_{DA}=R\cdot i$ و حيث أن: $u_{AB}=u$ ، إذن : $u+2R\cdot i=0$

لكن: $i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du}{dt}$ ، إذن: $\frac{du}{dt}+\frac{1}{2RC}u=0$. حيث: $\tau=2R\cdot C$.

4– المماس للمنحنى البياني عند المبدأ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t=\tau$.

فنقرأ من البيان: $\tau\approx 22m.s$ و لدينا: $\tau=2R\cdot C\Rightarrow C=\frac{\tau}{2R}$ إذن $C=\frac{22\times10^{-3}}{2\times5\times10^{3}}$ ⟵ $C=2,2\times10^{-6}F$

1-5-الطاقة المخزنة في مكثفة : (عمل مخبري)



أ- تجربة : نحقق التركيب المقابل بحيث نأخذ

* $E = 4,5\ V$ * مولد متغير القوة المحركة .

* مكثفات بسعات $\{2200\mu F\ ,\ 100\mu F\ ,\ 500\mu F\ ,\ 1000\mu F\}$

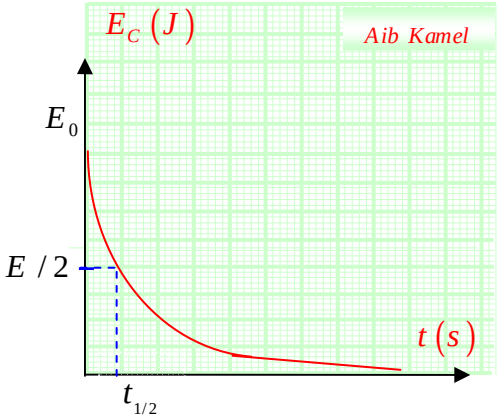
* مصباح $(1,5\ V)$ * وماض .

** نلاحظ كيفية اشتعال مصباح الدارة بالطاقة المختزنة بالمكثفة .

** نلاحظ كذلك أنه كلما زاد توتر الشحن زاد توهج المصباح و كلما زادت سعة المكثفة زاد توهج المصباح L

ب- النتيجة : عند شحن المكثفة تخزن طاقة كهربائية تقوم بتحويلها إلى الدارة أثناء التفريغ و تعطى عبارتها :

$$\boxed{E_C(t) = \frac{1}{2}C\cdot U^2(t) = \frac{1}{2}\cdot\frac{q^2(t)}{C}}$$



جـ- زمن تناقص طاقة المكثفة إلى النصف $t_{1/2}$:

لدينا $E_C(t) = \frac{1}{2}C\cdot U^2(t)$ في عملية التفريغ يكون : $U(t) = E\cdot e^{-t/\tau}$

$\Leftarrow$ $E_C(t) = \frac{1}{2}C\ E^2 e^{-2t/\tau}$

** لما $t = 0$ $\leftarrow$ $E_C(0) = E_{max} = \frac{1}{2}C\ E^2$

** $t = t_{1/2}$ $\Leftarrow$ $E_C(t_{1/2}) = \frac{1}{4}C\ E^2 = \frac{1}{2}C\ E^2 e^{-\left(2\frac{t_{1/2}}{\tau}\right)}$

$\Leftarrow$ $t_{1/2} = \frac{\tau}{2}\ln 2$

** تمرين تدريبي : يتكون ثنائي قطب من مكثفة $C = 5\mu F$ و ناقل أومي $R = 10^3\Omega$ موصولان على التسلسل مع مولد $E = 12\ V$ ، في لحظة $t = 0$ تغلق الدارة .

1- أحسب ثابت الزمن τ لهذه المكثفة .

2- أحسب في اللحظة $t = \tau$ مقدار الطاقة المختزنة .

