الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2017

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأول

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

الجدول التالي يمثل تطور ميزانية الإشهار بالمليون دينار لمؤسسة اقتصادية من سنة 2009 الى سنة 2016.

| السنة | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ترتيب السنوات $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| الميزانية $y_i$ بالمليون دينار | 0,4 | 0,45 | 0,5 | 0,56 | 0,63 | 0,68 | 0,75 | 0,83 |

**1)** مثّل سحابة النقط $M(x_i;y_i)$ في معلم متعامد .

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 100000 DA على محور التراتيب)

**2)** جد إحداثيات $G$ النقطة المتوسطة لسحابة النقط ثم علّمها.

**3)** بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار $(\Delta)$ بالمربعات الدّنيا هي: $y=0,06x+0,33$ ، (النتائج تدور الى $10^{-2}$)

ثم ارسم المستقيم $(\Delta)$ في المعلم السابق.

**4)** أ) باستعمال التعديل الخطي السابق قدّر الميزانية المتوقعة سنة 2020.

**ب)** ابتداء من أي سنة تتجاوز هذه الميزانية 1200000 DA .

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول $u_0=-1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$ .

**1)** أ) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n<3$ .

**ب)** بيّن أنّ المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة .

**2)** $(v_n)$ المتتالية المعرّفة بـ : من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_n=3-u_n$ .

أ) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ثم عيّن حدها الأول .

**ب)** نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$ .

بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $S_n=3(n-1)+2\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

يستقبل مركز إجراء امتحان شهادة البكالوريا مترشحين موزّعين على ثلاث شعب هي:

شعبة الآداب والفلسفة (L)، شعبة العلوم التجريبية (S) ، شعبة التسيير والاقتصاد (G)

47% من المترشحين ذكور (M) والباقي اناث (F) .

من بين الذكور يوجد 35% في شعبة العلوم التجريبية و 49% في شعبة الآداب والفلسفة.

من بين الإناث يوجد 10% في شعبة التسيير والاقتصاد و 37% في العلوم التجريبية .

نختار عشوائيا مترشحا من هذا المركز.

**1)** انجز شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

**2)** احسب احتمال كل حادثة مما يلي:

**A** " المترشح المختار انثى ومن شعبة التسيير والاقتصاد" .

**B** " المترشح المختار من شعبة التسيير والاقتصاد " .

**C** " المترشح المختار انثى علما انه من شعبة التسيير والاقتصاد" .

**التمرين الرابع: (08 نقاط)**

I) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+3\ln x-3$

**1)** ادرس اتجاه تغيّر الدالة $g$.

**2)** بيّن أنّ: المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1,40<\alpha<1,41$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$.

II) نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1-\dfrac{3\ln x}{x}$ .

ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1)** أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

**2)** بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ .

**3)** استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيراتها .

**4)** أ) بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ .

**ب)** ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$.

**5)** أنشئ المستقيم $(\Delta)$ والمنحني $(C_f)$ . (يعطى $f(\alpha)\simeq 1,68$ )

**6)** أ) بيّن أنّ الدالة $h$ حيث $h(x)=\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) احسب $S$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها:

$x=1$ ، $x=e$ و $y=x+1$

**انتهى الموضوع الأول**

# الموضوع الثاني

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

يمثل الجدول التالي نسب النجاح في امتحان شهادة البكالوريا لشعبة التسيير والاقتصاد بثانوية في الفترة من سنة 2010 الى سنة 2014.

| السنة | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|---|---|---|---|---|---|
| رتبة السنة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| النسبة المئوية $y_i$ | 33,1 | 36,8 | 41,0 | 41,1 | 44,1 |
| $z_i = \ln y_i$ | | | | | |

**1)** عيّن إحداثيات $G$ النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$.

**2)** لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;y_i)$ .

بيّن أنّ $a = 2,63$ ثم أحسب قيمة $b$ .

**3)** أ) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه . (تدور النتائج الى $10^{-2}$)

ب) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;z_i)$ هي: $z = 0,07x + 3,46$ .

