الموضوع الخامس

الموضوع النموذجي رقم 5 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

التمرين الأول (4.5 ن) :

1. (u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة على N بحدها الأول u_0 وأساسها r .

أ) .عين u_0 و r علما أن: $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \end{cases}$

ب) .اكتب u_n بدلالة n ثم احسب المجموع: $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots\cdots u_n$

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n = e^{14-3n}$ حيث e أساس اللوغاريتم النبيري

أ) – بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

– ماذا تستنتج ؟

ب) . احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots\cdots v_n$ ثم الجداء $p_n = v_0 \times v_1 \times \cdots\cdots v_n$

جـ). احسب u_{2011} ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$

التمرين الثاني (4.5 ن) :

1) حل في المجموعة C المعادلة : $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0 \cdots\cdots (1)$

2) ليكن z_1 ، z_2 حلي المعادلة (1) حيث $\operatorname{Im}(z_1) > 0$

اكتب كل من z_1 ، z_2 على الشكل المثلثي ثم $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الآسي

3) بين أن العدد $\left(\frac{z_1}{2}\right)^{2010}$ حقيقيا سالب ، ثم عين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(z_2)^n$ تخيليا صرفا

4) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A ، B ، C

(النقطة C نظيرة النقطة A بالنسبة إلى O مبدأ المعلم) لواحقها على الترتيب z_1 ، z_2 ، z_3 .

* عين طويلة وعمدة للعدد المركب L حيث : $L = \frac{z_2 - z_3}{z_2 - z_1}$

* استنتج طبيعة المثلث ABC ثم عين معادلة ديكارتية للدائرة المحيطة به.

الموضوع الخامس

التمرين الثالث(4 ن) :

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس النقطتان $A(8;0;8)$, $B(10;3;10)$

و المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=-5+3t \\ y=1+2t \\ z=-2t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$

1. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

2. بين أن المستقيمين (D) و (AB) غير متوازيين

3. ليكن (p) المستوي الموازي للمستقيم (D) و الذي يحتوي على (AB)

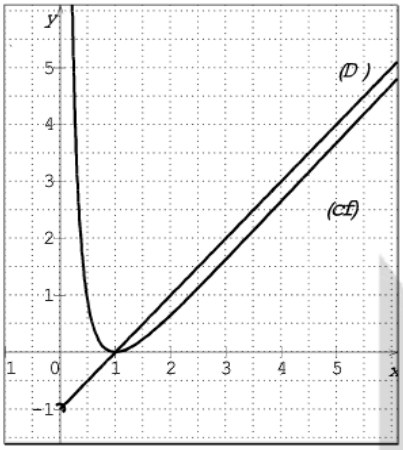
ا) بين أن الشعاع $\vec{n}(2;-2;1)$ ناظميا للمستوي (p)

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (p)

جـ) M نقطة كيفية من المستقيم (D) ، بين أن المسافة بين M و المستوي (p) مستقلة عن اختيار النقطة M

4. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم الناتج من تقاطع المستويين (p) و (xoy)

التمرين الرابع(7 ن) :



f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax-1-\frac{b\ln x}{x}$

حيث a و b عددان حقيقيان وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (انظر الشكل)

الجزء الأول: بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

1. عين $f(1)$ و $f'(1)$

2. عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم على يمين العدد 0

3. عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

الموضوع الخامس

الجزء الثاني: 1.أثبت أنه من أجل كل x من R_+^* لدينا : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$

2.أثبت أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعيته بالنسبة إلى (C)

3. ليكن λ عددا حقيقيا حيث $\lambda \geq 1$.احسب $A(\lambda)$ مساحة حيز المستوي المحدد بـــ (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = \lambda$

* عين قيم العدد الحقيقي λ حتى تكون $A(\lambda) > \frac{1}{2}$

الجزء الثالث: لتكن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ حيث: $F(1) = -\frac{1}{2}$.

وليكن (C_F) تمثيلها البياني في المستوي السابق . بدون حساب عبارة $F(x)$ اجب عما يلي :

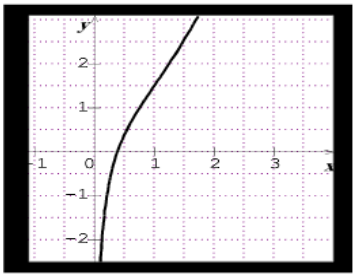
1.حدد اتجاه تغير الدالة F

2.بين أن (C_F) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

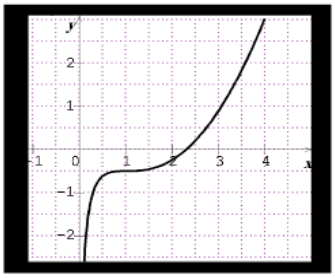
3.بين أن معادلة لـــ (T) مماس المنحنى (C_F) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي : $y = -\frac{1}{2}$

استنتج وضعية (C_F) بالنسبة إلى المماس (T)

