الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الشلف — ثانوية زوقاري لخضر ناجنـــــة

الشعبة: 3 علوم تجريبية — المـدة: 3 ساعات

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات 2009/2010

التمرين الأول: [07نقاط]

g دالة معرفة على $\Re$ بـــ: $g(x)=x+e^{2(x-1)}$

1. أدرس نهاية الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيين معادلته.
4. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا واحدا α : $-0.2 \prec \alpha \prec -0.1$
5. أستنتج إشارة $g(x)$ على R, أرسم (C_g)

التمرين الثاني: [09نقاط]

A/ لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0.+\infty[$ بـــ: $h(x)=-1+x+2\ln x$

1. أدرس إتجاه تغير الدالة h.
2. أحسب $h(1)$ ثم عين إشارة $h(x)$ على المجال $]0.+\infty[$.
3. أستنتج أن إذا كان : $0 \prec x \prec 1$ فإن $h\left(\frac{1}{x}\right) \succ 0$ و إذا كان $x \succ 1$ فإن $h\left(\frac{1}{x}\right) \prec 0$

B/ نعتبرالدالة f المعرفة على المجال $]0.+\infty[$ بـــ: $f(x)=x-x^2\ln x$ إذا كان $x \succ 0$ و $f(0)=0$

نرمز بـــ(C) على المنحنى المثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(o.\vec{i}.\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$

- أحسب $f'(x)$ وتحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f'(x)=xh\left(\frac{1}{x}\right)$
- شكل جدول تغيرات الدالة f.
- بين أن $f(x)=0$ تقبل حلا α حيث : $\frac{7}{4} \prec \alpha \prec 2$
- أرسم (C)

التمرين الثالث: [04نقاط]

اختر الإجابة الصحيحة بدون تعليل

	(1)	(2)	(3)
f دالة معرفة على المجال $]0.+\infty[$ بـــ: $f(x)=2(\ln x)^2-\ln x-3$	نهاية الدالة f عند 0 هي : 0	نهاية الدالة f عند 0 هي : $+\infty$	نهاية الدالة f عند 0 هي : $-\infty$
حل المعادلة $\sqrt[3]{5-3x}=2$ هو:	$S=\{+2\}$	$S=\{+1\}$	$S=\{-1\}$
f دالة معرفة على $\Re-\{0\}$ بـــ: $f(x)=3^{\frac{1}{x}}$	دالتها المشتقة هي : $f'(x)=\frac{-\ln 3}{x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$	دالتها المشتقة هي : $f'(x)=\frac{\ln 3}{x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$	دالتها المشتقة هي : $f'(x)=\frac{\ln 3}{2x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$
حل المعادلة التفاضلية التالية : $y'=3y$	هي الدوال : $x \mapsto ce^{-3x}$ حيث c ثابت	هي الدوال: $x \mapsto ce^{3x}$ حيث c ثابت	هي الدوال: $x \mapsto ce^{2x}$ حيث c ثابت

إنتهى بالتوفيق

التمرين الأول

1..حساب النهايات

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$, $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ .....

2.حساب المشتق: $g'(x) = 1 + 2e^{2(x-1)}$

إشارة المشتق: $g'(x) \succ 0$ على $\Re$ والدالة g متزايدة تماما.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

3.المستقيم المقارب المائل:

بمأن $\lim_{x \to -\infty} e^{2(x-1)} = 0$ فإن $y = x$ مستقيم مقارب بجوار $-\infty$

4. حل المعادلة $g(x) = 0$ تقبل تقبل حلا واحدا α : $-0.1 \prec \alpha \prec -0.2$

* من جدول التغيرات نلا حظ أن الدالة مستمرة و متزايدة تماما على المجال $[-0.2.-0.1]$.