**4)** من بين التعديلين السابقين، ما هو التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2017 ؟

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بحدها الاول $u_0 = 2$ ومن أجل كل $n$ طبيعي ، $u_{n+1} = 3u_n - 2$

**1)** احسب $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ ثم خمن اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

**2)** نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرّفة بـ : من أجل كل $n$ طبيعي ، $v_n = u_{n+1} - u_n$

**أ)** بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها 3 يطلب تعيين حدها الأول.

**ب)** عين $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة .

**3)** نضع من اجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم ، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$.

**أ)** احسب $S_n$ بدلالة $n$.

**ب)** بيّن أنّ: من اجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n = S_n + u_0$ واستنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$.

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

أجريت دراسة إحصائية حول العلاقة بين استعمال الانترنت وامتلاك جهاز حاسوب في مدينة ما، فكانت النتائج كما يلي: 80% من سكان هذه المدينة يملكون جهاز حاسوب.

90% من سكان هذه المدينة الذين يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت.

60% من سكان هذه المدينة الذين لا يملكون جهاز حاسوب يستعملون الانترنت.

نختار عشوائيا شخصا من هذه المدينة .

يرمز **A** إلى الحادثة : "الشخص المختار يملك جهاز حاسوب" .

يرمز **B** إلى الحادثة : "الشخص المختار يستعمل الانترنت" .

**1)** انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

**2)** أ) بيّن أنّ احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي $0,20$ .

ب) ما احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟

ج) ما احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت؟

**3)** احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الانترنت.

**4)** احسب احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما انه يستعمل الانترنت .

**التمرين الرابع: (08 نقاط)**

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $D_f$ حيث $D_f = ]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}e^x-\frac{1}{e^x-1}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

**1)** أ) احسب النهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ وفسر بيانيا النتائج المحصل عليها .

**ب)** احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

**2)** أ) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $D_f$ ، $f'(x)=\frac{1}{2}e^x+\frac{e^x}{(e^x-1)^2}$ .

**ب)** استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

**3)** ادرس الوضعية النسبية للمنحني $(C_f)$ مع المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=1$ .

**4)** عيّن معادلة لـ $(T)$ المماس للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$ .

**5)** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=f(x)-\frac{9}{4}(x-\ln 3)-1$ .

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة $g$ .

| $x$ | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $+$ | |
| $g(x)$ | ‖ $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ |

أ) احسب $g(\ln 3)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ .

**ب)** ادرس على المجال $]0;+\infty[$ وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة الى المماس $(T)$، ثم فسّر ذلك بيانيا .

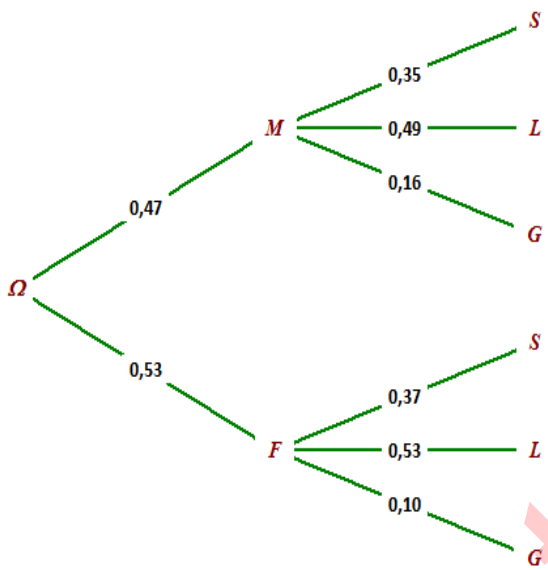
**6)** احسب $f(\ln 2)$ ثم أرسم المماس $(T)$ و $(C_f)$ على المجال $]-\infty;0[\cup]0;3]$ .