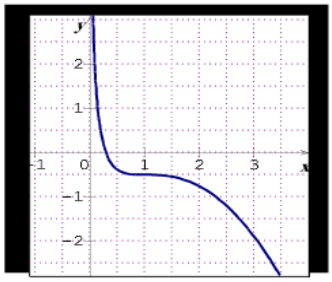
من بين المنحنيات الثلاثة التالية عين المنحنى (C_F) مع التبرير



الشكل (1)



الشكل (2)



الشكل (3)

تصحيح موضوع الاختبار رقم 5 لتحضير امتحان شهادة البكالوريا
شعبة العلوم التجريبية

التمرين الأول(04.5ن):

1. أ. تعيين u_0 و r : لدينا الوسط الحسابي: $2u_2 = u_1 + u_3$ بالتعويض في المعادلة (1)نجد $u_2 = 8$

ولدينا $u_3 = u_2 + r, u_2 = u_1 + r$

بالتعويض في المعادلة(2) نجد $r^2 = 9$ ومنه $r = -3$ و $r = 3$ (مرفوض لأن المتتالية متناقصة)

* $u_2 = 8$ و $r = -3$ بالتعويض نجد $u_0 = u_2 - 2r = 14$ ..... (01)

ب. كتابة الحد العام: $u_n = u_0 + nr = 14 - 3n$ ..... (0.5)

حساب المجموع : $s'_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2} = \frac{(n+1)(28-3n)}{2}$ ..... (0.5)

2. أ. (v_n)متتالية هندسية: $v_{n+1} = v_n q$ نجد $q = e^{-3}$ ، $v_0 = e^{14}$ ..... (0.5)

$\lim_{x\to+\infty} v_n = \lim_{x\to+\infty}(e^{14-3n}) = 0$ ومنه (v_n)متقاربة..... (0.5)

ب.حساب المجموع : $s_n = v_0(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}) = (\frac{e^{14}}{1-e^{-3}})(1-e^{-3(n+1)})$ ..... (0.5)

حساب الجداء: $p_n = v_0^{n+1}.q^{\frac{n(n+1)}{2}} = e^{14(n+1)}.e^{\frac{-3n(n+1)}{2}}$ ..... (0.5)

جـ. $u_{2011} = -6019$ $\lim_{x\to+\infty} s_n = \frac{e^{14}}{1-e^{-3}}$ و $\lim_{x\to+\infty} p_n = 0$ ..... (0.5)

التمرين الثاني (04.5 ن):

1.حل المعادلة: $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0 \cdots\cdots(1)$

$\Delta = -4 = 4i^2$

$z_1 = -\sqrt{3} + i, z_2 = -\sqrt{3} - i$ ..... (1)

2.الكتابة على الشكل المثلثي لـــ z_2, z_1 :

$z_1 = 2(\cos 5\frac{\pi}{6} + i\sin 5\frac{\pi}{6})$ ، $z_2 = 2(\cos 7\frac{\pi}{6} + i\sin 7\frac{\pi}{6})$ ..... (0.5)

الكتابة على الشكل الأسي لـــ $\frac{z_1}{z_2}$:

$\frac{z_1}{z_2} = 2(\cos(5\frac{\pi}{6} - 7\frac{\pi}{6}) + i\sin(5\frac{\pi}{6} - 7\frac{\pi}{6}))$

$\frac{z_1}{z_2} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ..... (0.5)

جـ.بما أ، $M \in (D)$ فإن $M(-5+3t; 1+2t; -2t)$

3.إثبات أن $\left(\frac{z_1}{2}\right)^{2010}$ حقيقي سالب.

$$\left(\frac{z_1}{2}\right)^{2010} = e^{2010\times 5\frac{\pi}{6}i} = e^{1675\pi i} = \cos\pi = -1$$ ..... (0.5)

تعيين العدد الطبيعي n بحيث $(z_2)^n$ تخيلي

$(z_2)^n$ تخيلي $\Leftrightarrow \mathrm{Re}(z_2{}^n) = 0$

$$\Leftrightarrow n.7.\frac{\pi}{6} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{6(2k+1)}{7} = 6k' \quad k' \in \mathrm{IN}$$ ..... (0.5)

4. $z_A = -\sqrt{3}+i, z_B = -\sqrt{3}-i, z_C = \sqrt{3}-i$

أ. $L = \frac{z_2 - z_3}{z_2 - z_1}$ نجد $L = -\sqrt{3}i$ ، $|L| = \sqrt{3}, \arg(L) = -\frac{\pi}{2}$ ..... (0.5)

طبيعة المثلث ABC : بما أن: $CB \neq AB, (\overrightarrow{CB};\overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{2}$

فإن المثلث قائم في النقطة B ..... (0.5)

*معادلة الدائرة المحيطة بالمثلث: مركزها I منصف الوتر AC : $z_I = \frac{z_A + z_C}{2} = 0$

نصف قطرها r : $r = \frac{AC}{2} = \frac{|z_C - z_A|}{2} = 2$

المعادلة هي: $(c): x^2 + y^2 = 4$ ..... (0.5)