** الحل :

1- حساب τ لدينا $\tau = R.C$ $\Leftarrow$ $\tau = 10^3.5.10^{-6}$ $\Leftarrow$ $\tau = 5\ ms$

2- حساب $E_C(\tau)$ لدينا $E_C(t) = \frac{1}{2}C\cdot U^2(t)$ العملية هي عملية شحن أي $U(\tau) = E\left(1 - e^{-\tau/\tau}\right)$

ومنه $U(\tau) = 0,63E = 7,56\ V$ نجد أن $E_C(\tau) = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 10^{-6}\cdot(7,56)^2$ $\Leftarrow$ $E_C = 1,43\times 10^{-4}\ J$

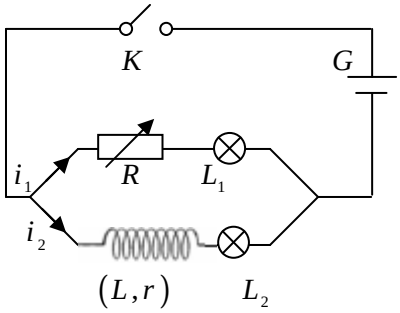
2– الوشائع و ثنائي القطب RL :

2–1–الوشيعة وتصرفها في جزء من الدارة :

أ– تعريف الوشيعة :

هي عبارة عن ناقل (سلك معدني) محاط بعازل ملفوف بشكل حلقات متواصلة رمزها الإصطلاحي في الدارة :

تتميز بثابتيهما * الذاتية L : وحدتها الهنري H * المقاومة الداخلية r : وحدتها Ω .



ب– تأثير الوشيعة على التيار : تحقق التركيب الجانبي .

** عند غلق الدارة نلاحظ توهج المصباح L_1 قبل المصباح L_2 لكن بعد مدة يتوهجان بنفس الشدة .

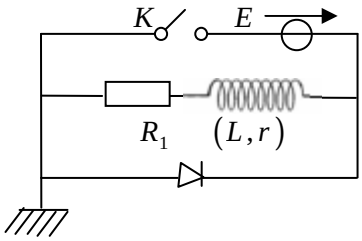
** عند اجتياز تيار لوشيعة تحريضية فإنها تعرقل مروره بسبب ظاهرة التحريض بتوليدها لتيار محرض جهته عكس جهة تيار الدارة .

** إن قطع التيار عن الوشيعة يجعلها تتحرض ذاتيا لتعطي توترا مفرطا .

جـ– العبارة اللحظية لتوتر الوشيعة : عبارة التوتر اللحظي بين طرفي وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها r كمايلي :

$$U(t)=L\frac{di(t)}{dt}+r\cdot i(t)$$

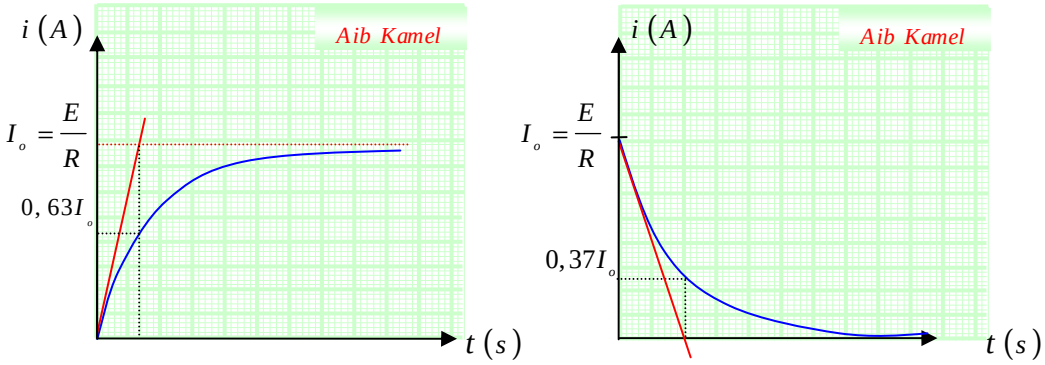
2–2–تطور التيار الكهربائي المار بثنائي القطب RL :



أ– ظهور و انقطاع التيار الكهربائي في وشيعة :

** **الدراسة التجريبية** : نحقق الدارة الموالية :

نغلق القاطعة عند اللحظة $t=0$ وبعد مدة زمنية طويلة نفتحها فيكون بيان تغير شدة التيار كما في الشكلين التاليين :



** ظهور التيار ** ** انقطاع التيار **

– إن ظهور و انقطاع التيار هي ظاهرة انتقالية (i متغيرة) فتبلغ الجملة النظام الدائم على الترتيب لما $i=I_o$ ، $i=0$.