* $g(-0.2) =$ و $g(-0.1) =$ $g(-0.2) \times g(-0.1) \prec 0$

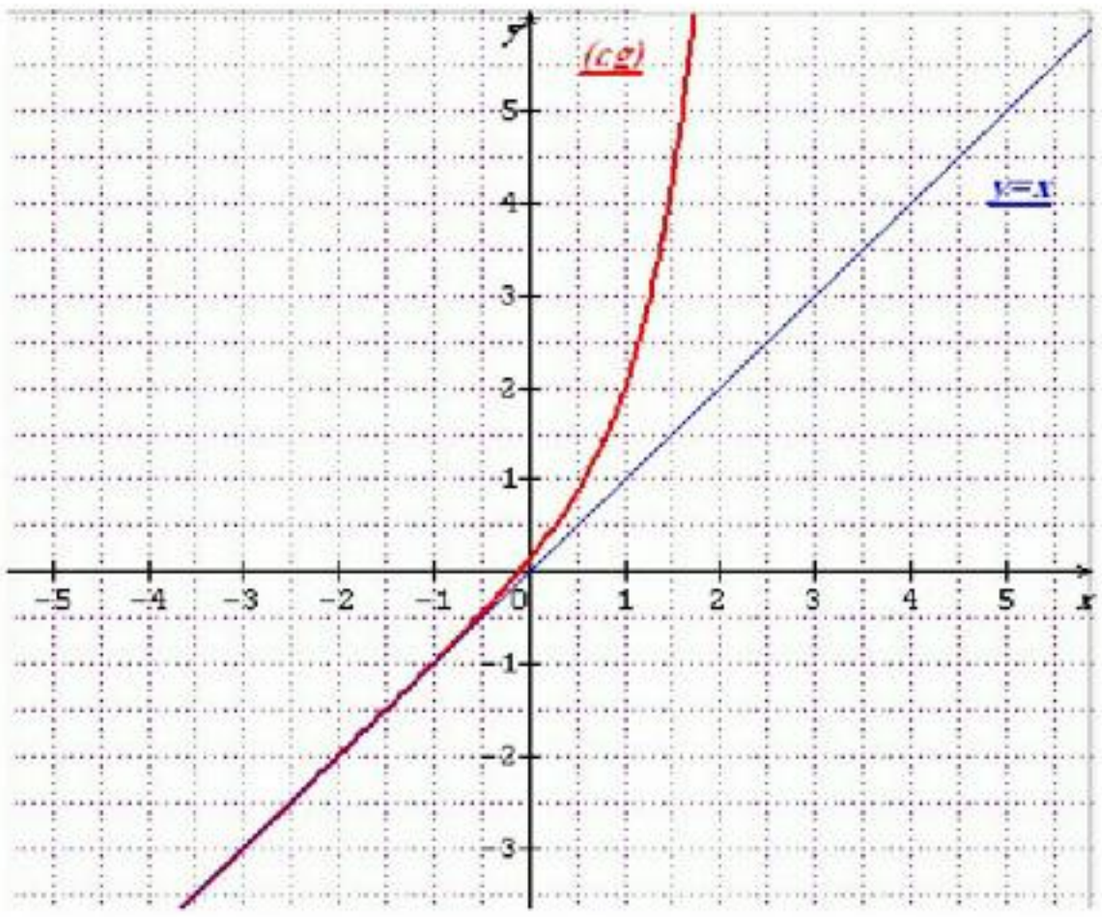
إذن $g(x) = 0$ تقبل تقبل حلا واحدا α : $-0.2 \prec \alpha \prec -0.1$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة.

5.إشارة g

x	∞	α	$+\infty$
$g(x)$	−	0	+

رسم البيان



التمرين الثاني:

1.دراسة إتجاه تغير الدالة h

الدالة h قبلة للإشتقاق على $]0.+\infty[$ حيث $h'(x) = \frac{x+2}{x}$

حيث من أجل x من المجال $]0.+\infty[$: $\frac{x+2}{x} \succ 0$ أي أن $h'(x) \succ 0$

ومنه الدالة h متزايدة تماما على $]0.+\infty[$

حسلب النهايات: $\lim_{x \to 0} h(x) = -\infty$, $\lim_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$

جدول التغيرات

x	0	$+\infty$
$h'(x)$	+	
$h(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2. $h(1) = -1 + 1 + 2\ln 1 = 0$ من جدول التغيرات نستنتج إشارة h

x		1		$+\infty$
$h(x)$	−	0	+	

3.إذا كان $0 \prec x \prec 1$ فإن $\frac{1}{x} \succ 1$ وبمأن الدالة h متزايدة تماما

فإن $h\left(\frac{1}{x}\right) \succ h(1)$ أي أن $h\left(\frac{1}{x}\right) \succ 0$

وإذا كان $x \succ 1$ فإن $0 \prec \frac{1}{x} \prec 1$ وبمأن الدالة h متزايدة تماما

$h\left(\frac{1}{x}\right) \prec h(1)$ أي أن $h\left(\frac{1}{x}\right) \prec 0$.

B)الدالة f معرفة على $]0.+\infty[$ بـــ: $f(x) = x - x^2 \ln x$

إذا كان $x \succ 0$ و $f(0) = 0$

- حساب $f'(x)$

$$f'(x) = 1 - 2x\ln x - x^2 \frac{1}{x} = 1 - 2x\ln x - x$$

$$= 1 + 2x\ln\frac{1}{x} - x = x\left(\frac{1}{x} + 2\ln\left(\frac{1}{x}\right) - 1\right) = xh\left(\frac{1}{x}\right)$$

- جدول التغيرات

لندرس تغيرات الدالة الدالة f : $f(0) = 0$

$$\lim f(x) = \lim(x - x^2 \ln x) = \lim x^2\left(\frac{1}{x} - \ln x\right) = -\infty$$

لدينا من أجل x من المجال $]0.+\infty[$ $f'(x) = xh\left(\frac{1}{x}\right)$

وبما أن : $x \succ 0$ فإن إشارة $f'(x)$ هي من إشارة $h\left(\frac{1}{x}\right)$

من السؤال رقم 3 لدينا من أجل x من المجال $]0.+1[$, $f'(x) \succ 0$

ومن أجل x من المجال $]1.+\infty[$, $f'(x) \prec 0$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$