التمرين الثالث (04 ن):

1. المستقيم (AB) يشمل A وشعاع توجيهه $\overrightarrow{AB}(2;3;2)$

ومنه تمثيله الوسيطي: $(AB)\begin{cases} x = 8+2t \\ y = 3t \\ z = 8+2t \end{cases} \quad t \in \mathbf{R}$ ..... (0.5)

2. (D) و (AB) غير متوازيين لأن $\vec{u}(3;2;-2)$ و $\overrightarrow{AB}(2;3;2)$ غير مرتبطين خطيا.. (0.5)

3. (p) مستوي يوازي (D) ويحوي (AB)

أ. $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظم لـ (p) إذا كان $\vec{n}\vec{u} = 0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0$ وهو محقق..... (0.5)

ب. المعادلة الديكارتية لـ (p) : $2x - 2y + z + d = 0$.

(p) يشمل A نجد $d = -24$

ومنه: $(p): 2x - 2y + z - 24 = 0$ ..... (0.5)

3. $d(M;(p))=\dfrac{|2x_M-2y_M+z_M-24|}{\sqrt{(2)^2+(-2)^2+(1)^2}}=12$ وهي مسافة مستقلة على اختيار M ..... (0.5)

4.نعلم أن معادلة المستوي (xoy) هي: $z=0$ ..... (0.5)

ليكن (Δ) مستقيم تقاطع المستويين لإيجاد تمثيله الوسيطي نحل الجملة:

$$\begin{cases}2x-2y+z-24=0\\ z=0\end{cases} \quad \text{نجد} \quad \begin{cases}x-y-12=0\\ z=0\end{cases}$$

نضع $y=t, t\in\mathbf{R}$ نجد: $(\Delta):\begin{cases}x=12+t\\ y=t\\ z=0\end{cases}$ ..... (01)

التمرين الرابع (07 ن):

الجزء الأول 1. $f'(1)=0, f(1)=0$ ..... (0.5)

2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty,\ \lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$ .... (0.5)

3.إشارة $f'(x)$ ..... (0.5)

لما $0<x<1$: $f'(x)<0$ ومنه f متناقصة تماما

لما $x>1$: $f'(x)>0$ ومنه f متزايدة تماما

لما: $x=1$: $f'(x)=0$

* جدول التغيرات ..... (0.5)

الجزء الثاني:

1.) اثبت أن: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x}$

لدينا $\begin{cases}f(1)=0\\ f'(1)=0\end{cases} \Leftrightarrow (a;b)=(1;1)$ ..... (0.5)

2.) (c) يقبل مستقيم مقارب مائل: $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(x-1))=\lim\limits_{x\to+\infty}(-\dfrac{\ln x}{x})=0$.

ومنه $(\Delta): y=x-1$ مقارب مائل..... (0.5)

* الوضعية: إشارة $f(x)-y$

لما $0<x<1$: (c) فوق (Δ)

لما $x>1$: (c) تحت (Δ)

لما $x=1$: (c) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;0)$ ..... (0.5)

(3

$$s(\lambda)=\int_1^{\lambda}(x-1-f(x))dx$$

$$=\int_1^{\lambda}\frac{\ln x}{x}dx=\left[\frac{(\ln x)^2}{x}\right]_1^{\lambda}$$ ..... (0.5)

$$=\frac{1}{2}(\ln\lambda)^2 u.a$$

* تعيين العدد الحقيقي λ حيث $s(\lambda)>\frac{1}{2}$ أي $\frac{1}{2}(\ln\lambda)^2>\frac{1}{2}$

$$(\ln\lambda)^2>1\Leftrightarrow(\ln\lambda-1)(\ln\lambda+1)>0$$

ومنه $\Leftrightarrow\lambda\in]e;+\infty[$ ..... (0.5)

الجزء الثالث:

1. اتجاه تغير F: لدينا $F'(x)=f(x)$ و $f(x)\geq 0$ دوما

أي الدالة F متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ..... (0.5)

2. (c_F) يقبل نقطة انعطاف: لدينا $F''(x)=f'(x)$

ومنه إشارة $F''(x)$ من إشارة $f'(x)$ الذي ينعدم عند 1 مغيرا إشارته

بمعنى النقطة $\omega(1;-\frac{1}{2})$ نقطة انعطاف..... (0.5)

3. معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1

$$(T): y=F'(1)(x-1)+F(1)$$

$$y=f(1)(x-1)-\frac{1}{2}$$

نجد : $(T): y=-\frac{1}{2}$ ..... (0.5)

استنتاج الوضعية:

في المجال $]0;1[$ البيان (c_F) تحت (T)

في المجال $]1;+\infty[$ البيان (c_F) فوق (T)

البيان (c_F) و (T) يتقاطعان في النقطة $\omega(1;-\frac{1}{2})$ ..... (0.5)

المنحنى الممثل للدالة F هو الشكل الثاني لأنه يحقق الشروط السابقة الدالة متزايدة والمنحني يقبل نقطة انعطاف..... (0.5)