**انتهى الموضوع الثاني**

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|
| **الموضـــــــــــــوع الأول** | | |
| **التمرين الأول (04 نقاط) :** | | |
| 1- تمثيل سحابة النقط | 0.50 | 0.50 |
| 2- إحداثيات النقطة المتوسطة $G(4,5;0,6)$<br>تعليم النقطة $G$ | 01<br>0.25 | 1.25 |
| 3- معادلة مستقيم الانحدار هي $y=0,06x+0,33$ لأن<br>$a=0.06$<br>$b=0.33$<br>رسم المستقيم $(\Delta)$ | <br>0.75<br>0.25<br>0.25 | 1.25 |
| 4- أ) تقدير الميزانية المتوقعة سنة 2020 هي 1050000 DA<br>ب) تتجاوز الميزانية 1200000 DA ابتداء من السنة 15 أي سنة 2023 | 0.50<br>0.50 | 01 |
| التمرين الثاني (04 نقاط): | | |
| 1- أ) اثبات بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_n<3$ .<br>ب) اثبات ان المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما $u_{n+1}-u_n=-\frac{2}{3}(u_n-3)>0$<br>بما ان المتتالية محدودة من اعلى ومتزايدة تماما فهي متقاربة | 01<br>0.75<br>0.50 | 2.25 |
| 2- أ) بيان أن المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$<br>تعيّن حدها الأول $v_0=3-u_0=4$<br>ب) نبين أن: من أجل كل عدد طبيعي $n$، $S_n=3(n-1)+2\left(\frac{1}{3}\right)^n$ . | 0.75<br>0.25<br>0.75 | 1.75 |



3as.ency-education.com

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الثالث: (04 نقاط)** | | |
| 1- انجاز شجرة الاحتمالات   | 01 | 01 |
| 2- $p(A)=0,053$<br>$p(B)=0.53\times0.10+0.47\times0.16=0.1282$<br>$p(C)=p_G(F)=\dfrac{p(F\cap G)}{p(G)}=0.4134$ | 01<br>01<br>01 | 03 |
| التمرين الرابع: (08 نقاط) | | |
| I) 1) عبارة المشتقة : الدالة $g$ تقبل الاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=2x+\dfrac{3}{x}$<br>بما أن : $g'(x)>0$ على المجال $]0;+\infty[$ فأن $g$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ | 0.50<br>0.25 | 0.75 |
| 2) بيان انّ: المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1,40<\alpha<1,41$<br>استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ . | 0.50<br>0.50 | 01 |
| II) 1) أ) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)=+\infty$<br>التفسير البياني : المنحني يقبل مقاربا معادلته $x=0$<br>ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ . | 0.50<br>0.25<br>0.50 | 1.25 |
| 2) بيان أنّ: من أجل كل عدد حقيقي $x$ موجب تماما ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ . | 0.50 | 0.50 |
| 3) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$<br>استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ | 0.25<br>0.25 | 01 |



3as.ency-education.com

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|

تشكيل جدول تغيراتها

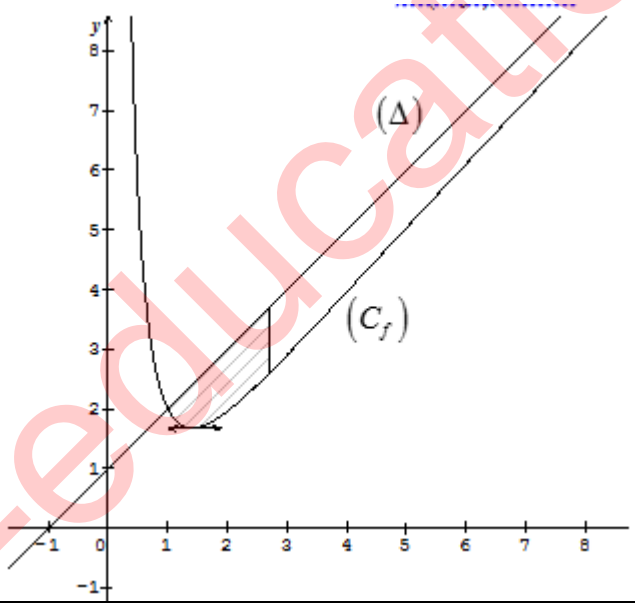
| $x$ | $0$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $f(\alpha)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

0.50

4) أ) بيان أنّ المستقيم $(\Delta)$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$. — 0.50

ب) دراسة الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ بالنسبة الى $(\Delta)$. — 0.75 — 1.25

