

www.sites.google.com/site/faresfergani  
Fares\_Fergani@yahoo.Fr

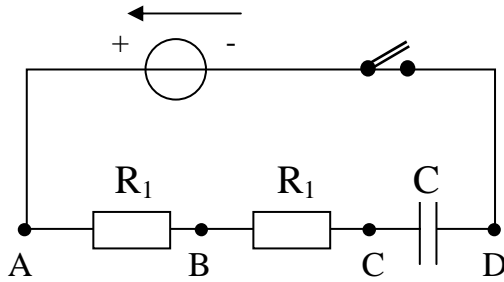
## تمارين مقترحة

### 3AS U03 - Exercice 028

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

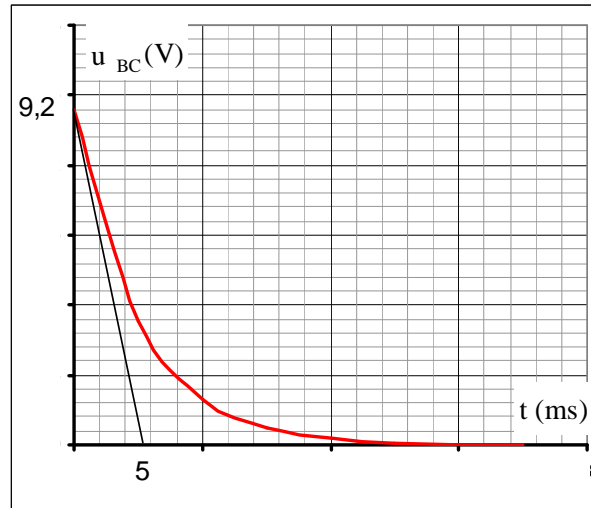
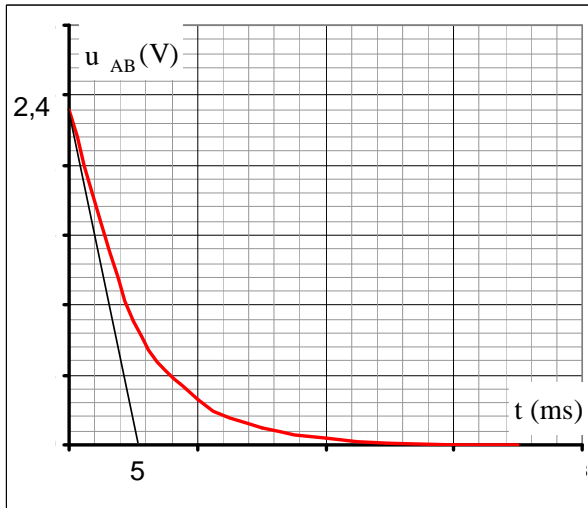
السنة الدراسية : 2016/2015

#### نص التمرين : (\*\*)



بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية  $E$  ، ناقلين أوميين مقاومة الأول  $R_1 = 5 \Omega$  و مقاومة الثاني  $R_2$  مجهولة ، مكثفة فارغة سعتها  $C$  ، قاطعة  $K$  نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي ثم نغلق القاطعة عند اللحظة  $t = 0$  .

الدراسة التجريبية لتطور التوتر  $u_{AB}$  بين طرفي الناقل الأومي  $R_1$  التوتر  $u_{BC}$  بين طرفي الناقل الأومي  $R_2$  بالاعتماد على راسم الاهتزاز المهبطي أعطت البيانيين  $u_{BC} = g(t)$  ،  $u_{AB} = f(t)$  المقابلين :



- 1- بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانيين السابقين .
- 2- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة  $u_{CD} = f(t)$  حيث  $u_{CD}$  التوتر بين طرفي المكثفة مبينا حلها دون برهان .
- 3- أكتب بدلالة  $E$  ،  $R_1$  ،  $R_2$  ،  $C$  العبارات اللحظية لكل من :  
• شدة التيار المار في الدارة .

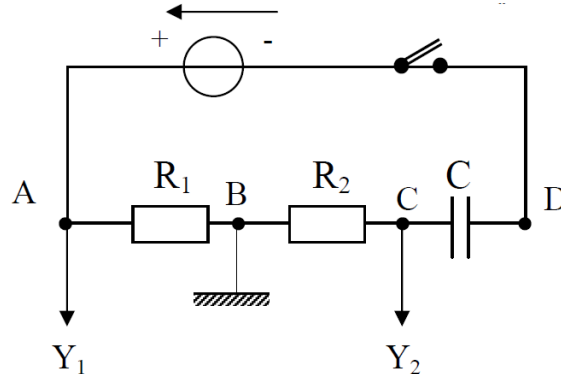
• التوتر  $u_{AB}$  بين طرفي الناقل الأومي  $R_1$  .

• التوتر  $u_{BC}$  بين طرفي الناقل الأومي  $R_2$  .

- 4- أكتب بدلالة  $E$  ،  $R_1$  ،  $R_2$  ،  $C$  لحظة تقاطع مماس البيان  $u_{AB} = f(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  مع محور الأزمنة .
- 5- اعتمادا على الدراسة التجريبية و النظرية السابقتين أوجد :  $E$  ،  $I_0$  ،  $R_2$  ،  $C$  . حيث  $I_0$  شدة التيار الأعظمية المارة بالدارة .

