الموضوع النموذجي رقم 1 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

التمرين الأول (5 ن) :

نعتبر في المجموعة C كثير الحدود $p(z)$ حيث: $p(z)=2z^3+14z^2+41z+68$

1. بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا : $p(z)=(z+4)(2z^2+6z+17)$

2. حل في C المعادلة: $p(z)=0$ .....(*)

3. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ النقط A, B, C صور الأعداد المركبة z_A, z_B, z_C حلول المعادلة (*) على الترتيب حيث z_A الحل الحقيقي و z_B الحل الذي جزؤه التخيلي موجب.

أ) احسب العدد المركب : $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$

ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي f الذي يحقق الشرطين : $f(A)=A$ و $f(C)=B$

جـ) عين لاحقة كل من النقطتين D, E حتى يكون الرباعي BCDE مربعا مركزه A

التمرين الثاني (4,5 ن) :

في الفضاء المزود بمعلم متعامد متجانس. ليكن المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي:

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3-t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$$

و المستوي (p) ذو المعادلة الديكارتية : $x+2y-3z-1=0$

* عين في كل حالة مما يلي الإجابة الصحيحة مع التعليل

	a	b	c
1	النقطة $A(-1;3;2)$ تنتمي إلى (Δ)	النقطة $B(2;-1;-1)$ تنتمي إلى (Δ)	النقطة $C(3;1;-4)$ تنتمي إلى (Δ)
2	$\vec{u}(1;2;-3)$ شعاع توجيه لـ (Δ)	$\vec{v}(-2;1;1)$ شعاع توجيه لـ (Δ)	$\vec{w}(3;1;-4)$ شعاع توجيه لـ (Δ)

4	النقطة $E(1;3;-2)$ تنتمي إلى (p)	النقطة $F(1;3;2)$ تنتمي إلى (p)	النقطة $G(1;3;-1)$ تنتمي إلى (p)
5	المستوي $(Q_1): x+2y-3z+1=0$ يعامد (p)	المستوي $(Q_2): 4x-5y-2z+3=0$ يعامد (p)	المستوي $(Q_3): -3x+2y-z-1=0$ يعامد (p)
6	المسافة بين النقطة $T(-1;-3;2)$ والمستوي (p) تساوي $\sqrt{14}$	المسافة بين النقطة $T(-1;-3;2)$ والمستوي (p) تساوي 14	المسافة بين النقطة $T(-1;-3;2)$ والمستوي (p) تساوي $2\sqrt{3}$

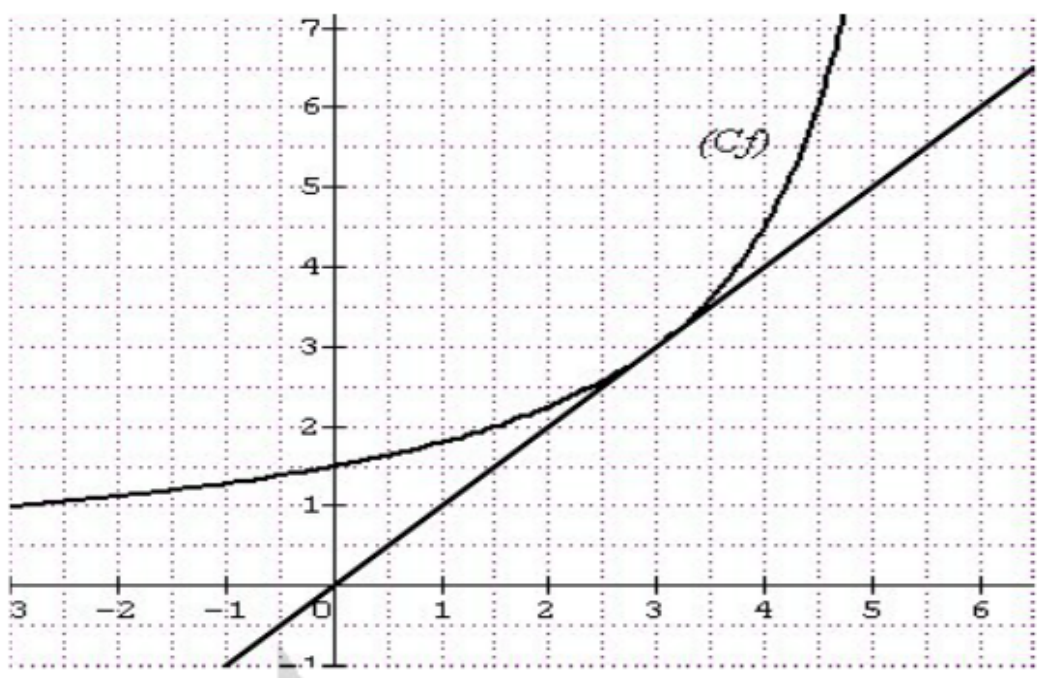
التمرين الثالث : (4,5 ن) :

f دالة معرفة على المجال $]-\infty;6[$ بـ : $f(x)=\dfrac{9}{6-x}$.

