

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (6.5 ن):

1- z_1 و z_2 عددان مركبان ، حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، الجملة التالية :

$$\begin{cases} z_1\sqrt{3} - z_2 = -2 \\ z_1 - z_2\sqrt{3} = -2i \end{cases}$$

2- نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) ، الوحدة 4cm ، النقطتين A و B ذات

اللاحقتين z_A و z_B على الترتيب $z_A = -\sqrt{3} + i$ و $z_B = -1 + i\sqrt{3}$

(أ) علم النقطتين A و B واكتب z_A و z_B على الشكل الآسي

(ب) عين الطويلة وعمدة للعدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$.

(ج) استنتج طبيعة المثلث ABO وقيس للزاوية $(\vec{OA}; \vec{OB})$

3- (أ) اوجد لاحقة النقطة C بحيث يكون الرباعي ACBO معين ، أنشئ النقطة C.

(ب) احسب مساحة المثلث ABC.

التمرين الثاني (7.5 ن) :

الدالة f قابلة للاشتقاق و متزايدة تماما على المجال $[-1; +6]$

الشكل المقابل هو المنحني (C_f) الممثل

للدالة f في المستوي مزود بمعلم متعامد

ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

(C_f) يمر بالنقاط : A(3,1) ، B(2,0) ،

C(5;2) والمماس (T) للمنحني (C_f) في

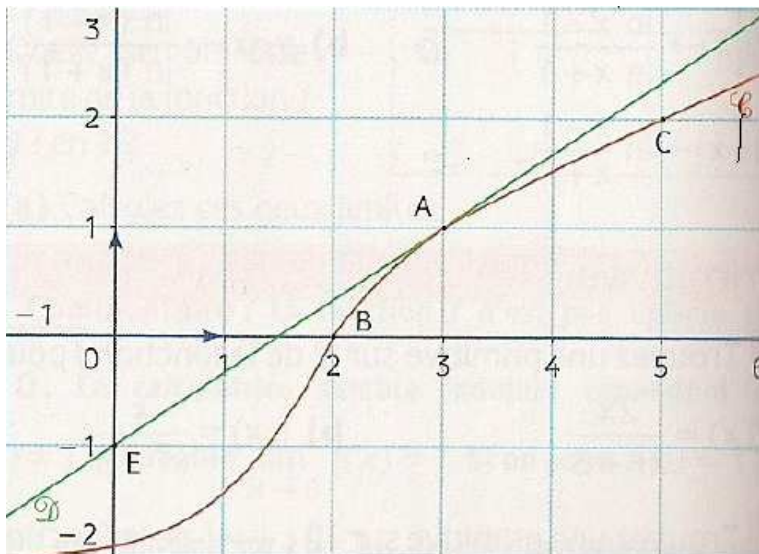
النقطة A يمر بالنقطة E(0;-1)

يجب تبرير كل الأجوبة للأسئلة التالية :

(I) (أ) ما هي قيمة $f'(3)$ ؟

(ب) حل بيانيا في المجال $[-1; +6]$ ،

المتراجحة : $f(x) \geq 0$.



(II) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ بـ : $g(x) = \ln[f(x)]$.
 (C_g) هو منحنى الدالة g في المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$.

1. عين قيمة مقربة إلى 10^{-3} للعدد $g(5)$.
2. حل في المجال $[-2; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$.
3. حدد اتجاه تغير الدالة g على المجال $[-2; +\infty[$.
4. عين $g'(3)$.
5. اوجد : $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً.
6. اوجد : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً.
7. شكل جدول تغيرات الدالة g .
8. ارسم (C_g) .

التمرين الثالث (6 ن) :

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط، عين الجواب الصحيح مغطلا اختيارك :

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(3,0,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $C(0,0,4)$ ، $D(-5,0,1)$

الأسئلة	الجواب (1)	الجواب (2)	الجواب (3)
(1) مركبات الشعاع \overrightarrow{AB} هي :	$\overrightarrow{AB}(-3; 6; 0)$	$\overrightarrow{AB}(3; -6; 0)$	$\overrightarrow{AB}(3; 6; 0)$
(2) مركبات الشعاع \overrightarrow{AC} هي :	$\overrightarrow{AC}(3; 0; -4)$	$\overrightarrow{AC}(-3; 0; -4)$	$\overrightarrow{AC}(-3; 0; 4)$
(3) الشعاع $\vec{n}(4, 2, 3)$ يحقق :	$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$
(4) معادلة المستوى (ABC) هي :	$4x + 2y + 3z + 12 = 0$	$-4x + 2y - 3z - 12 = 0$	$4x + 2y + 3z - 12 = 0$
(5) التمثيل الوسيطى للمستقيم الذي يشمل النقطة D والعمودي على المستوى (ABC) هو :	$\begin{cases} x = 5 + 4\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = -1 + 3\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$	$\begin{cases} x = -5 + 4\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = +1 + 3\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$	$\begin{cases} x = -3 + 2\lambda \\ y = 4\lambda \\ z = +1 + 3\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$
(6) إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوى (ABC) هي :	$H(-1, 2, -4)$	$H(-1, 2, 4)$	$H(1, 2, -4)$
(7) بعد النقطة D عن المستوى (ABC) هو :	0	29	$\sqrt{29}$

