

## التحضير المـــتواصل لـ بـكالوريا - 2010 -

### الموضوع : المـــتتاليات

#### التمرين 01 :

(I)  $f$  دالة عددية معرفة على المجال  $[0; +\infty[$  كما يلي :

$$f(x) = e^{-2x+1} + 2$$

- 1- أدرس تغيرات الدالة  $f$
- 2- عين المستقيم المقارب ثم أنشئ  $C_f$

(II)  $(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $U_n = e^{-2n+1} + 2$

- 1) مثل الحدود :  $U_0, U_1, U_2, U_3$  على محور الترتيب
- 2) ضع تخمينا حول سلوك المتتالية  $(U_n)$  (التغيرات ؛ الحد الأعلى ؛ الحد الأسفل ؛ التباعد و التقارب )
- 3) أدرس حسابيا تغيرات  $(U_n)$  و تباعدها .

#### التمرين 02 :

(1)  $f$  دالة عددية معرفة على  $[0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$

- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$
- بين أن  $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+1}$  ثم عين المقارب المائل ، ثم أنشئ  $C_f$

(2)  $(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $U_n = \frac{n^2+2n+2}{n+1}$

- أ- مثل الحدود  $U_0, U_1, U_2, U_3$  على حامل محور الترتيب .
- ب- ضع تخمينا حول سلوك المتتالية  $(U_n)$  (التغيرات ؛ الحدود ؛ التباعد أو التقارب )
- ج- عين حسابيا تغيرات  $(U_n)$  و تقاربها أو تباعدها

#### التمرين 03 :

$(U_n)$  متتالية عددية معرفة بـ :  $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 2 \end{cases}$

- 1) مثل الحدود  $U_0, U_1, U_2, U_3$  على حامل محور الفواصل
- 2) ضع تخمينا حول سلوك المتتالية  $(U_n)$  (التغيرات ؛ التباعد ؛ الحدود )
- 3) إذا كانت  $(U_n)$  متقاربة ، عين نهايتها
- 4) أدرس تغيرات  $(U_n)$  حسابيا

#### التمرين 04 :

$(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بـ :  $\begin{cases} U_1 = 2 \\ U_{n+1} = -\frac{1}{2}U_n \end{cases}$

- 1) مثل الحدود  $U_1, U_2, U_3, U_4$  على حامل محور الفواصل
- 2) ضع تخمينا حول سلوك المتتالية  $(U_n)$
- 3) إذا كانت  $(U_n)$  متقاربة ، عين نهايتها
- 4) أدرس تغيرات  $(U_n)$  حسابيا

#### التمرين 05 :

$(U_n)$  متتالية عددية  $\begin{cases} U_1 = \frac{11}{4} \\ U_{n+1} = 3U_n - 4 \end{cases}$

- 1) برهن بالتراجع أن  $U_n > 2$
- 2) استنتج تغيرات  $(U_n)$
- 3) هل  $(U_n)$  متقاربة ؟

#### التمرين 06 :

$(V_n)$  متتالية عددية :  $\begin{cases} V_0 = \alpha \\ 3V_{n+1} = 2V_n + 6 \end{cases}$

- 1) عين  $\alpha$  حتى تكون  $(V_n)$  ثابتة .
- 2) نفرض  $\alpha = \frac{5}{2}$  برهن بالتراجع أن :  $V_n \leq 6$
- 3) استنتج أن  $(V_n)$  متزايدة
- 4) بين أن  $(V_n)$  متقاربة .

#### التمرين 07 :

$(U_n)$  متتالية عددية :  $\begin{cases} U_0 = \alpha \\ U_{n+1} = \frac{2U_n+1}{3} \end{cases}$

- 1) عين  $\alpha$  تكون  $(U_n)$  ثابتة .
- 2) بفرض  $\alpha = 0$  برهن بالتراجع أن  $0 \leq U_n < 1$
- 3) استنتج تغيرات  $(U_n)$  ثم بين تقاربها