نعرف المتتالية العددية (u_n) بـ: $\begin{cases} u_0=-3 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

1) في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ يعطى المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (أنظر الشكل)

أ) علم على محور الفواصل النقط: $M_4(u_4;0), M_3(u_3;0), M_2(u_2;0), M_1(u_1;0), M_0(u_0;0)$



ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

2 . أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

جـ)ماذا تستنتج من السؤالين 2)(أ) و 2)(ب)

3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\frac{1}{3}$

ب)عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

جـ) أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$ ماذا تستنتج ؟

التمرين الرابع: (6 ن) :

I.نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R كما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1. احسب $g'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g

2. احسب $g(0)$ ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R: $g(x) \geq 0$

II.نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1.احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثم أعط التفسير الهندسي للنتيجتين (نقبل أن $\lim_{x \to -\infty} xe^{x} = 0$)

2. بين أنه من أجل كل x من R: $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3 . اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4.تحقق أنه من أجل كل x من R: $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$

ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

5. أنشئ البيان (C_f) و المستقيم (Δ)

إجابة الموضوع الأول

التمرين الأول(05ن):

1. اثبات أن

$p(z)=(z+4)(2z^2+6z+17)$ بالنشر ..... (0.25)

2. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $p(z)=0$. نجد

$\Delta=-100=(10i)^2, z_1=\frac{-3}{2}+\frac{5}{2}i, z_2=\frac{-3}{2}-\frac{5}{2}i$ ... (0.75)

3. الرموز $z_A=-4, z_B=\frac{-3}{2}+\frac{5}{2}i, z_C=\frac{-3}{2}-\frac{5}{2}i$ .... (0.25)

أ. $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=i$ .....(*) ..... (0.75)

ب. $(*)\Leftrightarrow z=e^{i\frac{\pi}{2}}\Leftrightarrow\begin{cases}AB=AC\\(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=\frac{\pi}{2}\end{cases}$ ..... (0.5)

هذا يعني أن f دوران مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ..... (01)

جـ. $BCDE$ مربع مركزه A يعني للقطرين نفس المنتصف A ..... (0.5)

$z_A=\frac{z_B+z_D}{2}\Leftrightarrow z_D=\frac{-13}{2}-\frac{5}{2}i$ و

$z_A=\frac{z_C+z_E}{2}\Leftrightarrow z_E=\frac{-13}{2}+\frac{5}{2}i$ ..... (01)

التمرن الثاني(4.5ن)

1. الجواب (c) لأن النقطة تحقق التمثيل الوسيطي لـ (Δ) .... (0.75)

2. الجواب (b) لأن $\vec{u}_\Delta$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا ..... (0.75)

3. الجواب (c) لأن بالتعويض نجد $t=\frac{-13}{3}$ ..... (0.75)

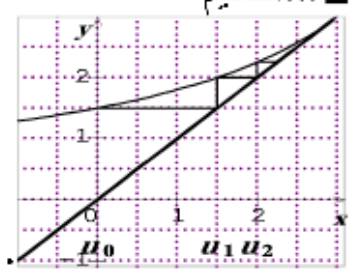
4. الجواب (b) لأن $1+6-6-1=0$ ..... (0.75)

5. الجواب (b) لأن $\vec{n}_p.\vec{n}_{Q_2}=0$ ..... (0.75)

6. الجواب (a) لأن المسافة بين T و (p) تساوي $\sqrt{14}$. (0.75)

التمرين الثالث(4.5ن)

1. أ. التعليم



..... (0.5)

ب. التخمين: المتتالية متزايدة ومتقاربة نحو 3 ..... (0.5)

2. أ. البرهان بالتراجع أن: $u_n<3 : n\in\mathbb{N}$

من أجل $n=0$ لدينا $u_0=-3<3$ ومنه $p(0)$ محققة

نفرض أن $p(n)$ صحيحة و نبرهن صحة $p(n+1)$

لدينا $u_n<3$ ونبرهن صحة $u_{n+1}<3$ ..... (0.75)

ب. اتجاه تغير المتتالية:

$u_{n+1}-u_n=\frac{(3-u_n)^2}{6-u_n}>0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما..... (0.5)

جـ. نستنتج أن المتتالية متقاربة

لأنها متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى..... (0.25)

3. أ. (v_n) متتالية حسابية يعني: $v_{n+1}-v_n=r$

نجد $r=-\frac{1}{3}$ ..... (0.5)

ب. $v_0=-\frac{1}{6}$ ، $v_n=-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}n$ ،

$u_n=\frac{1}{v_n}+3$ ..... (01)

جـ. $\lim_{x\to+\infty}u_n=3$ لأن $\lim_{x\to+\infty}v_n=0$ ومنه (u_n) متقاربة بمعنى التخمين صحيح ..... (0.5)

2. $g(0)=0$ وبما أن الدالة متناقصة ثم متزايدة فإن العبارة $g(x)$ دوما موجبة من أجل كل x من $\mathbb{R}$ .... (0.5)

التمرين الرابع(06ن)

1. حساب $g'(x)=-e^{-x}+1$ ..... (0.25)

$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}x(\frac{1}{xe^x}+1-\frac{1}{x})=+\infty$ ،

$\lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$

لما $g'(x)\le 0, x\ge 0$

و لما $g'(x)\ge 0, x\le 0$

جدول التغيرات ..... (01)

II.