– بما أن $U_R(t)=R\cdot i(t)$ و R ثابتة فإن تغيرات $U_R(t)$ تماثل تغيرات $i(t)$.

ب– ثابت الزمن لثنائي القطب RL :

يعطى بالعلاقة التالية : $\tau=\frac{L}{R}$ ، بحيث تزداد سرعة تطور التيار الكهربائي المار في ثنائي القطب RL بزيادة ثابت الزمن $\tau=\frac{L}{R}$

جـــ– الدراسة التحليلية :

** عند ظهور التيار: القاطعة مغلقة :

من الشكل و حسب قانون جمع التوترات $E = U_{R_1}(t) + U_L(t)$

بحيث $\left\{ U_{R_1}(t) = R_1 \cdot i(t) \ , \ U_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt} + r \cdot i(t) \right\}$ ومنه $E = (R_1 + r) \cdot i(t) + L\dfrac{di(t)}{dt}$

لدينا : $\tau = \dfrac{L}{R_1 + r}$ وبأخذ $I_o = \dfrac{E}{R_1 + r}$ نجد :

$$\boxed{\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i(t) = \frac{I_o}{\tau}}$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل :

$$\boxed{i(t) = I_o\left(1 - e^{-t/\tau}\right)} \quad .....(3)$$

** لما : $t = 0 \Rightarrow i(0) = 0$ ** لما : $t = \tau \Rightarrow i(\tau) = 0,63.I_o$

** عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة الصرفة بحيث $(r = 0)$ أي $U_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$

من العلاقة (3) $\dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{d\left(I_o\left(1 - e^{-t/\tau}\right)\right)}{dt}$

فنجد : $U_L(t) = \dfrac{L}{\tau} I_o e^{-t/\tau} \Rightarrow U_L(t) = \dfrac{L.R}{L} I_o e^{-t/\tau}$ ومنه $U_L(t) = E \cdot e^{-t/\tau}$

** عند انقطاع التيار : القاطعة مفتوحة :

من الشكل (1) وحسب قانون جمع التوترات : $U_{R_1}(t) + U_L(t) = 0$

بنفس الخطوات السابقة نجد أن

$$\boxed{\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i(t) = 0}$$

معادة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل :

$$\boxed{i(t) = I_o e^{-t/\tau}} \quad .....(4)$$

** لما : $t = 0 \Rightarrow i(0) = 0$ ** لما : $t = \tau \Rightarrow i(\tau) = 0,37.I_o$

** عبارة التوتر بين طرفي وشيعة صرفة $(r = 0)$ أي $U_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$

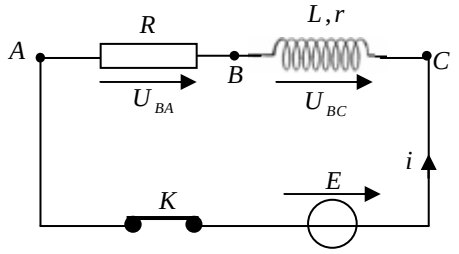
بنفس الطريقة السابقة نجد $U_L(t) = -E \cdot e^{-t/\tau}$

2–3– الطاقة المخزنة في وشيعة : عند مرور تيار كهربائي i في وشيعة ذاتيتها L فإنها تخزن طاقة كهربائية تعطى عبارتها

كمايلي :

$$\boxed{E_L(t) = \frac{1}{2} L \cdot i^2(t)}$$

** تمرين تدريبي :



تحتوي دارة كهربائية على مولد للتوتر المستمر قوته المحركة E ، ناقل أومي مقاومته R ، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها $r = 2\Omega$. توصل هذه الأجهزة على التسلسل كما هو مبين في الشكل ، نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ بواسطة المدخلين Y_1 و Y_2 لراسم الاهتزاز المهبطي، نحصل على المنحنيين: $U_{BA} = f(t)$ ، $U_{CB} = F(t)$.