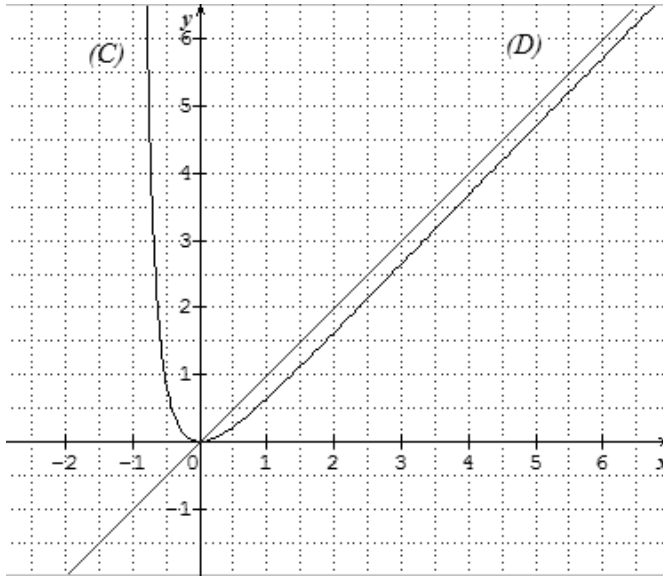
#### التمرين 08 :

$f$  دالة عددية معرفة على  $]-1, +\infty[$  بـ :  $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{1+x}$

(C) تمثيلها البياني ، (D) المستقيم ذو المعادلة  $y = x$

- 1) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$
- 2) بين أن : إذا كان  $x \in [0; 4]$  فإن  $f(x) \in [0; 4]$ 
  - أ) نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة بـ :  $\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$
  - ب) أنشئ الحدود  $U_0, U_1, U_2, U_3$  ضع تخمينا
  - ج) برهن بالتراجع أن من أجل  $n \in \mathbb{N}$  لدينا  $U_n \in [0; 4]$
  - د) أدرس رتبة المتتالية  $(U_n)$

(هـ) عين نهاية المتتالية  $(U_n)$



#### التمرين 09 :

(1)  $(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :

$$U_n = e^{-\frac{1}{3}+2n}$$

- أ- بين أن  $(U_n)$  هندسية يطلب أساسها و حدها الأول
- ب- نضع :  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$  أحسب بدلالة  $S_n$  بدلالة  $n$

ج- عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث :  $S_n = \frac{e^{-\frac{1}{3}}}{1-e^2} (1 - e^{10})$

(2) نضع من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ،  $V_n = \ln(U_n)$  ، عين حدها الأول و أساسها .

أ- ما هي طبيعة المتتالية  $(V_n)$  ، عين حدها الأول و أساسها .

ب- عبر بدلالة  $n$  عن المجموع  $S'_n$  حيث :

$$S'_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

ج- عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون  $S'_n = \frac{160}{3}$

#### التمرين 10 :

$(U_n)$  متتالية عددية حيث :  $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - 1 \end{cases}$

$(V_n)$  متتالية عددية بحيث :  $V_n = U_n + 3$

عمـــاري

- (1) يبين أن  $(V_n)$  هندسية معينة  $q$  و  $V_0$  .  
 (2) اكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $U_n$  بدلالة  $n$  .  
 (3) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$  ، فسر النتائج .  
 (4) نضع :  $S_1 = V_0 + V_1 + \dots + V_n$   
 $S_2 = U_0 + U_1 + \dots + U_n$   
 أحسب  $S_1$  ،  $S_2$  بدلالة  $n$  .

### التمرين 11 :

- نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  

$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + 3 \end{cases}$$
 (1) أ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود  $U_0$  ،  $U_1$  ،  $U_2$  ،  $U_3$  (ب) ضع تخميننا حول تغيرات و تقارب  $(U_n)$   
 (2) أ- برهن بالتراجع أن من أجل  $n \in \mathbb{N}$  ،  $U_n > 4$  ب- برهن أن المتتالية  $(U_n)$  متناقصة .  
 ج- استنتج أن  $(U_n)$  متقاربة ثم عين نهـايتها .

- (3) نعتبر المتتالية  $(W_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $W_n = Ln(U_n - 4)$   
 أ- برهن أن  $(W_n)$  متتالية حسابية يطلب أساسها .  
 ب- تحقق أن :  $W_n = (1 - 2n)Ln2$   
 ج- أحسب  $U_n$  بدلالة  $n$   
 د- أحسب أصغر قيمة للعدد الطبيعي  $n$  حيث يكون :  
 $U_n < 4 + 2 \cdot 10^{-4}$

### التمرين 12 :

- $(U_n)$  متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول  $U_1$  و أساسها  $q$  حيث :
- $$\begin{cases} U_1 + 2U_2 + U_3 = 32 \\ U_1 \times U_2 \times U_3 = 216 \end{cases}$$
- (1) أ- أحسب  $U_2$  و الأساس  $q$  لهذه المتتالية و استنتج الحد الأول  $U_1$  ب- اكتب عبارة الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$  .  
 ج- أحسب  $S_n$  حيث  $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$  بدلالة  $n$  ثم عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون  $S_n = 728$   
 (2)  $(V_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  كما يلي :  
 $V_{n+1} = \frac{3}{2}V_n + U_n$  و  $V_1 = 2$

- أ) أحسب  $V_2$  و  $V_3$  .  
 ب) نضع :  $W_n = \frac{V_n}{U_n} - \frac{2}{3}$  ، بين أن  $(W_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$   
 ت) أكتب  $W_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $V_n$  بدلالة  $n$  .

