الموضوع الثاني

الموضوع النموذجي رقم 2 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

التمرين الأول: (4 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لتكن النقط $A(1,-1,2)$, $B(2,0,-1)$, $C(0,1,-1)$

1/ بيّن أن النقط A، B، C تعين مستويا.

2/اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3/نعتبر المستوي (P) الذي معادلة له : $x+2y+z-1=0$ و (S) سطح كرة التي معادلتها:

$$x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+5=0$$

أ/بيّن أن مركز (S) هو النقطة $I(2,3,-1)$ و نصف قطرها $R=3$

ب/بيّن أن المسافة بين النقطة I والمستوي (P) هي $\sqrt{6}$

ج/إستنتج أن المستوي (P) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (c) نصف قطرها $r=\sqrt{3}$

4/عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من I و العمودي على (P)

5/ بيّن أن مركز الدائرة (c) هي النقطة $H(1,1,-2)$

التمرين الثاني :(4 نقط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث:
$$\begin{cases} u_1+u_3=30e \\ \ln(u_2)-\ln(u_4)+2\ln 3=0 \end{cases}$$

1/ عين u_1 و q أساس (u_n)

2/عبر عن u_n بدلالة n

3/احسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$

4/ (v_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي: $v_n=\ln(u_{n+2})+\ln(u_{n+1})$

أ/ اكتب v_n بدلالة n ثم بيّن أن (v_n) متتالية حسابية

ب/ عين العدد الطبيعي n بحيث: $v_0+v_1+\ldots+v_n=12+48\ln 3$

الموضوع الثاني

التمرين الثالث : (4 نقط)

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة c المعادلة: $z^2 - 6z + 25 = 0$

2/ نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب:

$d = 5 + 6i, c = 2 + 3i, b = 3 - 4i, a = 3 + 4i$

ا/ احسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A، C ، D في استقامية

ب/ عين العدد g لاحقة G صورة النقطة A بالتحاكي الذي مركزه B ونسبته $\frac{3}{2}$

ج/ اكتب على الشكل الأسى العدد المركب $\frac{d-g}{a-g}$ ثم إستنتج أن $GA = \sqrt{2}\ GD$

التمرين الرابع: (8 نقط)

I) g دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1/ أدرس تغيرات الدالة g

2/ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[1, \frac{3}{2}]$

3/ إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 + 1 - \ln x}{x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1/ بيّن أن لكل x من المجال $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f

2/أحسب نهاية الدالة f عند 0 و $+\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3/ بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) و المستقيم (Δ)

4/ بيّن أن $f(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

5/ أنشئ (C_f) و (Δ) .

6/ أ- جد الدالة الأصلية للدالة : $x \mapsto (1 - \ln x)\frac{1}{x}$ و التي تنعدم من أجل $x = e$

ب- أحسب $S(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $x = \alpha, x = 1, y = x$ حيث α العدد المشار إليه في الجزء I

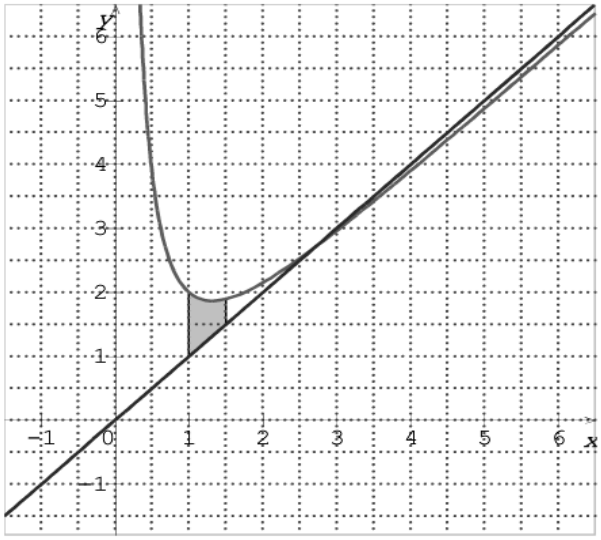
ج- تحقق أن: $S(\alpha) = \frac{\alpha^2(2 - \alpha^2)}{2}$