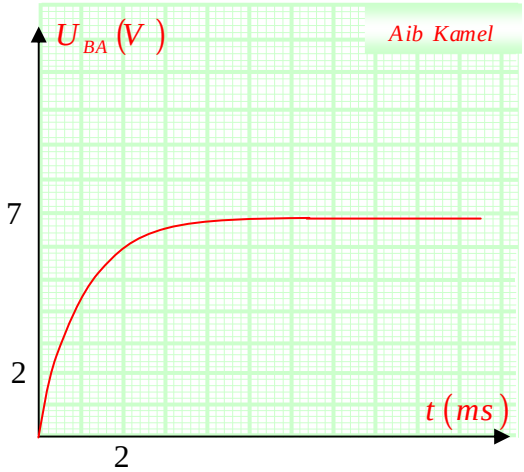
1– أحسب القوة المحركة E للمولد .

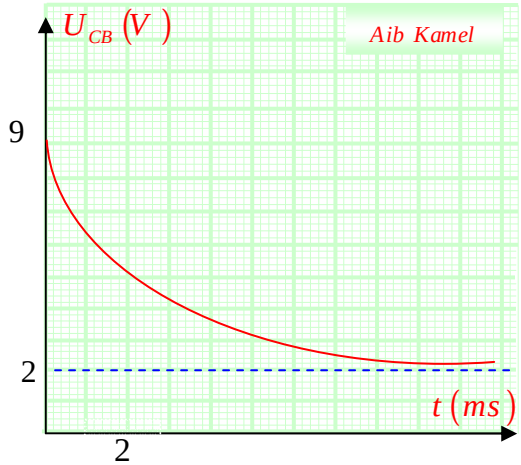
2– أحسب مقاومة الناقل الأومي R و ذاتية الوشيعة L .

3– أكتب عبارة الشدة اللحظية i للتيار الكهربائي بدلالة (r,E,R,L) و أحسب قيمة i 9 عند اللحظة $t=4ms$.

4– أحسب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t=4ms$.

5– أحسب قيمة ثابت الزمن τ للدارة .





** حل تمرين تدريبي :

1– حساب E : لدينا : $E=(R+r)\,i+L\dfrac{di}{dt}$ نختار لحظة الوصول إلى النظام الدائم : حيث: $\dfrac{di}{dt}=0$ ،

فيكون : $U_{CB}=2V\,,U_{BA}=7V \Leftarrow E=9\,V$

2– ** حساب R : لدينا في النظام الدائم $\begin{cases}U_{BA}=Ri=7V\\U_{CB}=ri=2V\end{cases}\Rightarrow\dfrac{R}{r}=\dfrac{7}{2}$ ومنه $R=7\Omega$

** حساب L : لدينا $\{U_{BA}=Ri\Rightarrow\dfrac{dU_{BA}}{dt}=R\dfrac{di}{dt}$

لما $t=0$ يكون : $\dfrac{dU_{BA}}{dt}=\dfrac{7}{0,002}\Rightarrow\dfrac{Rdi}{dt}=3500 \longrightarrow \dfrac{di}{dt}=\dfrac{3500}{7}=500$

لما $t=0$: $E=L\dfrac{di}{dt}\Rightarrow L=\dfrac{E}{500}=\dfrac{9}{500} \longrightarrow L=0,018H$

3– عبارة i : $i(t)=\dfrac{E}{R+r}\left(1-e^{-\frac{(R+r)\,t}{L}}\right)$ لما $t=4ms$: $i=\dfrac{9}{9}\left(1-e^{-\frac{(9)\,0,004}{0,018}}\right) \longrightarrow i=0,865A$

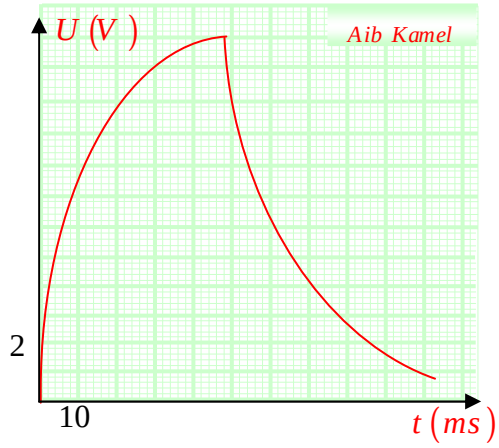
4– الطاقة المخزنة عند $t=4ms$: $E=\dfrac{1}{2}Li^2=\dfrac{1}{2}\times0,018\times(0,865)^2 \longrightarrow E=6,73\times10^{-3}J$

