الدوال الأسية - الدوال اللوغاريتمية

الدوال اللوغاريتمية	الدوال الأسية
1- تعريف : نسمي " الدالة اللوغارتمية النبيرية " الدالة التي نرمز لها بـ " ln " و التي ترفق بكل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ العدد الحقيقي $\ln x$ و نكتب : $f(x)=\ln x$	1- تعريف : الدالة الأسيّة f هي الدالة الوحيدة ، قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و تحقق : $f'=f$ و $f(0)=1$ و نكتب : $f(x)=\exp(x)$ أو $f(x)=e^x$.
2- خواص الدالة اللوغاريتمية النبيرية : ليكن x و y من $]0;+\infty[$ و n عدد صحيح نسبي : ▪ $\ln 1=0$ ، $\ln e=1$ ▪ $\ln(x.y)=\ln x+\ln y$ ▪ $\ln\left(\frac{x}{y}\right)=\ln x-\ln y$ ▪ $\ln\left(\frac{1}{x}\right)=-\ln x$ ▪ $\ln x^n=n.\ln x$ ▪ إذا كان : $\ln x=\ln y$ فإن : $x=y$ ▪ إذا كان : $\ln x>\ln y$ فإن : $x>y$ ▪ $\ln x>0$ يعني $x>1$ و $\ln x<0$ يعني $0<x<1$ ▪ $e^{\ln x}=x$ ، $\ln e^x=x$	2- خواص الدالة الأسية : ليكن x ، y من $\mathbb{R}$ و n عدد صحيح نسبي : ▪ $e^0=1$ و $e^1=e\approx 2,71$ ▪ $e^{x+y}=e^x.e^y$ ▪ $e^{x-y}=\frac{e^x}{e^y}$ ▪ $e^{-x}=\frac{1}{e^x}$ ▪ $e^{n.x}=(e^x)^n$ ▪ إذا كان : $e^x=e^y$ فإن : $x=y$ ▪ إذا كان : $e^x>e^y$ فإن : $x>y$ ▪ $e^{\ln\|x\|}=\|x\|$ ، $\ln e^x=x$
-3 مجموعة تعريف الدّالة اللوغاريتمية : $f(x)=\ln g(x)$ ، الدالة f معرفة إذا وفقط إذا كان : $g(x)>0$	-3 مجموعة تعريف الدّالة الأسية : $f(x)=e^{g(x)}$ ، الدالة f معرفة إذا كانت الدالة g معرفة
-4 مشتقة الدّالة اللوغاريتمية : $f(x)=\ln g(x)$ منه : $f'(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}$ مع $g(x)>0$ $f(x)=\ln\|g(x)\|$ منه : $f'(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}$ حيث $g(x)\neq 0$	-4 مشتقة الدّالة الاسية : $f(x)=e^{g(x)}$ منه : $f'(x)=g'(x).e^{g(x)}$
-5 النهايات الشهيرة : ▪ $\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ و $\lim_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$ ▪ $\lim_{x\to 0^+}x.\ln x=0^-$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ▪ $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x}=1$ و $\lim_{x\to 1}\frac{\ln x}{x-1}=1$ ▪ $\lim_{x\to 0^+}x^n.\ln x=0^-$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^n}=0$ مع $n>0$.	-5 النهايات الشهيرة : ▪ $\lim_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}e^x=0^+$ ▪ $\lim_{x\to-\infty}x.e^x=0^-$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ ▪ $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$ ▪ $\lim_{x\to-\infty}x^n.e^x=0^-$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}=+\infty$ مع $n>0$.

بالتوفيق للجميع، الأستاذ توامي عمر

http://touamimaths.webnode.fr