### التمرين 13 : BAC 2009 ع.ت

- $(U_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $U_{n+2} = \frac{4}{3}U_n - \frac{1}{3}U_n$  و  $U_0 = 1$  و  $U_1 = 2$

- المتتالية  $(V_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $V_n = U_{n+1} - U_n$   
 (1) أحسب  $V_0$  و  $V_1$   
 (2) برهن أن  $(V_n)$  متتالية هندسية .  
 (3) أ- أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$  ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$   
 $U_n = \frac{3}{2} \left( 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^n \right) + 1$   
 ج- بين أن  $(U_n)$  متقاربة .

### التمرين 14 :

- $(U_n)$  متتالية حسابية حدودها الثلاثة الأولى  $U_1$  ،  $U_2$  ،  $U_3$  تحقق  
 الجملة :  

$$\begin{cases} U_1 - 3U_2 + U_3 = -1 \\ U_1^2 - U_3^2 = -4\sqrt{2} \end{cases}$$
 1- أحسب كلا من :  $U_1$  ،  $U_2$  ،  $U_3$   
 2- أكتب  $U_n$  بدلالة  $n$   
 3- أحسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$  ثم أوجد قيمة العدد الطبيعي  $m$  حتى يكون :  
 $S_m - S_{m-2} = 2 + 21\sqrt{2}$

### التمرين 15 :

- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty, 6[$  بـ :  $f(x) = \frac{9}{6-x}$   
 $(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $U_{n+1} = f(U_n)$   
 (1) أ- برهن أنه إذا كان  $x < 3$  فإن  $\frac{9}{6-x} < 3$   
 - استنتج أن  $U_n < 3$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$  .  
 ب- أدرس اتجاه تغيرات المتتالية  $(U_n)$

- ج- ماذا يـمـكننا أن نستنتج من "أ" و "ب" ؟  
 (2) نعتبر المتتالية  $(V_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$   
 أ- برهن أن  $(V_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = -\frac{1}{3}$   
 ب- عين  $V_n$  ثم  $U_n$  بدلالة  $n$   
 ج- أحسب نهاية المتتالية  $(U_n)$  .

### التمرين 16 :

- (I)  $(U_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة .  
 (1) عين الأساس  $q$  إذا علمت أن :  $LnU_2 - LnU_4 = 4$   
 (2) عين  $U_0$  إذا علمت أن  $LnU_1 + LnU_5 = -12$   
 (3) أكتب  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$   
 (II)  $(V_n)$  المتتالية العددية حيث :  $V_n = LnU_n + LnU_{n+1}$   
 (1) بين أن  $(V_n)$  حسابية .  
 (2) أحسب بدلالة  $n$  :  $S_2 = V_0 + V_1 + \dots + V_n$   
 عين العدد الطبيعي  $n$  حيث  $S_2^2 = 2^{30}$

### التمرين 17 :

- $(U_n)$  متتالية عددية ،  

$$\begin{cases} U_0 = 6 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1 \end{cases}$$
 $(V_n)$  متتالية بحيث :  $V_n = \alpha U_n - 2$  حيث  $\alpha \in \mathbb{R}^*$   
 (1) عين  $\alpha$  حتى تكون  $(V_n)$  هندسية .  
 أكتب  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم عين أصغر قيمة لـ  $n$  بحيث  $U_n < \frac{3}{2}$

### التمرين 18 :

- نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة بـ :  

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 3 + n \end{cases}$$
 (1) أحسب  $U_1$  ،  $U_2$  .  
 (2) نضع :  $V_n = U_n - 3n$  أ- يبين أن  $(V_n)$  هندسية .  
 ب- أحسب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم عين  $U_n$  بدلالة  $n$   
 (3) نضع :  $W_n = U_{n+1} - U_n$  أ- يبين أن :  $|W_n - 3| \leq V_n$  ب- استنتج :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n$

عماري