## حل التمرين

1- كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي :



2- المعادلة التفاضلية بدلالة  $u_{CD}$  :  
بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$u_{AD} = u_{AB} + u_{BC} + u_{CD}$$

$$E = R_1 i + R_2 i + u_{CD}$$

$$E = (R_1 + R_2) i + u_{CD}$$

$$E = (R_1 + R_2) \frac{dq}{dt} + u_{CD}$$

$$E = (R_1 + R_2) C \frac{du_{CD}}{dt} + u_{CD}$$

$$\frac{du_{CD}}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} u_{CD} = \frac{E}{(R_1 + R_2)C}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها :  $u_{CD} = E (1 - e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}})$

3- العبارات اللحظية :

• شدة التيار :

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_{CD}}{dt}$$

لدينا :

$$u_{CD} = E (1 - e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}})$$

$$\frac{du_{CD}}{dt} = E (0 - (-\frac{1}{(R_1 + R_2)C} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}})) \rightarrow \frac{du_{CD}}{dt} = \frac{E}{(R_1 + R_2)C} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}}$$

و منه يصبح :

$$i = C \cdot \frac{E}{(R_1 + R_2)C} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \rightarrow i = \frac{E}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}}$$

• التوتر  $u_{AB}$  بين طرفي الناقل الأومي  $R_1$  :

$$u_{AB} = R_1 i$$

$$i = \frac{E}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \quad \text{وجدنا سابقا} \quad \text{بالتعويض نجد :}$$

$$u_{AB} = \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}}$$

• التوتر  $u_{BC}$  بين طرفي الناقل الأومي  $R_2$  :

$$u_{BC} = R_2 i \rightarrow u_{BC} = \frac{E R_2}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}}$$

4- لحظة تقاطع مماس البیان  $u_{AB}(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  مع محور الأزمنة :  
نكتب معادلة المماس .

$$u_{AB} = a t + b$$

$$\text{حيث : } a = \left( \frac{du_{AB}}{dt} \right)_{t=0}$$

$$\bullet u_{AB} = \frac{E R_1}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}}$$

$$\bullet \frac{du_{AB}}{dt} = \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)} \left( -\frac{1}{(R_1 + R_2)C} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \right) = -\frac{E R_1}{(R_1 + R_2)^2 C} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}}$$

و عند اللحظة  $t = 0$  يكون :

$$\left( \frac{du_{AB}}{dt} \right)_{t=0} = -\frac{E R_1}{(R_1 + R_2)^2 C} \rightarrow a = -\frac{E R_1}{(R_1 + R_2)^2 C}$$

و منه تصبح معادلة المماس كما يلي :

$$u_{AB} = -\frac{E R_1}{(R_1 + R_2)^2 C} t + b$$

من خلال العبارة اللحظية للتوتر  $u_{AB}$  يكون :

$$t = 0 \rightarrow u_{AB} = \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)}$$

بالتعويض في عبارة معادلة المماس الأخيرة :

$$\frac{E R_1}{(R_1 + R_2)} = -\frac{E R_1}{(R_1 + R_2)^2 C} (0) + b \rightarrow b = \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)}$$

إذن معادلة مماس المنحنى  $u_{AB} = f(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  تكون كما يلي :

$$u_{AB} = -\frac{E R_1}{(R_1 + R_2)^2 C} t + \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)}$$

عند تقاطع المماس مع محور الأزمنة يكون  $u_{AB} = 0$  بالتعويض في معادلة المماس الأخيرة يكون :

$$0 = -\frac{E R_1}{(R_1 + R_2)^2 C} t + \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)}$$

$$\frac{E R_1}{(R_1 + R_2)^2 C} t = \frac{E R_1}{(R_1 + R_2)} \rightarrow \frac{1}{(R_1 + R_2) C} t = 1 \rightarrow t = (R_1 + R_2) C = \tau$$

و هي لحظة تقاطع مماس المنحنى  $u_{AB}(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  مع محور الأزمنة .

5- قيمة E :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} \dots\dots\dots (1)$$

من البيانين  $u_{AB}(t)$  ،  $u_{BC}(t)$  يكون :

$$t = 0 \rightarrow u_{AB0} = 2.4 \text{ V} , \quad u_{BC0} = 9.6 \text{ V}$$

و كون أن المكثفة تكون غير مشحونة عند اللحظة  $t = 0$  يكون  $u_{CD} = 0$  .

بالتعويض في العبارة (1) :

$$E = 2.4 + 9.6 + 0 = 12 \text{ V}$$

• قيمة  $I_0$  :

$$u_{AB} = R_1 i$$

عند اللحظة  $t = 0$  تكون شدة التيار أعظمية لذا يمكن كتابة :

$$u_{AB} = R_1 I_0 \rightarrow I_0 = \frac{u_{AB0}}{R_1}$$

$$I_0 = \frac{2.4}{5} = 0.48 \text{ A}$$

• قيمة  $R_2$  :

طريقة (1) :

$$u_{BC} = R_2 i$$

عند اللحظة  $t = 0$  تكون شدة التيار أعظمية لذا يمكن كتابة :

$$u_{BC0} = R_2 I_0 \rightarrow R_2 = \frac{u_{BC0}}{I_0}$$

$$R_2 = \frac{9.6}{0.48} = 20 \Omega$$

طريقة (2) :

$$I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2} \rightarrow (R_1 + R_2) = \frac{E}{I_0} \rightarrow R_2 = \frac{E}{I_0} - R_1$$

$$R_2 = \frac{12}{0.48} - 5 = 20 \Omega$$

• قيمة C :

$$\tau = (R_1 + R_2) C \rightarrow C = \frac{\tau}{(R_1 + R_2)}$$

من البيانين  $\tau = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  ، و منه :

$$C = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{(5 + 20)} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ F} = 200 \text{ F}$$