متقن محمد العيد آل خليفة - باتنة - السنة الدراسية: 09/10 (2009/12/20)

اختبار الثلاثي الأول في الرياضيات 3 ع ت

ت 1:

1) g دالة معرفة من أجل $x>0$ بـ:

$$g(x) = x^2 - 1 + \ln x$$

- بين أن: اذا كان $x \geqslant 1$ فإن: $g(x) \geq 0$

اذا كان $0 < x < 1$ فإن: $g(x) < 0$

2 - نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ:

$$f(x) = x - 2 - \frac{\ln x}{x}$$

(C) منحني f في م م م م م $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- تحقق أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

- ادرس تغيرات f.

- أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ (فسر)

- ادرس وضعية (C) ومقاربه المائل (Δ).

- أثبت أن (C) يقطع $(x'x)$ في نقطتين

فاصلتاهما α، β: $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}$ و $2 < \beta < \frac{5}{2}$.

- أنشئ (C)

3 - نعتبر الدالة h: $h(x) = (\ln x)^2$

ثم حل المعادلة التفاضلية: $y' = f(x)$

4 - ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m المعادلة: $x^2 - mx - \ln x = 0$

ت 2: أ) $g(x) = 2x - (x-1).\ln(x-1)$ ، $x > 1$

- أحسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 1} g(x)$

- حل المتراجحة: $1 - \ln(x-1) > 0$

- أحسب $g'(x)$ وادرس تغيرات g

- برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α:

$e+1 < \alpha < e^3+1$ ، ادرس اشارة $g(x)$.

ب) $\varphi(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$ ، $x > 1$

- أحسب نهايات $\varphi(x)$ عند $+\infty$ وعند 1 بقيم أكبر.

- أحسب $\varphi'(x)$ وبين أنه من اشارة $g(x^2)$.

- ادرس تغيرات φ على كل من: $]1, \sqrt{\alpha}]$ ، $[\sqrt{\alpha}, +\infty[$

جـ) $f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$ ، $x > 0$

- بين أن: $f(x) = \varphi(e^x)$

- استنتج: نهايات $f(x)$ عند 0^+ ، $+\infty$ ،

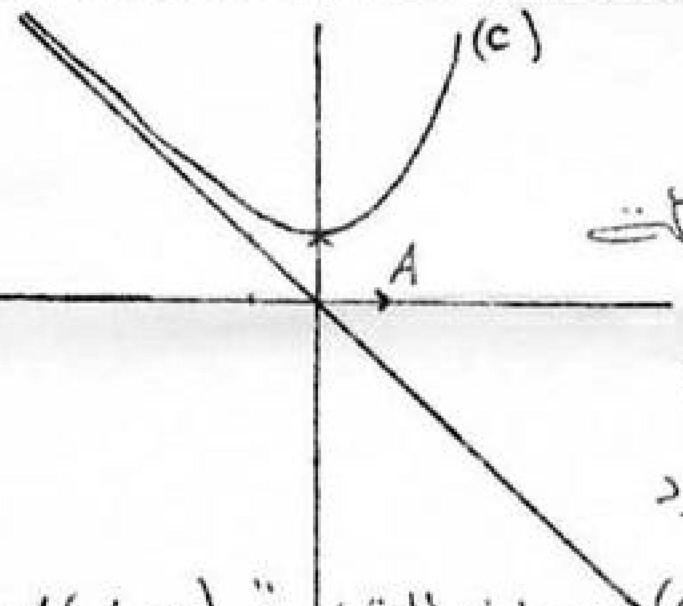
- استنتج تغيرات f وبين أن f تقبل قيمة حدية عظمى عند $\ln(\sqrt{\alpha})$.

- برهن أن: $f(x) \leq \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha - 1}$.

- أحسب صور 0,1 ، 0,5 ، 1 ، 1,5 ، 2 ، 3 بالدالة f ثم أنشئ منحني f:

$\|\vec{i}\| = 5\,cm$ ، $\|\vec{j}\| = 10\,cm$ ، $\alpha \simeq 10$

ت 3:



(C) هو منحنى الدالة f: $f(x) = e^x - x$

نريد أن نبرهن وجود مماسين للمنحني (C) يمران بالنقطة $A(1,0)$، ثم نعينهما.

1) M نقطة من (C) فاصلتها x_0 و T_{x_0} هو المماس للمنحني (C) في النقطة M.

أ) اكتب معادلة T_{x_0} بدلالة x_0.

ب) برهن أن T_{x_0} يمر بالنقطة A معناه:

$e^{x_0}.(2 - x_0) = 1$.

2) $\varphi(x) = e^x.(2-x)$

أ) ادرس تغيرات φ وشكل جدول تغيراتها.

ب) برهن أن المعادلة $\varphi(x)=1$ حلان α و β في $\mathbb{R}$

جـ) استنتج.