<http://www.elhadna.eb2a.com/vb>

<http://slimanemath.ahlamontada.com>

تمنياتنا لكم النجاح والتفوق

أساتذتكم

التمرين الأول :

(1) حل الجملة :

$$\begin{cases} z_1\sqrt{3} - z_2 = -2 \\ 2z_2 = -2 + 2\sqrt{3}i \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} z_1\sqrt{3} - z_2 = -2 \\ -\sqrt{3}z_1 + 3z_2 = 2\sqrt{3}i \end{cases} \text{ يعني } \begin{cases} z_1\sqrt{3} - z_2 = -2 \\ z_1 - z_2\sqrt{3} = -2i \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_1 = -\sqrt{3} + i \\ z_2 = -1 + i\sqrt{3} \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} z_1\sqrt{3} - (-1 + \sqrt{3}i) = -2 \\ z_2 = -1 + \sqrt{3}i \end{cases} \text{ وبالتعويض نجد } \begin{cases} z_1\sqrt{3} - z_2 = -2 \\ z_2 = -1 + \sqrt{3}i \end{cases}$$

$$z_B = -1 + i\sqrt{3} \text{ و } z_A = -\sqrt{3} + i \quad (2)$$

(أ) تعليم النقطتين A و B كتابة z_A و z_B على الشكل الآسي

$$|z_A| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$$

$$z_A = 2e^{i\frac{5\pi}{6}} \text{ ومنه } \begin{cases} \cos \theta_1 = \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \sin \theta_1 = \frac{1}{2} \end{cases} \theta_1 = 5\frac{\pi}{6}$$

$$|z_B| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$z_B = 2e^{i\frac{2\pi}{3}} \text{ ومنه } \begin{cases} \cos \theta_2 = -\frac{1}{2} \\ \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \theta_2 = 2\frac{\pi}{3}$$

$$\left| \frac{z_A}{z_B} \right| = \frac{|z_A|}{|z_B|} = 1 : \frac{z_A}{z_B} \text{ عدمة للعدد المركب}$$

$$\text{Arg} \left(\frac{z_A}{z_B} \right) = \text{Arg}(z_A) - \text{Arg}(z_B) = 5\frac{\pi}{6} - 2\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$$

(ج) استنتاج طبيعة المثلث ABO :المثلث ABO متقايس الضلعين $OA = OB$ لأن $|z_A| = |z_B|$

$$\left(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OA} \right) = \text{Arg} \left(\frac{z_A}{z_B} \right) = \frac{\pi}{6} \text{ هو } \left(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OA} \right) \text{ وقيس للزاوية}$$

(3) (أ) إيجاد لاحقة النقطة C بحيث يكون الرباعي $ACBO$ معين

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB} \text{ معين إذا كان}$$

$$z_C - z_A = z_B - z_O \text{ يعني } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OB}$$

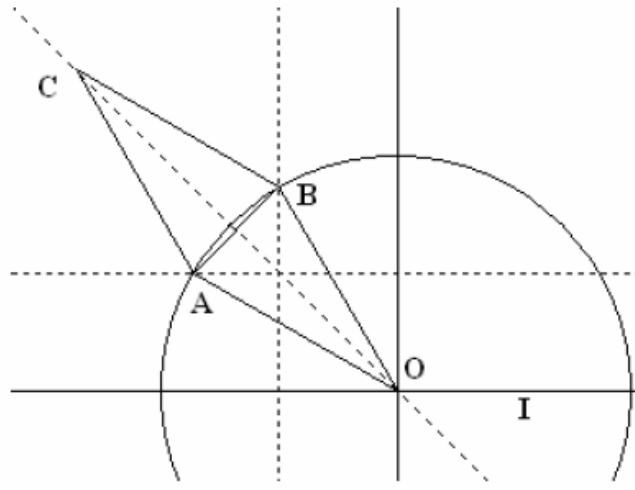
$$z_C - z_A = z_B - z_O \text{ تكافئ :}$$

$$z_C = -\sqrt{3} + i - 1 + i\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)(-1 + i) \quad z_C = z_A + z_B - z_O \quad z_C = z_A + z_B - z_O$$

إنشاء النقطة C .(ب) حساب مساحة المثلث ABC .

$$S_{ABC} = \frac{AB}{2} \times \frac{OC}{2} = \frac{1}{4} |z_B - z_A| \times |z_C - z_O|$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{4} \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 16 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2 \quad S_{ABC} = \frac{1}{4} |-1 + i\sqrt{3} + \sqrt{3} - i| \times |(\sqrt{3} + 1)(-1 + i)|$$



التمرين الثاني :

I (أ) قيمة $f'(3) = \frac{2}{3}$

ب) الحل البياني في المجال $[-1; +6]$ ، المتراجحة : $f(x) \geq 0$

$f(x) \geq 0$ يعني $x \in [2; +6]$

II نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]2; +\infty[$ بـ : $g(x) = \ln f(x)$

1. تعيين قيمة مقربة إلى 10^{-3} للعدد $g(5)$. لدينا : $g(5) = \ln f(5) = \ln 2 = 0,693$

2. الحل في المجال $]2; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$. لدينا $g(x) = 0$ يعني $\ln f(x) = 0$ ومنه $x = 3$

3. تحديد اتجاه تغير الدالة g على المجال $]2; +\infty[$.