5) انشاء المستقيم $(\Delta)$ والمنحن $(C_f)$. — 0.25 — 0.75 — 01




6) أ) بيان أنّ الدالة $h$ أصلية للدالة $x \mapsto \dfrac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$. — 0.50

ب) مساحة الحيز المستوي $S = \displaystyle\int_1^e \frac{3\ln x}{x}dx$ — 0.25

$$S = \left[\frac{3}{2}(\ln x)^2\right]_1^e$$ — 0.25

$$S = \frac{3}{2}u.a$$ — 0.25 — 1.25

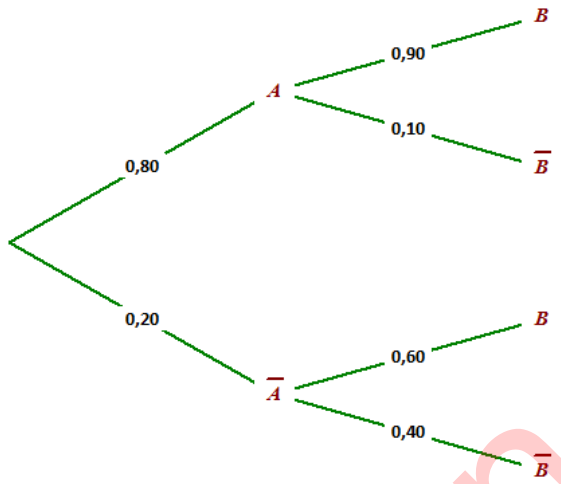


3as.ency-education.com

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|
| **الموضـــــــــــوع الثاني** | | |
| التمرين الأول: (04 نقاط) | | |
| **1)** $\bar{X}=3$<br>$\bar{Y}=39,22$<br>ومنه $G(3\ ;39,22)$ | 0.25<br>0.75 | 01 |
| **2)** بيان أنّ $a=2,63$<br>$b=31,33$ | 0.75<br>0.25 | 01 |
| **3)** أ) اكمال السطر الأخير من الجدول<br>ب) بيان أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $z=0,07x+3,46$ .<br>$a=0,07$<br>$b=3,46$ | 0.50<br><br>0.50<br>0.25 | 1.25 |
| **4)** التعديل الذي يعطي اكبر نسبة نجاح :<br>رتبة السنة 2017 هي 8<br>$y=2,63\times8+31,33=52,37$ اما التعديل الثاني يعطي<br>$z=0,07\times8+3,46=4.02$ ومنه $y=e^{4,02}=55,77$<br>ومنه التعديل الذي يعطي اكبر نسبة هو التعديل اللوغاريتمي | <br>0.25<br>0.25<br><br>0.25 | 0.75 |
| التمرين الثاني: (04 نقاط) | | |
| **1)** حساب الحدود $u_1=4$ ، $u_2=10$ ، $u_3=28$<br>التخمين : المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما . | 0.75<br>0.25 | 01 |
| **2)** أ) بيان أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها 3<br>تعيين حدها الأول $v_0=u_1-u_0=2$ .<br>ب) $v_n$ بدلالة $n$ : $v_n=2\times3^n$<br>استنتاج أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة . | 0.50<br>0.25<br>0.50<br>0.50 | 1.75 |
| **3)** أ) احسب $S_n$ بدلالة $n$ .<br>ب) بيان أنّ: من اجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n=S_n+u_0$<br>استنتاج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ . $u_n=3^n+1$ | 0.50<br>0.50<br>0.25 | 1.25 |
| التمرين الثالث: (04 نقاط) | | |
| **1)** انجاز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية. | | |