5– حسب ثابت الزمن τ : $\tau=\dfrac{L}{R+r}=\dfrac{0,018}{9}=0,002s \longrightarrow \tau=2ms$

3- التمارين :

1- التمرين الأول :

عند دراسة عملية شحن وتفريغ المكثفة يقـــوم التلاميذ بتوصيل العناصر الكهربائية كما هي مبينة في الشكل المقابل حيث يضع القاطعة في الوضع (1) لمدة معينة ثم يضعها في الوضـــع (2) فيتحصل على البيان المسجل في الأسفل .



I – دراسة عملية الشحن :

1- ما هو التوتر بين طرفي المكثفة عند نهاية الشحن ؟ .

2- أكتب المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة .

3- حل المعادلة التفاضلية من الشكل $u_C = E\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.

* أوجد عبارة الثابت τ ثم أحسب قيمته .

4- أحسب قيمة سعة المكثفة إذا علمت أن $R_1 = 40\Omega$.

II – دراسة عملية التفريغ :

5- مثل دارة التفريغ وحدد جهة التيار .

6- أكتب المعادلة التفاضلية التي يخضع لها التوتر بين طرفي المكثفة .

7- نضع $\tau = R_2.C$ تحقق أن $u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ هي حل للمعادلة التفاضلية .

8- أحسب قيمة المقاومة R_2 .

**حل التمرين الأول :

I – دراسة عملية الشحن :

1 – التوتر بين طرفي المكثفة عند نهاية الشحن (النظام الدائم) بيانيا : $U_C = 12V$.

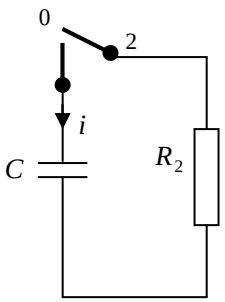
2 – كتابة المعادة التفاضلية : من قانون التوترات لدينا : $u_C + u_{R_1} = E \Rightarrow u_C + R_1.i = E$

و منه : $R_1C.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$ و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .

3 – عبارة ثابت الزمن : $\tau = R_1.C$.

*– قيمته بيانيا : $\tau = 10mS$ (عن طريق المماس للمنحني عند $t = 0$ أو النسبة $0.63.E$) .

4 – حساب قيمة C : لدينا من عبارة ثابت الزمن : $C = \frac{\tau}{R_1} = \frac{0.010}{40} = 2.5x10^{-4}$ $\longleftarrow$ $C = 250\mu F$



II – دراسة عملية التفريغ :

5- تمثيل دارة التفريغ و جهة التيار :

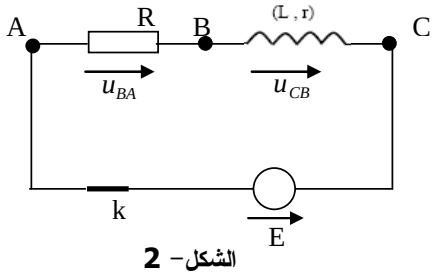
6 – كتابة المعادة التفاضلية : من قانون التوترات لدينا : $u_C + u_{R_2} = 0 \Rightarrow u_C + R_2.i = 0$

و منه : $R_2C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .

7 – للتحقق من الحل نقوم بحساب مشتق العبارة المعطاة ثم نعوضها في عبارة المعادلة التفاضلية نجد أن الحل محقق .

