

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

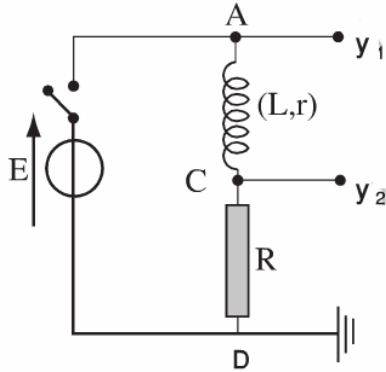
3AS U03 - Exercice 027

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

السنة الدراسية : 2016/2015

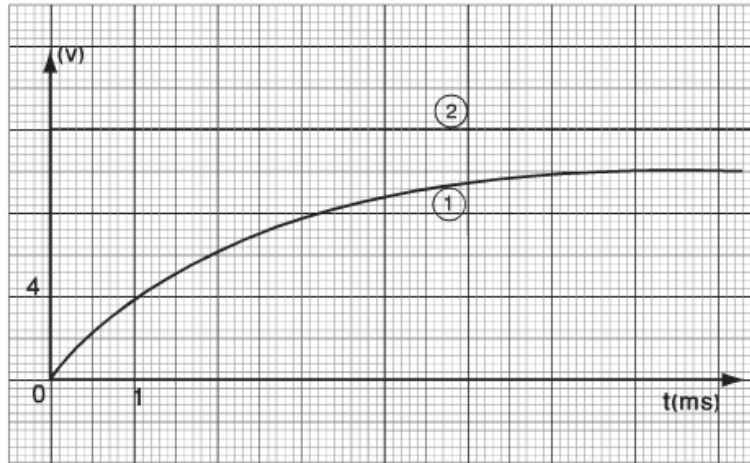
نص التمرين : (**)

:



دائرة كهربائية تحتوي على العناصر التالية مربوطة على التسلسل (الشكل-1)

- مولد ذو توتر ثابت E .
 - ناقل أومي مقاومته $R = 40 \Omega$.
 - وشيعة B ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r .
 - قاطعة K .
- توصل النقطتان A و C بمدخلي راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة في حين توصل النقطة D بالأرضي .
عند غلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ يظهر على شاشة راسم الاهتزاز البيانان (الشكل-2) .



1- أربط بين كل بيان و المدخل الموافق . استنتج بيانيا عندئذ قيمة E التوتر الكهربائي بين طرفي المولد .

2- عين قيمتي كل من :

أ- شدة التيار في النظام الدائم .

ب- قيمة $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t = 0$.

3- بتطبيق قانون جمع التوترات ، استنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$.

4- أثبت أن $i(t) = \alpha (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ هو حل لهذه المعادلة التفاضلية ، حيث α مقدار ثابت موجب و τ ثابت الزمن ،

عين عبارتي كل من α و τ .

5- بالاعتماد على البيان أوجد قيمتي كل من : المقاومة الداخلية r ، ثابت الزمن τ ، ذاتية الوشيعة L .

6- بالتحليل البعدي بين أن τ متجانس مع الزمن .

حل التمرين

- 1- امدخل الموافقة لكل بيان :
- امدخل 1، يوافق البيان (2) الممثل لتطور التوتر بين طرفي المولد.
 - امدخل 2، يوافق البيان (1) الممثل لتطور التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأمامي.
 - التوتر بين طرفي المولد (مولد التوتر) ثابت ويساوي E و اعتماداً على البيان (2) يكون $E = 3 \times 4 = 12V$.
 - 2- قيمة شدة التيار في النظام الدائم .
 - شدة التيار في النظام الدائم تكون اعظمية وكذلك التوتر بين طرفي الناقل الأمامي .
 - من البيان (1)

$$U_{kmax} = 2,5 \times 4 \times 10^3$$

$$U_{kmax} = RI_0 \rightarrow I_0 = \frac{U_{kmax}}{R}$$

$$I_0 = \frac{10}{40} = 0,25A$$

ب- قيمة $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t=0$:

- يمثل ميل المنحنى البيان (1) القيمة $\frac{dU_R}{dt}$ ، لدينا :

$$U_R = RI \rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{dU_R}{dt} \cdot \frac{1}{R}$$

وقد اللحظة $t=0$ تكون :

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} = \frac{\left(\frac{dU_R}{dt} \right)_{t=0}}{R}$$

من البيان :

$$\left(\frac{dU_R}{dt} \right)_{t=0} = (\tan \alpha)_{t=0} = 4 \times 10^3$$

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} = \frac{4 \times 10^3}{40} = 10^2 \text{ A/s}$$

اذن 2

3- المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = U_b + U_R$$

$$E = L \frac{di}{dt} + r i + R i$$

$$L \frac{di}{dt} + (R+r) i = E \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} i = \frac{E}{L}$$

$$i = \alpha (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{4- عبارة } \tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\frac{di}{dt} = \alpha \left(0 - \left(-\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \right) \right) = \frac{\alpha}{\tau} e^{-t/\tau}$$

التعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{\alpha}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{R+r}{L} \alpha (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{\alpha}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{(R+r)\alpha}{L} - \frac{(R+r)\alpha}{L} e^{-t/\tau} = \frac{E}{L}$$

$$\left(\frac{\alpha}{\tau} - \frac{(R+r)\alpha}{L} \right) e^{-t/\tau} = \frac{(R+r)\alpha}{L} = \frac{E}{L}$$

الكل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية ولكي نتحقق المسألة يجب أن يكون :

$$\frac{\alpha}{\tau} - \frac{(R+r)\alpha}{L} = 0 \rightarrow \frac{\alpha}{\tau} = \frac{(R+r)\alpha}{L} \rightarrow \tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\frac{(R+r)\alpha}{L} = \frac{E}{L} \rightarrow \alpha = \frac{E}{R+r}$$

5- قيمة r :

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \rightarrow (R+r) = \frac{E}{I_0} \rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R$$

$$r = \frac{12}{0.25} - 40 = 8 \Omega$$

6- قيمة τ :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow U_R = 0.63 \quad U_{R_{max}} = 0.63 \times 10 = 6.3 \text{ V}$$

الاستقار في البيان نجد : $\tau = 2 \text{ ms}$

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = \tau (R+r) = 2 \times 10^{-3} \times (40 + 8) = 9.6 \times 10^{-2} \text{ H} \quad \text{7- قيمة } L$$

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R]} \quad \text{8- وحدة } \tau$$

$$U_R = R i \rightarrow [U] = [R][i] \rightarrow [R] = \frac{[U]}{[i]}$$

$$U_L = L \frac{di}{dt} \rightarrow [U] = [L] \frac{[i]}{[t]} \rightarrow [L] = \frac{[U][t]}{[i]}$$

$$[\tau] = \frac{[U][t]}{[i]} \rightarrow [\tau] = [t] = \text{s} \quad \text{ومنه}$$

اذن ثابت الزمن متجانس مع الزمن .