3as.ency-education.com

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|
|  | 0.75 | 0.75 |
| **2)** أ) بيان أنّ احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب يساوي $1-0.8=0.20$<br>ب) احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت هو:<br>$p(A\cap B)=p(A)\times p_A(B)=0.80\times 0.90=0.72$<br>ج) احتمال أن يكون الشخص المختار لا يملك جهاز حاسوب ويستعمل الانترنت هو:<br>$p(\bar{A}\cap B)=p(\bar{A})\times p_{\bar{A}}(B)=0.20\times 0.60=0.12$ | 0.25<br>01<br>0.75 | 02 |
| **3)** احتمال أن يكون الشخص المختار يستعمل الانترنت هو :<br>$p(B)=p(A\cap B)+p(\bar{A}\cap B)=0.84$ | 0.50 | 0.50 |
| **4)** احتمال أن يكون الشخص المختار يملك جهاز حاسوب علما انه يستعمل الانترنت هو:<br>$p_B(A)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}=\dfrac{0.72}{0.84}=0.86$ | 0.75 | 0.75 |
| **التمرين الرابع: (08 نقاط)**<br>1) أ) حساب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$<br>التفسير البياني: $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين معادلتهما $x=0$ ، y=1<br>ب) حساب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ . | 3×0.25<br>2×0.25<br>0.50 | 1.75 |
| 2) أ) بيان أنّه من أجل كل $x$ من $D_f$ ، $f'(x)=\dfrac{1}{2}e^x+\dfrac{e^x}{(e^x-1)^2}$<br>**ب)** من اجل كل $x$ من $D_f$ ، $f'(x)>0$<br>ومنه $f$ متزايدة تماما على مجالي $D_f$ | 0.50<br>0.25<br>0.25 | 1.50 |



3as.ency-education.com

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|

جدول التغيرات.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | ‖ | $+$ | |
| $f(x)$ | $1$ ↗ | $+\infty$ | ‖ | $-\infty$ ↗ | $+\infty$ |

0.50

3) دراسة الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ مع المستقيم $(\Delta)$

$$f(x)-1=\frac{e^x(e^x-3)}{e^x-1}$$

0.25

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | | $ln3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)-1$ | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ |

0.25

$(C_f)$ فوق $(\Delta)$ لما $x\in]-\infty;0[\cup]\ln 3;+\infty[$

$(C_f)$ تحت $(\Delta)$ لما $x\in]0;\ln 3[$

$(C_f)\cap(\Delta)=\{I(\ln 3;1)\}$

0.75

1.25

4) عيّن معادلة لـ $(T)$ المماس للمنحني $(C_f)$ : $(T): y=\frac{9}{4}x-\frac{9}{4}\ln 3+1$ — 0.50 — 0.50

5) أ) $g(\ln 3)=0$

استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$

| $x$ | $0$ | | $ln3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

0.25

0.50

ب) دراسة وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة الى المماس $(T)$،

التفسير البياني المنحني $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف $\Omega(\ln 3;1)$

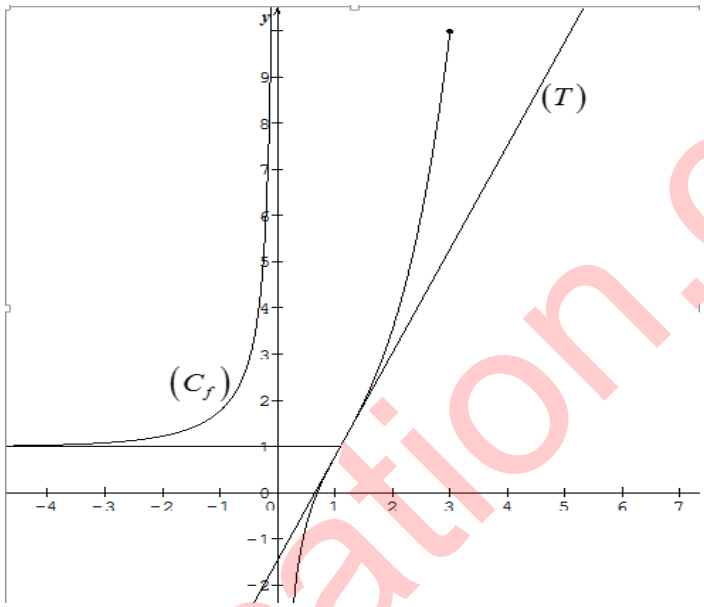
0.50

0.50

1.75



3as.ency-education.com

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|
| 6) احسب $f(\ln 2)$ | 0.25 | |
| رسم المماس $(T)$ | 0.25 | 01.25 |
| رسم $(C_f)$ على المجال $]-\infty;0[\cup]0;3]$ .   | 0.75 | |



3as.ency-education.com