1. $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x(1+\frac{1}{xe^x})}=0$ ،

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=1$ ..... (0.5)

التفسير الهندسي: $y=1, y=0$ مقاربان أفقيان..... (0.5)

2. بين أن: $f'(x)=\frac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ ..... (0.25)

إشارة $f'(x)$ من إشارة $(1+x)$

لما $f'(x)\le 0, x\le -1$ و لما $f'(x)\ge 0, x\ge -1$

جدول التغيرات..... (0.75)

3. كتابة معادلة المماس (Δ) عند لفاصلة 0

$(\Delta): y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$(\Delta): y=x$ ..... (0.5)

4. التحقق أن: $x-f(x)=\frac{xg(x)}{g(x)+1}$

$x-f(x)=x-\frac{x}{x+e^{-x}}=\frac{x^2-xe^{-x}-x}{x+e^{-x}}=\frac{xg(x)}{g(x)+1}$ ..

..... (0.25)

استنتاج الوضع النسبي للمنحنى و المماس

إشارة الفرق $x-f(x)$ من إشارة العدد x

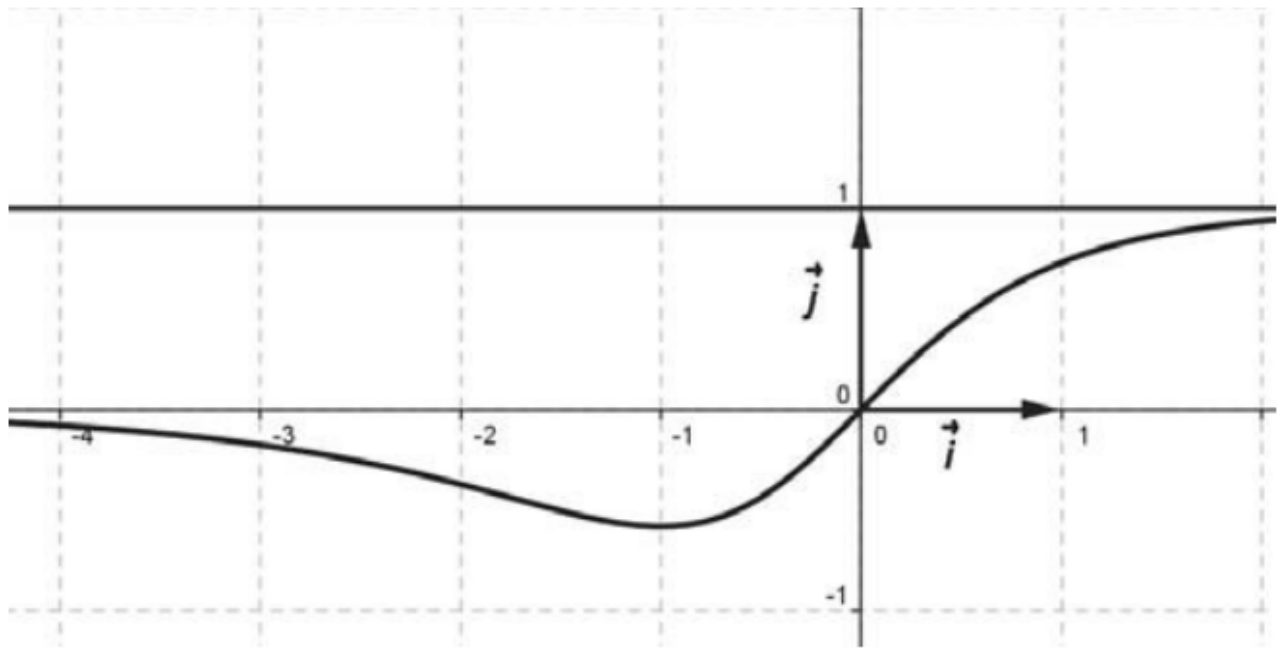
لما $x<0$: $x-f(x)<0$ يعني المماس تحت البيان

لما $x=0$: $x-f(x)=0$ يعني المماس يقطع البيان في النقطة O

لما $x>0$: $x-f(x)>0$ يعني المماس فوق البيان... (0.5)

5. رسم البيان..... (01)

إجابة الموضوع الأول

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	0	↘	$\frac{1}{1-e}$	↗	1