موضوع الاختبار رقم 4 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

التمرين الأول (8 نقط) :

$P(z)$ كثير الحدود في مجموعة الأعداد المركبة C حيث :

$$P(z)=(z^2+3)(z^2-2z+4)$$

1) حل في C المعادلة $P(z)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. A ، B ، C و D اربع نقط من هذا المستوي لواحقها على الترتيب $z_A=i\sqrt{3}$; $z_B=-i\sqrt{3}$; $z_C=1+i\sqrt{3}$ و $z_D=1-i\sqrt{3}$

أ) اكتب على الشكل المثلثي العددين $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ و $\frac{z_C-z_D}{z_B-z_D}$.

ب) استنتج طبيعة المثلثين ABC و DBC .

3) F نقطة من المستوي لاحقتها $z_F=-\sqrt{3}-i$

أ) احسب $\frac{z_D}{z_F}$ واستنتج أن المستقيمين (OD) و (OF) متعامدان.

ب) عين Z_G لاحقة النقطة G بحيث يكون الرباعي $OFGD$ مربعا.

التمرين الثاني (4 نقط) :

كل سؤال من الأسئلة التالية يتضمن إجابة صحيحة ، تعرف عليها ، مع التبرير

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j};\vec{k})$

نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة: $x-z+1=0$ والنقط

$$D(2,3,4);C(2,2,3);B(0,2,1);A(1,0,2)$$

1) المستوي (P) هو: أ) (ABC) ب) (ABD) ج) (ACD)

2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو:

أ) $\vec{n}_1(0,0,1)$ ب) $\vec{n}_2(1,0,-1)$ ج) $\vec{n}_3(-1,0,0)$

3) نقطة تقاطع المستوي (P) ومحور الفواصل هو:

أ) $E_1(0,0,1)$ ب) $E_2(-1,1,0)$ ج) $E_3(-1,0,0)$

4) بعد النقطة D عن المستوي (P) هو: أ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ب) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ج) $\frac{1}{2}$

الموضوع الرابع

التمرين الثالث (8 نقط) :

1) نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x)=x^3-1+2\ln x$$

أ) احسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ و 0 ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

ب) أحسب $g(1)$ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2) لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$f(x)=x-\frac{\ln x}{x^2}$$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$.

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا.

ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f

3) ليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y=x$ ، احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

4) أنشئ (C) التمثيل البياني للدالة f في المعلم السابق .

إجابة الموضوع الرابع

تصحيح الموضوع النموذجي رقم 4 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

حل التمرين الأول:(8ن)

1)حلول المعادلة $(z^2+3)(z^2-2z+4)=0$ في C هي: $i\sqrt{3}, -i\sqrt{3}, 1-i\sqrt{3}, 1+i\sqrt{3}$ .....4×(0.5ن)

2) أ) $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_A}=\frac{\sqrt{3}}{6}i=\frac{\sqrt{3}}{6}\left(\cos(\frac{\pi}{2})+i\sin(\frac{\pi}{2})\right)$ و $\frac{z_C-z_D}{z_B-z_D}=-2\sqrt{3}i=2\sqrt{3}\left(\cos(-\frac{\pi}{2})+i\sin(-\frac{\pi}{2})\right)$ ...2× (1ن)

ب)المثلثان BAC و BDC قائمين لأن $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\arg(\frac{\sqrt{3}}{6}i)=\frac{\pi}{2}$ و $\left(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC}\right)=\arg(-2\sqrt{3}i)=-\frac{\pi}{2}$ ..(1ن)

3)أ) $\frac{z_D}{z_F}=i$ ، $\left(\overrightarrow{OF},\overrightarrow{OD}\right)=\frac{\pi}{2}$ ومنه (OD) و (OF)

متعامدان.....(.1ن)+ (0.5ن)

ب) (OD) و (OF) متعامدين. الرباعي OFGD مربعا يعني $\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{DG}$ أي $z_F=z_G-z_D$ ومنه

$z_G=z_F+z_D=1-\sqrt{3}+i\left(-1-\sqrt{3}\right)$ .....3×(0.5 ن)

حل التمرين الثاني: (4 ن)

نعتبر المستوي (P) ذو المعادلة: $x-z+1=0$ والنقط $A(1,0,2)$; $B(0,2,1)$; $C(2,2,3)$; $D(2,3,4)$

1) المستوي (P) هو: أ) (ABC) .....+التبرير..... (1ن)

2) شعاع ناظمي للمستوي (P) هو ب) $\vec{n}_2(1,0,-1)$ ... +التبرير..... (1ن)

3) نقطة تقاطع المستوي (P) ومحور الفواصل هي: ج) $E_3(-1,0,0)$ ....+التبرير..... (1ن)

4) بعد النقطة D عن المستوي (P) هو : أ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .....+التبرير..... (1ن)

حل التمرين الثالث: (8ن)

$$g(x)=x^3-1+2\ln x$$

1- أ) $\lim_{x\to 0} g(x)=-\infty$, $\lim_{x\to +\infty} g(x)=+\infty$ .....((0.5ن) + (0.5ن)

اتجاه تغير الدالة g

$g'(x)=3x^2+\frac{2}{x}$ ..... (0.5ن)

$g'(x)$ موجبة تماما على المجال $]0,+\infty[$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0,+\infty[$ ..... (0.5ن)

إجابة الموضوع الرابع

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

(0.5 ن)

ب) حساب $g(1)$ واستنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$ .....(1ن)

لدينا $g(1)=0$

إذا كان $0<x<1$ فإن $g(x)<0$

إذا كان $x>1$ فإن $g(x)>0$

2) f معرفة على $]0,+\infty[$ بـــ: $f(x)=x-\frac{\ln x}{x^2}$

أ) نبين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ ..... (1ن)

– ينتج أن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$، وهذا يعني أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0,1]$.و متزايدة تماما على المجال $[1,+\infty[$ ... . (0.5 ن)

ب) $\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty$ ومنه المستقيم الذي معادلته $x=0$ مقارب للمنحني (C) ..... (0.5 ن)+ (0.25 ن)

ج) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ..... (0.5 ن)

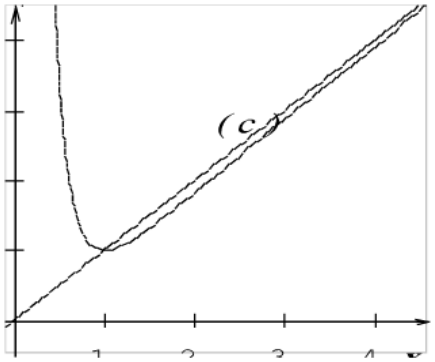
د) جدول تغيرات الدالة f ..... (0.75 ن)

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$ ↘	1	↗ $+\infty$

3) $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(x))=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$

وهذا يعني أن (D) مستقيم مقارب مائل للمنحني (C) .....(0.5ن

4)



(0.5 ن