نبين أن $f(x)=0$ تقبل حلا α حيث : $\frac{7}{4} \prec \alpha \prec 2$

- f مستمرة ومتناقصة تماماعلى المجال $[1.+\infty[$
ومن ثم على المجال
$\left[\frac{7}{4}.2\right]$ و $f\left(\frac{7}{4}\right)=0.036$ و $f(2)=-0.77$

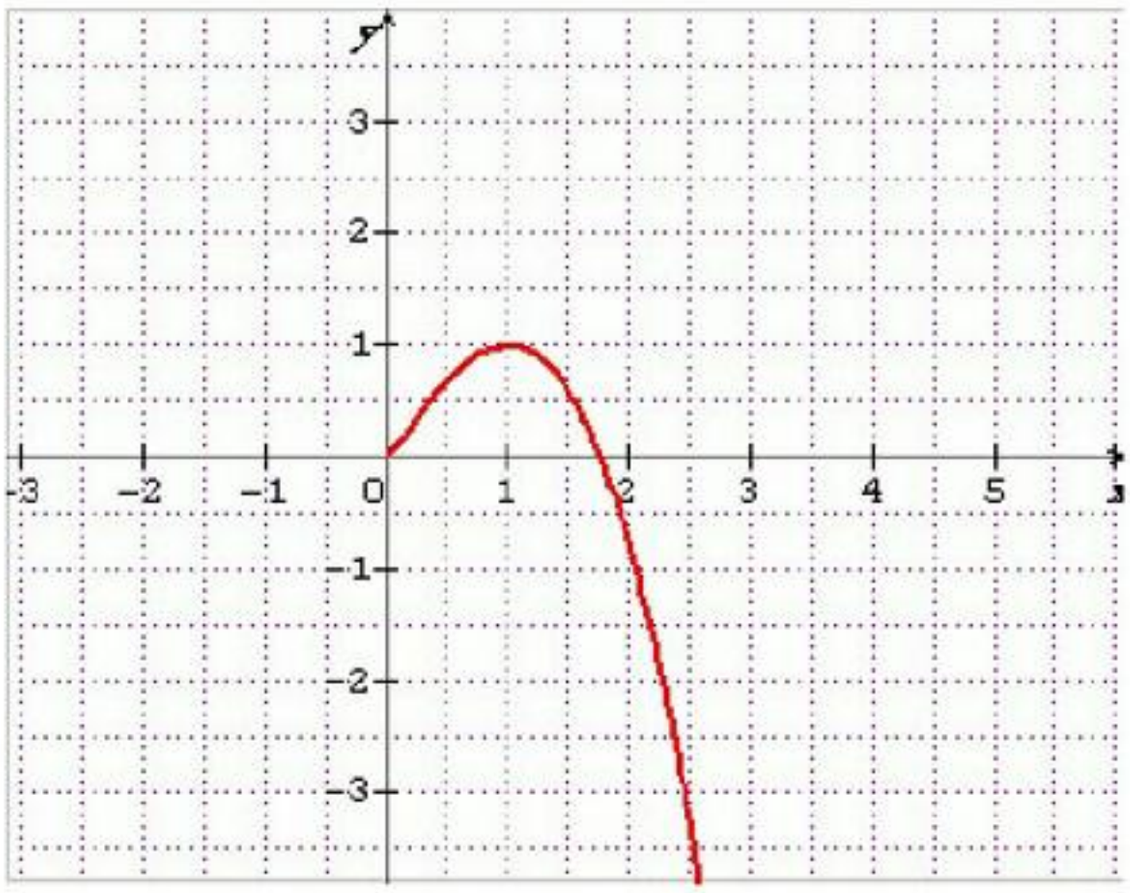
- إذن $f(2)\times f\left(\frac{7}{4}\right) \prec 0$

ومنه المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا α حيث : $\frac{7}{4} \prec \alpha \prec 2$

رسم البيان

لدينا $\lim \frac{f(x)}{x} = \lim(1-x\ln x) = -\infty$

للمنحنى (C) فرع من قطع مكافئ بلإتجاه محور الترتيب



التمرين الثالث:

السؤال	الإجابة الصحيحة
f دالـــــة معرفـــــة علـــــى المجال $]0.+\infty[$ بـــ: $f(x)=2(\ln x)^2-\ln x-3$	نهاية الدالة f عند 0 هي : $+\infty$
حل المعادلة $\sqrt[3]{5-3x}=2$ هو:	$S=\{-1\}$
f دالة معرفة على $\Re-\lfloor 0 \rfloor$ بـــ: $f(x)=3^{\frac{1}{x}}$	دالتها المشتقة هي : $f'(x)=\frac{-\ln 3}{x^2}e^{\frac{1}{x}\ln 3}$
حل المعادلة التفاضلية التالية : $y'=3y$	هي الدوال : $x \mapsto ce^{3x}$ حيث c ثابت