تصحيح الموضوع النموذجي رقم 2 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا

شعبة العلوم التجريبية

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
الهندسة الفضائية	**التمرين الأول (04 نقط)**		04
	1) النقط A ، B و C تعين مستويا	0.5	
	2) معادلة (ABC) هي $x+2y+z-1=0$	1	
	3) (S) سطح كرة معادلتها $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$	0.5	
	$d(I,(p))=\sqrt{6}$	0.5	
	(p) يقطع (S) وفق دائرة	0.5	
	4) التمثيل الوسيطي لـ (d) $t\in R$ $(d):\begin{cases}x=t+2\\y=2t+3\\z=t-1\end{cases}$	0.5	
	5) $H(1,1,-2)$ هي مركز (C)	0.5	
المتتاليات العددية	**التمرين الثاني:(04 نقط)**		04
	1) $u_1=3e$ ، $q=3$	0.5+0.5	
	2) $u_n=e3^n$	0.5	
	3) $S_n=\frac{3e}{2}(3^n-1)$	0.5	
	4) أ) $v_n=(2\ln 3)n+2+3\ln 3$	0.5	
	ب) (v_n) حسابية أساسها $r=2\ln 3$	0.5	
	جـ) $v_0+v_1+.....+v_n=2n+2+(n^2+4n+3)\ln 3$	0.5+0.5	
	$n^2+4n-45=0$ و منه $n=5$		

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الأعداد المركبة و التحويلات النقطية	**التمرين الثالث :(04 نقط)**		04
	1) $\Delta = (8i)^2$ ، $z_1 = 3+4i$ ، $z_2 = 3-4i$	1	
	2) أ) $\frac{z_D - z_C}{z_A - z_C} = 3$ $\quad \text{Arg}\left(\frac{z_D - z_C}{z_A - z_C}\right) = 0$	0.75	
	و منه النقط A ، C ، D في استقامية		
	ب) $z_G = 3+8i$	0.75	
	جـ) $\frac{z_D - z_G}{z_A - z_G} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$	0.5+0.5	
	$\frac{GD}{GA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و منه $GA = \sqrt{2}GD$	0.5	
دوال لوغاريتمية	**التمرين الرابع(08 نقط)**		08
	I 1) أ) النهايات	0.25×2	
	ب) $g'(x) = 2x + \frac{1}{x}$ والاشارة $g'(x) > 0$	0.5	
	جدول التغيرات	0.25	
	2) مبرهنة القيم المتوسطة	1	
	إشارة $g(x)$	0.5	
	II 1) $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$	0.5	
	إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$	0.25	
	f متناقصة على $]0;\alpha]$ و f متزايدة على $[\alpha;+\infty[$	0.25×2	
	2) النهايات	0.25×2	
	جدول التغيرات	0.25	
	3) $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - x] = 0$		
	(d) ذو المعادلة : $y = x$ مقارب لـ (C_f)	0.5	

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
دوال لوغاريتمية	تابع للتمرين الرابع : $f(x)-y=\frac{1-\ln x}{x}$ (c_f) فوق (d) على $]0;e[$ و (c_f) تحت (d) على $]e;+\infty[$ $(c_f)\cap(d)=\{(e;e)\}$	0.5	
	4) إثبات أن : $f(\alpha)=2\alpha-\frac{1}{\alpha}$ والحصر : $1<f(\alpha)<\frac{7}{2}$	0.25+0.25	
	5) الرسم 	0.75	
	6) أ) الدالة الأصلية h : $h(x)=\ln x-\frac{1}{2}(\ln x)^2-\frac{1}{2}$	0.5	
	ب) $S_{(\alpha)}=\int_1^{\alpha}[f(x)-x]dx=\frac{(2-\ln\alpha)\ln\alpha}{2}$	0.25	
	جـ) $\ln\alpha=2-\alpha^2$ و $S_{(\alpha)}=\frac{\alpha^2(2-\alpha^2)}{2}$	0.25	