$g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$ ومنه الدالة g متزايدة تماماً لان : $f'(x) > 0$ (الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]2; +\infty[$

4. تعيين $g'(3)$: $g'(3) = \frac{f'(3)}{f(3)} = \frac{\frac{2}{3}}{1} = \frac{2}{3}$

5. ايجاد : $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ لدينا : $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \ln f(x) = -\infty$

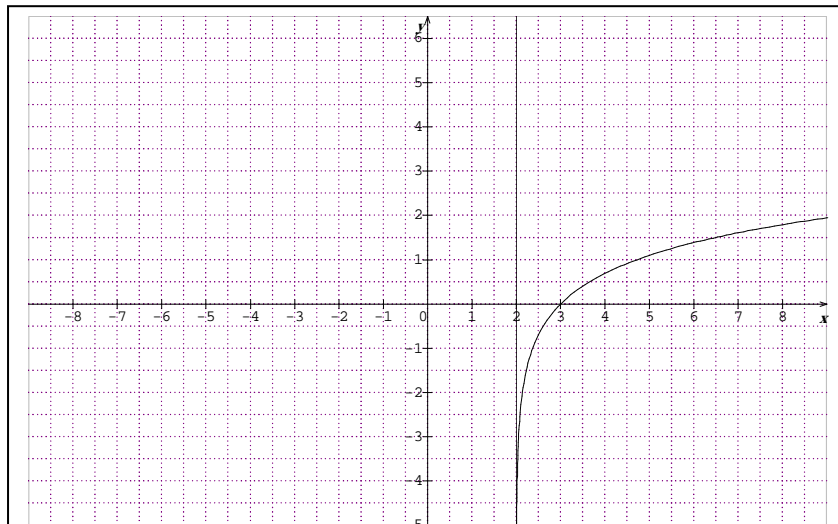
تفسير النتيجة هندسياً : المنحنى (C_g) يقبل مقارباً يوازي محور الترتيب معادلته : $x = 2$

6. ايجاد : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln f(x) = +\infty$

تفسير النتيجة هندسياً : احتمال وجود مقارب مائل

7. تشكيل جدول تغيرات الدالة g .

X	2	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$



8. رسم (C_g) :

التمرين الثالث: اختيار الجواب الصحيح

الأسئلة	الجواب
(1) مركبات الشعاع \overrightarrow{AB} هي :	$\overrightarrow{AB}(-3;6;0)$
(2) مركبات الشعاع \overrightarrow{AC} هي :	$\overrightarrow{AC}(-3;0;4)$
(3) الشعاع $\vec{n}(4,2,3)$ يحقق :	$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$
(4) معادلة المستوى (ABC) هي :	$4x + 2y + 3z - 12 = 0$
(5) التمثيل الوسيط للمستقيم الذي يشمل النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) هو :	$\begin{cases} x = -5 + 4\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = +1 + 3\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$
(6) إحداثيات H المسقط العمودي للنقطة D على المستوى (ABC) هي :	$H(-1,2,4)$
(7) بعد النقطة D عن المستوى (ABC) هو :	$\sqrt{29}$

التعليل :

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A; z_C - z_A) \quad (2)$$

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = -3 \times 4 + 6 \times 2 + 0 \times 3 = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = -3 \times 4 + 0 \times 2 + 4 \times 3 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

(4) لدينا $\vec{n}(4,2,3)$ الشعاع الناطمي ومنه معادلة المستوي هي $4x + 2y + 3z + d = 0$ والنقطة $A(3,0,0)$ تنتمي

الى المستوى (ABC) يعني $4 \times 3 + 2 \times 0 + 3 \times 0 + d = 0$ ومنه $d = -12$

(5) التمثيل الوسيط للمستقيم الذي يشمل النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) هو :

$$\begin{cases} x = x_0 + a\lambda \\ y = y_0 + b\lambda \\ z = z_0 + c\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

حيث $\vec{n}(a,b,c)$ و $A(x_0; y_0; z_0)$

(6) إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوى (ABC) :

$$4(-5 + 4\lambda) + 2(2\lambda) + 3(+1 + 3\lambda) - 12 = 0 \quad \text{ومنه } \lambda = 1$$

$$\begin{cases} x = -5 + 4 \times 1 = -1 \\ y = 2 \times 1 = 2 \\ z = +1 + 3 \times 1 = 4 \end{cases}$$

(7) بعد النقطة D عن المستوى (ABC) هو :

$$DH = \frac{|4(-5) + 2(0) + 3(1) - 12|}{\sqrt{(4)^2 + (2)^2 + (3)^2}} = \sqrt{29}$$

سليمان مهدي