8 – حساب قيمة R_2 : لدينا : $\tau = R_2.C$ ، حيث بيانيا نجد : $\tau = 20mS$ و منه : $R_2 = \frac{\tau}{C} = \frac{0.020}{2.5x10^{-4}} = 80\Omega$

2– التمرين الثاني :



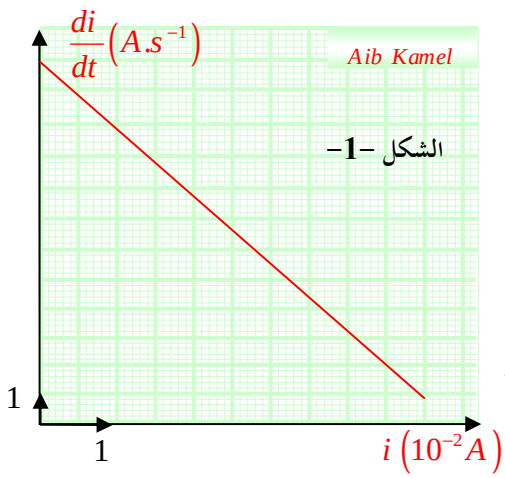
الشكل– 2

دارة كهربائية تتكون على التسلسل من وشيعة (L,r) وناقل أومي مقاومته $R = 90\Omega$ ومولد قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$ وقاطعة K كما في الشكل (2). نغلق القاطعة عند $t = 0$.

1– بتطبيق قانون التوترات أكتب المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i .

– أثبت أن هذه المعادلة تقبل حلا من الشكل $i(t) = A(1-e^{-Bt})$

حيث : A و B ثوابت .



الشكل –1–

2 – يمثل منحنى الشكل (1) تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة التيار i أي $\frac{di}{dt} = f(i)$.

أ – أكتب العبارة البيانية .

ب – باستخدام العبارة البيانية والعبارة المستخرجة فـــي السؤال (1)

استنتج كل من الذاتية L و المقاومة r للوشيعة. .

جـــ – عبر بدلالة R,r,E عن I_0 شدة التيار فـــــــي النظام الدائم ثم احسبه .

**حل التمرين الثاني :

1 – المعادلة التفاضلية : لدينا : من قانون التوترات : $u_L + u_C = E \Leftarrow (1) \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{(r+R)}{L} i = \frac{E}{L}$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى تقبل حلا من الشكل : $i(t) = A(1-e^{-Bt})$ و الذي يحقق المعادلة (1)

حيث بعد التعويض عن $i(t)$ و $\frac{di}{dt}$ نجد أن : $A = \frac{E}{(r+R)}$ و $B = \frac{1}{\tau}$.

2 – العبارة البيانية :

أ) – المنحني عبارة عن خط مستقيم معادلته من الشكل : $(2) \rightarrow \frac{di}{dt} = ai + b$.

ب) – من العلاقتين (1) و (2) نجد أن : $(3) \rightarrow a = -\frac{(r+R)}{L}$ و $(4) \rightarrow b = \frac{E}{L}$

*من البيان : $b = 12$ و من العلاقة (4) نجد : $L = 0.5H$

* من العلاقة (3) نجد أن : $\frac{6-12}{(3-0)x10^{-2}} = -\frac{(r+90)}{0.5}$. $\longleftarrow r = 10\Omega$

جـــ) – عبارة I_0 في النظام الدائم : لدينا في النظام الدائم : $i = I_0 = cst \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$

$(1) \longleftarrow I_0 = \frac{E}{(r+R)} \longleftarrow I_0 = 0.06A$

1– التمرين الثالث (تمرين تجريبي) :

نريد تعيين سعة مكثفة (C) خلال حصة أعمال تطبيقية . من أجل تحقيق هذا الغرض نستعمل التجهيز التالي:

مولد لتوتر ثابت مقاومته مهملة، ناقل أومي مقاومته R ، مكثفة سعتها C ، بادلة ، أسلاك التوصيل .

1– ضع رسما تخطيطيا للدارة الكهربائية توضح من خلاله آلية شحن وتفريغ مكثفة.

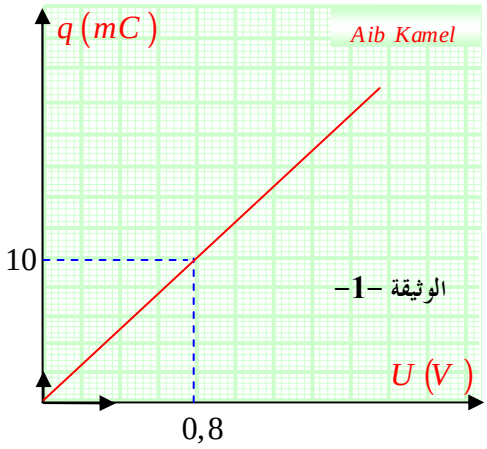
2– كيف يتم تفريغ مكثفة في البداية ؟

3– عند اللحظة t=0 نبدأ بشحن المكثفة بالمولد السابق الذي يعطي تيـــــارا شـــــدته ثابـــــتة I=660µA . باستعمال راسم الاهتزاز االمهبطي ذي مدخلين يظهر على شاشته التوترين اللحظيين بين طرفي المولد وطرفي المكثفة.

3–1) باستعمال الرسم التخطيطي السابق للدارة بيّن كيفية ربط مدخلي راسم الاهتزاز المهبطي بهذه الدارة .

3–2) ضع شكلا كيفيا للتوترين اللحظيين الملاحظين على الشاشة.

4) أثناء عملية الشحن ومن أجل كل قيمة لـــ (t) نحسب قيمة شحنة المكثفة (q) فنحصل على البيان التالي الذي يمثل تغيرات شحنة المكثف ة بدلالة التوتر الكهربائي المطبق بين طرفيها (الوثيقة1).



4–1) بالاعتماد على الوثيقة ــ1ــ :عين سعة المكثفة.

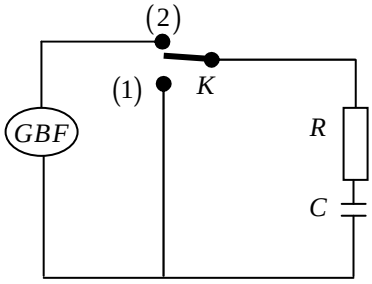
4–2) اذا علمت أن القيمة المسجلة على المكثفة من طرف الصانع هي:

C=4700 µ F ــــ بـــ 20%

هل القيمة المتحصل عليها تجريبيا تتفق مع دقة الصانع ؟ علل.

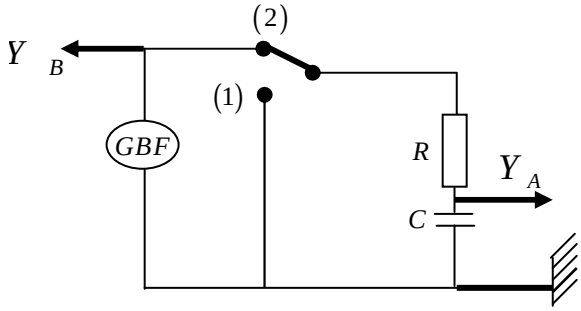
**حل التمرين الثالث :

1– الرسم التخطيطي للدارة :



2– لتفريغ المكثفة نضع البادلة في الوضع (1) .

3–1– ربط مدخلي راسم الإهتزاز كما في الشكل المقابل :



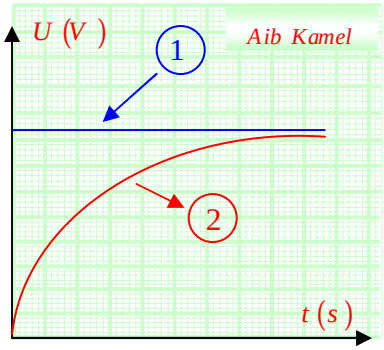
3–2–** البيان (1) يمثل التوتر بين طرفي المولد و هو ثابت .

** البيان (2) يمثل التوتر بين طرفي المكثفة حيث يتطور التوتر خلال عملية الشحن حيث يصل إلى قيمة ثابتة .

4–1– سعة المكثفة :

من 1 و 2 : $\begin{cases} q = KU_C & .....(1) \\ q = CU_C & .....(2) \end{cases} \longrightarrow K = C$

$K = \frac{\Delta q}{\Delta U} = 4,3\times10^{-3}$ ومنه $C = 4,3\times10^{-3}F$



4–2– التحقق من دقة الصانع :

لدينا $\Delta C_0 = C_0 \times 0,2 = 540\mu F$

ومنه. $C_0 = (4700 \pm 540)\mu F$

بما أن تنتمي إلى المجال ، فإن السعة التجريبية تتفق مع دقة الصانع .